

TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 661

# Aprendizado Prático e Nível de Escolaridade

Roberto de Goes Ellery Junior

Brasília, agosto de 1999



TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 661

# Aprendizado Prático e Nível de Escolaridade

Roberto de Goes Ellery Junior\*

Brasília, agosto de 1999

---

\* *Da Coordenação Geral de Finanças Públicas do IPEA e do Departamento de Economia da UnB. O autor agradece os comentários de João Ricardo Faria, Adolfo Sachsida e Pedro Ferreira. Qualquer erro remanescente é da inteira responsabilidade do autor.*

MINISTÉRIO DA FAZENDA  
Secretaria de Estado de Planejamento e Avaliação



**Presidente**  
*Roberto Borges Martins*

**DIRETORIA**

*Eustáquio J. Reis*  
*Gustavo Maia Gomes*  
*Hubimaier Cantuária Santiago*  
*Luís Fernando Tironi*  
*Murilo Lôbo*  
*Ricardo Paes de Barros*

O IPEA é uma fundação pública, vinculada à Secretaria de Estado de Planejamento e Avaliação do Ministério da Fazenda, cujas finalidades são: auxiliar o ministro na elaboração e no acompanhamento da política econômica e promover atividades de pesquisa econômica aplicada nas áreas fiscal, financeira, externa e de desenvolvimento setorial.

**TEXTO PARA DISCUSSÃO** tem o objetivo de divulgar resultados de estudos desenvolvidos direta ou indiretamente pelo IPEA, bem como trabalhos considerados de relevância para disseminação pelo Instituto, para informar profissionais especializados e colher sugestões.

Tiragem: 110 exemplares

**COORDENAÇÃO DO EDITORIAL**

**Brasília – DF:**  
SBS Q. 1, Bl. J, Ed. BNDES, 10<sup>o</sup> andar  
CEP 70076-900  
Fone: (61) 315 5374 – Fax: (61) 315 5314  
E-mail: editbsb@ipea.gov.br

Home Page: <http://www.ipea.gov.br>

**SERVIÇO EDITORIAL**

**Rio de Janeiro – RJ:**  
Av. Presidente Antonio Carlos, 51, 14<sup>o</sup> andar  
CEP 20020-010  
Fone: (21) 212 1140 – Fax: (21) 220 5533  
E-mail: editrj@ipea.gov.br

---

## SUMÁRIO

---

SINOPSE

ABSTRACT

|   |   |    |
|---|---|----|
| 1 | INTRODUÇÃO  | 7  |
| 2 | ACUMULAÇÃO DE CAPITAL HUMANO E O MODELO DE LUCAS  | 8  |
| 3 | O MODELO NA PRESENÇA DE <i>LEARNING-BY-DOING</i>  | 11 |
| 4 | <i>LEARNING-BY-DOING</i> E NÍVEL DE ESCOLARIDADE  | 13 |
| 5 | ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO NÍVEL DE ESCOLARIDADE | 15 |
| 6 | CONCLUSÃO   | 17 |
|   | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS                        | 19 |

---

---

## SINOPSE

---

Este artigo pretende analisar o nível ótimo de escolaridade na presença de *learning-by-doing* e educação formal. Para alcançar tal objetivo introduz-se a hipótese de *learning-by-doing* no modelo de Lucas, no qual o crescimento é causado por externalidades associadas à acumulação de capital humano. Com essa nova abordagem mostra-se que a taxa de crescimento de capital humano permanece a mesma, enquanto o tempo ótimo que as pessoas passam nas escolas decresce. O artigo também apresenta simulações para o valor do tempo ótimo de dedicação às escolas *com e sem* a presença de *learning-by-doing*.

---

## ABSTRACT

---

*The paper aims to analyze the optimal level of schooling in the presence of learning-by-doing. To achieve this objective the paper introduces the learning-by-doing hypothesis on the Lucas model of economic growth induced by human capital accumulation. With the new setup, it is possible to show that the optimal time at school will decrease while the human capital growth rate remains the same. The paper also provides some simulation of the optimal time at school under the learning-by-doing hypothesis and under the original model.*





## 1 INTRODUÇÃO

A acumulação de capital humano exerce o papel de motor do desenvolvimento em vários dos novos modelos de crescimento econômico. Existem duas razões que justificam essa escolha: *i)* o processo de acumulação de capital humano não está restrito a rendimentos decrescentes, ou seja, a produtividade do aprendizado não diminui à medida que o nível de aprendizado cresce; e *ii)* essa variável é uma fonte de externalidades, pois sociedades altamente educadas tendem a produzir de forma mais eficiente. Para reforçar o papel do capital humano como motor do crescimento, análises empíricas normalmente encontram forte relação entre o nível de educação da população e as taxas de crescimento do produto.

Enquanto a noção de capital humano como fator fundamental para o crescimento é relativamente consensual, o mesmo não pode ser afirmado sobre como ocorre essa acumulação e como cada forma de aprendizado vai afetar o crescimento. A literatura (*e.g.* Barro e Sala-I-Martin, 1995) apresenta duas formas básicas para caracterizar a forma de aprendizado. A primeira utiliza o tempo de estudo formal como medida de capital humano; nesse sentido, quanto mais tempo um indivíduo passa na escola, maior será o seu estoque de capital humano.

A segunda abordagem parte do princípio que, enquanto trabalham, as pessoas acumulam capital humano; essa forma de aprendizado é consagrada pelo nome de *learning-by-doing*<sup>1</sup> Nessa linha de pensamento, os indivíduos terão maior nível de capital humano conforme o crescimento de sua experiência na execução de seu trabalho. Essa formulação foi proposta por Arrow (1962) e encontrou bastante aceitação entre os autores de crescimento e aprendizado.<sup>2</sup>

O objetivo deste artigo é considerar a existência de *learning-by-doing* em um modelo como o proposto por Lucas (1988), no qual o capital humano é acumulado apenas na escola. Dessa forma, poderá ser visto como a introdução de *learning-by-doing* pode afetar a taxa de crescimento da economia e o tempo ótimo a ser dedicado à educação formal, ou seja, o nível de escolaridade. Uma aplicação dos resultados para políticas públicas diz respeito aos subsídios à educação. É possível utilizar o modelo para discutir se o governo deve incentivar altos graus de escolaridade, (via subsídio ao ensino superior) ou concentrar recursos no ensino fundamental.

---

<sup>1</sup> *Learning-by-doing* é considerado como sinônimo de aprendizado prático; o termo em inglês será utilizado por estar consagrado na literatura.

<sup>2</sup> Apesar de Arrow ser o responsável pela introdução do *learning-by-doing* na moderna literatura sobre crescimento econômico, a idéia de que o aprendizado deriva da prática tem sido utilizada por economistas desde Adam Smith.

---

O segundo capítulo introduz a discussão sobre crescimento e acumulação de capital humano, com destaque para o modelo de crescimento de Lucas. O terceiro capítulo expande o modelo do capítulo anterior para admitir a hipótese de *learning-by-doing*. O quarto capítulo avalia o impacto que a existência do aprendizado prático produz no tempo ótimo destinado às escolas. O quinto capítulo discute a sensibilidade do nível ótimo de tempo dedicado às escolas aos parâmetros que representam a eficiência do aprendizado na escola e do aprendizado prático. O capítulo 6 apresenta as conclusões e sugestões para futuras pesquisas.

## 2 ACUMULAÇÃO DE CAPITAL HUMANO E O MODELO DE LUCAS

Uma das grandes falhas dos tradicionais modelos neoclássicos de crescimento [Solow, 1956; Cass, 1965] é que não apresentam um mecanismo capaz de gerar crescimento endógeno. Em geral, deve ser suposta a existência de uma componente exógena que estaria associada ao progresso tecnológico. Assim, o principal objetivo de um modelo de crescimento (explicar o que leva a economia a apresentar determinada *performance* no seu desenvolvimento) depende de uma variável que não é explícita no modelo.

A tentativa de superar este problema fez que Arrow (1962) apresentasse um modelo no qual a acumulação de conhecimento era a responsável pela existência de crescimento econômico. A maneira encontrada para explicar essa acumulação de conhecimento, ou capital humano, foi sugerir que o aprendizado decorre da prática, hipótese que passou à literatura com o nome de *learning-by-doing*. A consequência dessa modelagem era que o conhecimento cresceria à medida que a economia acumulasse capital físico. Esse artigo seminal levou uma série de autores a incorporar a idéia de *learning-by-doing* para explicar diversas facetas do crescimento econômico.

Com o renascimento do interesse pelas teorias de desenvolvimento econômico que seguiu Romer (1986), surgiu uma nova geração de modelos que pretendiam explicar o crescimento. Essa nova geração baseou-se na idéia de que o crescimento econômico podia ser explicado a partir da existência de externalidades. A nova abordagem partia do princípio de que a presença de externalidades tornava possível a existência de rendimentos crescentes ou constantes em nível agregado, enquanto, no nível da firma, observava-se a existência de rendimentos decrescentes. Neste caso, era possível conciliar a existência simultânea de crescimento endógeno e equilíbrio competitivo.

Lucas aproveitou a idéia de externalidades para propor um modelo no qual o capital humano era o motor do desenvolvimento. Seguindo o a linha de modelos de dois setores apresentada em Uzawa (1961), o autor assume a existência de um setor para a produção de capital físico, (ou capital), e um setor que produz capital humano,

---

no caso, as escolas. A hipótese básica do modelo é que o setor de capital humano gera externalidades para o outro setor. Em adição, a acumulação de capital humano não está sujeita a rendimentos decrescentes.

As famílias escolhem a porção do seu tempo que dedicarão ao trabalho e o nível de consumo. O capital humano só pode ser acumulado por meio do ensino formal, ou seja, frequentando-se a escola. A renda de cada família é descrita por  $W = uNh_w + rK$ , em que  $u$  é a fração de tempo destinada ao trabalho;  $N$  é o tamanho da família, que cresce a uma taxa  $I$ ;  $h$  é o nível de capital humano;  $w$  é o salário;  $r$  é a remuneração do capital; e  $K$  é o nível de capital.

A acumulação de capital humano segue a regra:  $\dot{h} = (1 - u)dh$ . Parte da solução do problema consiste na escolha do nível de educação, representado por  $1 - u$ . Se  $u$  for muito alto, o nível de capital humano será muito baixo; e, se  $u$  for muito baixo, então os esforços dedicados à produção serão muito pequenos. Ambos os efeitos provocam diminuição da renda, visto que o primeiro reduz  $h$ , enquanto o segundo afeta negativamente  $u$  e  $K$ .

Essa descrição pode ser representada pela seguinte equação:

$$\text{Max} \int_0^{\infty} e^{-rt} N(t) U(c) dt$$

$$t.q. \quad \dot{K} = F(K, h, h_a) - Nc \tag{1}$$

$$\dot{h} = (1 - u)dh \tag{2}$$

em que  $r$  é a taxa de desconto;  $c$  é o consumo; e  $h_a$  representa o nível médio de capital humano. As outras variáveis são as mesmas descritas anteriormente.<sup>3</sup> A função de produção é dada por:

$$F(K, h, h_a) = AK^b (uNh)^{1-b} h_a^g$$

O termo  $h_a^g$  representa as externalidades do capital humano sobre a produção de capital físico. A função de utilidade é dada por:

$$U(c) = \frac{c^{1-s} - 1}{1 - s}$$

Como uma das características mais importantes de modelos com externalidades é que o equilíbrio de mercado falha em ser ótimo, ou seja, o Primeiro Teorema Fundamental do Bem-Estar Social<sup>4</sup> não é observado, o problema será resolvido para o

<sup>3</sup> Em equilíbrio, a igualdade  $h_a = h$  deve ser observada.

<sup>4</sup> Esse teorema afirma que o equilíbrio walrasiano, ou competitivo, é ótimo no sentido de Pareto.

ótimo de Pareto (caso do planejador central), e para o equilíbrio competitivo. Para o planejador central, as condições de primeira ordem são:

$$c^{-s} = q_1 \quad (3)$$

$$q_1 \left[ (1-b)AK^b (uNh)^{-b} Nh^{1+g} \right] = q_2 d h \quad (4)$$

$$\dot{q}_1 = r q_1 - q_1 A b K^{b-1} (uNh)^{1-b} h^g \quad (5)$$

$$\dot{q}_2 = r q_2 - \left[ q_1 (1-b+g)AK^b (uN)^{1-b} h^{-b+g} + q_2 d(1-u) \right] \quad (6)$$

Para o caso do equilíbrio competitivo, a única alteração presente diz respeito à equação (6), que passa a ter a seguinte forma:

$$\dot{q}_2 = r q_2 - \left[ q_1 (1-b)AK^b (uN)^{1-b} h^{-b+g} + q_2 d(1-u) \right] \quad (7)$$

A diferença entre os dois problemas decorre do fato de que as famílias não consideram os efeitos das externalidades do capital humano quando tomam a decisão de enviarem seus membros à escola. Por essa razão, no equilíbrio competitivo, o termo  $h_a^g$  é tratado como uma constante. No caso do planejador central, tal efeito não é observado, pois, nesse caso, busca-se maximizar o bem-estar de toda a sociedade.

Das condições de primeira ordem é possível concluir que a taxa de crescimento do capital humano em equilíbrio com a presença do planejador central será dada por:<sup>5</sup>

$$v^* = \frac{1}{s} \left[ d - \frac{1-b}{1-b+g} (r-1) \right] \quad (8)$$

No equilíbrio competitivo, a mesma taxa de crescimento passa a ter a seguinte forma:

$$v = \frac{1}{s(1-b+g)-g} (1-b)[d - (r-1)] \quad (9)$$

Com o uso de utilidades logarítmicas ( $s = 1$ ), pode-se observar que a diferença entre as duas taxas de crescimento é:

---

<sup>5</sup> A taxa de crescimento do capital, do produto e do consumo depende apenas dos parâmetros do modelo e da taxa de crescimento do capital humano.

---

$$v^* - v = \frac{\mathbf{g}}{1 - \mathbf{b} + \mathbf{g}}(\mathbf{r} - \mathbf{1}) \quad (10)$$

Note-se que  $v$  é menor que  $v^*$  — resultado que caracteriza a ineficiência do equilíbrio competitivo. Tal resultado pode ser revertido em duas situações. A primeira ocorre quando  $\mathbf{g}$  é igual a zero, o que implica ausência de externalidades relacionadas ao capital humano. Como essas externalidades são responsáveis pela não-validade do Primeiro Teorema,<sup>6</sup> é razoável que, com  $\mathbf{g}$  igual a zero, desapareça a ineficiência do equilíbrio competitivo.

Outra situação na qual o equilíbrio de mercado é eficiente ocorre quando  $\mathbf{r} = \mathbf{1}$ .

### 3 O MODELO NA PRESENÇA DE *LEARNING-BY-DOING*

Este capítulo apresenta uma nova versão do modelo anterior. A modificação foi feita para incluir a hipótese de *learning-by-doing* e consiste na modificação da regra de acumulação do capital humano. Esta passa a ser descrita por:

$$\dot{h} = (1 - u)\mathbf{d}h + u\mathbf{f}h \quad (11)$$

O termo  $u\mathbf{f}h$  é o responsável pela presença de *learning-by-doing*. Sua presença garante que é possível acumular capital humano no tempo dedicado ao trabalho. Os parâmetros  $\mathbf{f}$  e  $\mathbf{d}$  representam, respectivamente, quão eficiente é o processo de aprendizado por meio da prática ou pela educação formal. Assim, quanto maior for  $\mathbf{d}$ , mais se acumula capital humano nas escolas; o mesmo vale para  $\mathbf{f}$ , com respeito ao aprendizado no trabalho.

Com a nova regra de acumulação de capital humano ocorre diminuição no incentivo a freqüentar-se escola. Isso decorre da possibilidade de se acumular capital humano mesmo sem se buscar ensino formal. Para incentivar a ida à escola é preciso assumir que  $\mathbf{d}$  é maior que  $\mathbf{f}$ . Isso quer dizer que, apesar de ser possível aprender com a prática, o aprendizado na escola possui maior impacto na acumulação de capital humano.

A necessidade dessa hipótese decorre do fato de que, ao trabalhar, as pessoas acumulam capital físico. Se fosse possível acumular mais capital humano no trabalho do que no estudo não existiria nenhuma razão para ir à escola.

As novas condições de primeira ordem para o equilíbrio com o planejador central são:

$$c^{-s} = \mathbf{q}_1 \quad (12)$$

---

<sup>6</sup> Note-se que a presença de externalidades pode ser vista como um caso de mercados incompletos.

$$\dot{q}_1 \left[ (1-b)AK^b (uNh)^{-b} Nh^{1+g} \right] = -q_2(\mathbf{f}-\mathbf{d})h \quad (13)$$

$$\dot{q}_1 = r q_1 - q_1 A b K^{b-1} (uNh)^{1-b} h^g \quad (14)$$

$$\dot{q}_2 = r q_2 - \left[ q_1 (1-b+g)AK^b (uN)^{1-b} h^{-b+g} + q_2 [\mathbf{d} + (\mathbf{f}-\mathbf{d})u] \right] \quad (15)$$

Para o equilíbrio competitivo, a equação (15) deve ser substituída pela equação (16), que é dada por:

$$\dot{q}_2 = r q_2 - \left[ q_1 (1-b)AK^b (uN)^{1-b} h^{-b+g} + q_2 [\mathbf{d} + (\mathbf{f}-\mathbf{d})u] \right] \quad (16)$$

Com base na linha do artigo original de Lucas, a equação 16 será usada para encontrar a expressão da taxa de crescimento do capital, ( $\mathbf{k}$ ), e da taxa de crescimento do capital humano, ( $v$ ).

Das equações (12) e (14) pode-se deduzir o seguinte resultado, que permitirá o cálculo de  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{s} \mathbf{k} + r = A b K^{b-1} (uNh)^{1-b} h^g \quad (17)$$

Para encontrar  $v$  será preciso isolá-lo na equação (11), que passa a ter a seguinte forma:

$$v = \mathbf{d} + (\mathbf{f}-\mathbf{d})u \quad (18)$$

Para determinar-se a taxa de crescimento do capital humano como uma função dos parâmetros do modelo, é preciso que  $\mathbf{k}$  seja considerado como uma função de  $v$ ; isso será possível a partir da equação (17). Por consequência:

$$\mathbf{k} = \frac{1-b+g}{1-b} v \quad (19)$$

A equação (19) mostra que  $\mathbf{k}$  é igual a uma constante vezes o valor de  $v$ . Assim, basta explicar o valor de  $v$  para que seja possível descrever a taxa de crescimento de todas as variáveis. Portanto, desse ponto em diante, este capítulo se concentrará apenas na explicação da taxa de crescimento do capital humano.

Inicialmente, será descrito o caso do equilíbrio com planejador central. Das equações (13) e (15), segue-se que:

$$\frac{\dot{q}_2}{q_2} = r - \mathbf{d} - \frac{(\mathbf{d}-\mathbf{f})g}{1-b} u \quad (20)$$

Com o uso das equações (18), (19) e (20) pode ser concluído que o valor da taxa de crescimento do capital humano, para o caso em que exista o planejador central, é:<sup>7</sup>

$$v^* = \frac{1}{s} \left[ d - \frac{1-b}{1-b+g} (r-1) \right] \quad (21)$$

Para o caso do equilíbrio competitivo, a equação (19) assume a seguinte forma:

$$\frac{\dot{q}_2}{q_2} = r - d \quad (22)$$

Nesse caso, a expressão para  $v$  será dada por:

$$v = \frac{1}{s(1-b+g)-g} (1-b)[d - (r-1)] \quad (23)$$

As equações (21) e (23) mostram que a introdução de *learning-by-doing* não acarreta mudança na taxa de crescimento do capital humano. Isso é verdade tanto para o equilíbrio competitivo quanto para o planejador central.

O resultado indica que as famílias e o planejador central decidem apenas o padrão de acumulação de capital humano, e não consideram a forma como está sendo acumulado. Dessa forma, com a possibilidade de *learning-by-doing* os agentes devem dedicar menos tempo à escola, com vistas a aumentar a acumulação de capital. Este será o tema do próximo capítulo.

#### 4 LEARNING-BY-DOING E NÍVEL DE ESCOLARIDADE

O objetivo deste capítulo é analisar como a introdução de *learning-by-doing* pode afetar o tempo ótimo de permanência na escola, ou, visto de outra maneira, o nível de escolaridade. Para atingir esse objetivo, deve-se analisar o comportamento da variável  $u$ . As equações (2) e (11) podem ser escritas de forma a descrever o nível de escolaridade em cada modelo. No modelo de Lucas, pode-se considerar igual a:

$$u = \frac{d-v}{d} \quad (24)$$

---

<sup>7</sup> O símbolo\* será utilizado para caracterizar os resultados associados à solução do planejador central.

---

Essa equação determina que as pessoas estariam interessadas em ir para a escola se  $d$  for maior que  $v$ . No caso de utilidades logarítmicas, a validade dessa condição é garantida pela equação (8).

Com a introdução de *learning-by-doing*, o nível de escolaridade passa a ser definido pela equação (11); dessa forma, a nova expressão para  $u$  é:

$$u = \frac{d - v}{d - f} \quad (25)$$

Note-se que, para garantir que  $u$  seja positivo, além da condição anterior, é preciso ter  $d$  maior que  $f$ . Se essa condição não for observada, o tempo será totalmente usado para o trabalho na produção de capital físico. Como foi apontado, isso é verdade devido ao fato de que, ao aprender no trabalho, o indivíduo acumula os dois tipos de capital. Por outro lado, nas escolas, as pessoas acumulam apenas capital humano. Se o aprendizado no ambiente de trabalho for mais efetivo do que o ocorrido nas escolas, não existe nenhum motivo para se dedicar uma parcela positiva do tempo ao aprendizado formal.

Note-se que, como era esperado, com a introdução da hipótese de *learning-by-doing*, ocorrerá uma redução no tempo que os indivíduos e o planejador central destinarão ao aprendizado nas escolas. Como esse aumento no tempo dedicado ao trabalho não acarreta queda na taxa de acumulação de capital humano, o nível de produto, consumo e capital físico é maior na situação em que existe *learning-by-doing*<sup>8</sup>

Ao diferenciar-se  $u$  de  $f$ , é possível mostrar que:

$$\frac{\partial u}{\partial f} = \frac{1}{(d - f)^2} > 0 \quad (26)$$

A equação (26) mostra que o tempo destinado ao aprendizado nas escolas decresce à medida que o processo de aprendizado fica mais eficiente no local de trabalho. Em termos de política pública, esse resultado sugere que, se o aprendizado no trabalho passa a ser a parte principal no processo de acumulação de capital humano, o governo deve reduzir os incentivos para que as pessoas passem longos períodos nas escolas. Nessa situação, incentivos ao ensino básico devem receber maior prioridade que os incentivos à educação superior.

Finalmente, pode-se verificar como a introdução de *learning-by-doing* afeta o problema da eficiência do equilíbrio competitivo. A partir das equações (10), (24) e (26) é possível concluir que:

---

<sup>8</sup> Para qualquer valor inicial dado de  $h$ .

---



$$u - u^* = \frac{1}{d - f} \frac{g}{1 - b + g} (r - 1) \quad (27)$$

A equação (27) mostra que a existência de *learning-by-doing* implica o crescimento da diferença entre o tempo destinado ao trabalho no equilíbrio competitivo e na solução do planejador central. Esse resultado sugere que, na presença de *learning-by-doing* o incentivo para que as pessoas freqüentem as escolas deve ser maior, se o objetivo é atingir uma situação de máximo bem-estar social.

Uma aplicação imediata dos resultados decorrentes das equações (26) e (27) é que uma estratégia de incentivo à educação básica (por exemplo, a adoção de bolsas-escola) deveria ser implementada em detrimento da manutenção de caros sistemas de educação superior gratuita, pois, ao possuírem certo nível de educação, os indivíduos poderiam acumular capital humano por meio da produção de capital físico.

## 5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DO NÍVEL DE ESCOLARIDADE

Neste capítulo serão apresentadas simulações dos valores de  $u$  sem a presença de *learning-by-doing* (modelo de Lucas) e para o modelo desenvolvido neste artigo.

Para *calibrar* o modelo considerou-se o tempo médio que os brasileiros permanecem na escola, que, segundo o Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil, é de aproximadamente cinco anos. Se a média de vida dos brasileiros beira os sessenta anos, isso resultaria em um valor para  $u$  de aproximadamente 0,9.

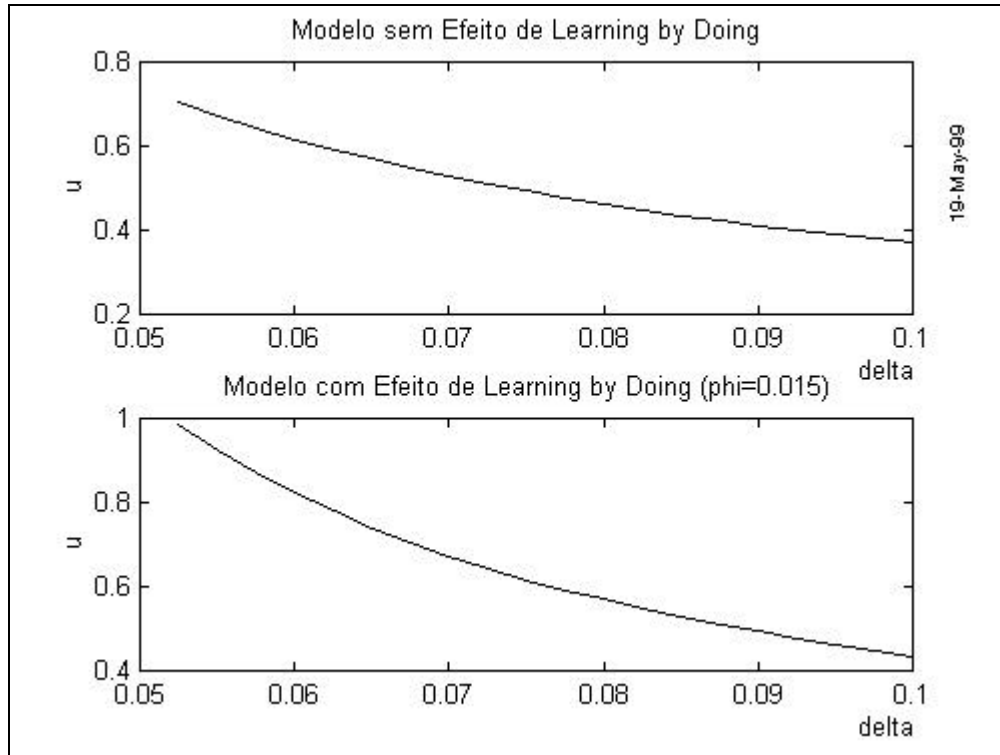
Os valores para taxa de desconto, participação do capital e crescimento da população foram selecionados (para se aproximarem da economia brasileira) em Barreto e Schymura (1995). A elasticidade de substituição foi escolhida para gerar uma função de utilidade logarítmica, enquanto o valor do parâmetro que governa as externalidades associadas ao capital humano foi escolhido de forma a tornar o efeito linear. Os valores de cada parâmetro estão representados a seguir.

| Parâmetro                                | Valor |
|--|-------|
| Taxa de desconto ( $r$ )                 | 0,06  |
| Participação do capital ( $b$ )          | 0,5   |
| Taxa de crescimento da população ( $l$ ) | 0,023 |
| Elasticidade de substituição ( $s$ )     | 1     |
| Externalidades do capital humano ( $g$ ) | 1     |

Os parâmetros que governam o aprendizado formal e prático foram utilizados para a análise de sensibilidade. O gráfico 1 mostra o comportamento da economia

com e sem efeito de aprendizado para valores de  $d$  entre 0,05 e 0,1. Note-se que, no caso no qual não é incorporado o efeito de *learning-by-doing*, mesmo para valores muito baixos de  $d$  o valor de  $u$  fica bem abaixo do observado, ou seja, o modelo superestima o tempo na escola.

GRÁFICO 1\*

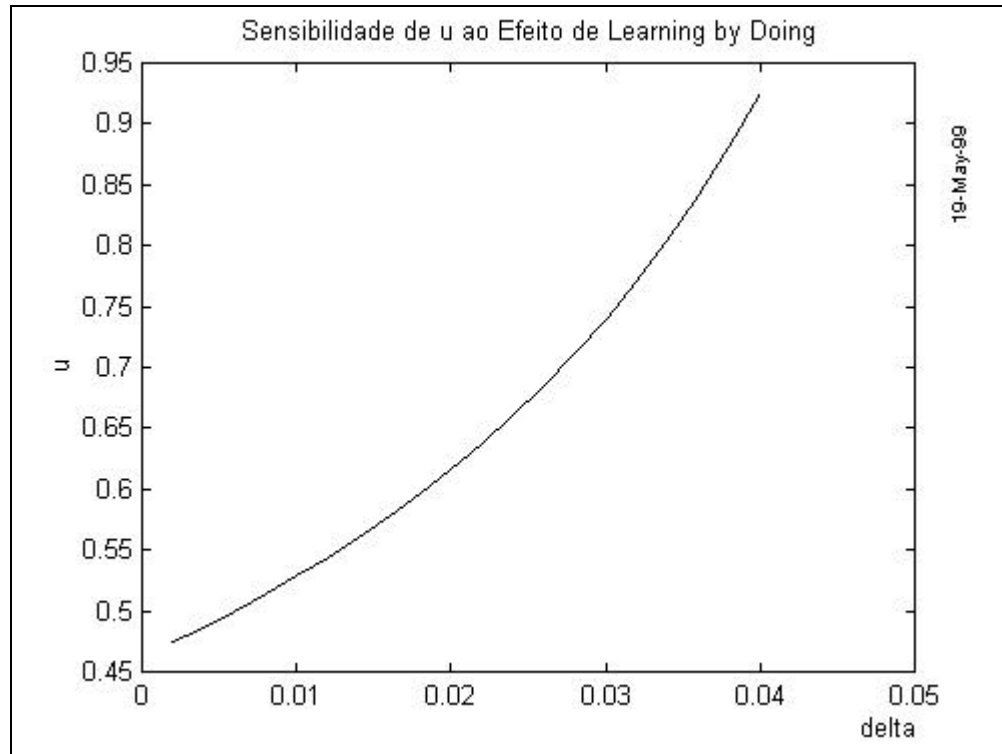


Como ilustra o gráfico 1, com a introdução, mesmo em pequena escala ( $f = 0,015$ ), do *learning-by-doing*, o problema fica resolvido. Observe-se que, para valores de  $d$  entre 0,05 e 0,06, o tempo dedicado ao trabalho fica acima de 90% do tempo total.

O gráfico 2 mostra como  $u$  varia com alterações em  $f$ . Observa-se que maiores valores de  $f$  estão associados a maiores valores de  $u$ , e, portanto, menos tempo de permanência nas escolas.

\* Modelo fornecido pelo autor. (N. do E.)

GRÁFICO 2\*



## 6 CONCLUSÃO

O artigo mostra que, na presença de *learning-by-doing* o nível ótimo de escolaridade tende a decrescer. Esse resultado pode ser interpretado como um indicativo de que o modelo de Lucas superestima a importância do tempo dedicado à escola. Em termos de políticas públicas, o modelo sugere que os governos devem definir suas políticas educacionais considerando os efeitos da existência de *learning-by-doing*.

Se o aprendizado decorrente do processo de trabalho for muito significativo, os incentivos à educação superior, às custas da educação básica, como ocorre no Brasil, são uma política equivocada. Entretanto, como o equilíbrio competitivo continua ineficiente, mesmo na presença de *learning-by-doing* o governo deve subsidiar a educação.

Uma interessante modificação no modelo seria a consideração de que o aprendizado na escola também demanda uma parcela do capital físico, fato que não ocorre quando o aprendizado é realizado no local de trabalho. A construção de escolas e o

\* Modelo fornecido pelo autor. (N. do E.)

gasto necessário para se realizar o aprendizado consomem recursos que poderiam ser direcionados para o consumo das famílias ou para a produção de mais capital. Dessa forma, enquanto existe um efeito de *crowding-out* entre aprendizado formal e acumulação de capital, o mesmo não existe para o aprendizado com a prática. Esse efeito pode reduzir ainda mais o nível ótimo de escolaridade.

Outra interessante opção de modelagem é considerar-se que os dois tipos de aprendizagem são complementares. Essa complementaridade se daria no sentido de que o indivíduo só pode começar a aprender com a prática se possuir um nível mínimo de educação formal. Também poderia considerar-se que pessoas com mais experiência prática teriam mais facilidades de aprender na escola; e, ao mesmo tempo, pessoas com maior escolaridade aprenderiam mais facilmente com a prática.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrow**, Kenneth; *The economics implications of learning-by-doing*; Review of Economics Studies, 1962.
- Barreto**, Flávio & **Schymura**, Luiz Guilherme; Aplicação de um modelo de gerações superpostas para a reforma da previdência no Brasil: uma análise de sensibilidade no estado estacionário. In: Encontro Nacional de Econometria, 17. Anais. Rio de Janeiro: SBE, 1995.
- Barro**, Robert, & **Sala-I-Martin**, Xavier; *Economic Growth*. New York: McGraw-Hill, 1995. (Advanced Series in Economics).
- Cass**, David; Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. Review of Economics Studies, 1965.
- Jovanovic**, Boyan; *Learning and growth*. NBER, 1995.
- Koopmans**, Tjalling; *On the concept of optimal economic growth*; The Econometric Approach to Development Planning. North Holland, 1965.
- Lucas**, Robert; *On the mechanics of economic development*; Journal of Monetary Economics, v. 22 n. 1, p. 3-42, July 1988.
- Lucas**, Robert; Why doesn't capital flow from rich to poor countries?; American Economic Review, v. 80 n. 2, p. 92-96, May 1990.
- Parente**, Stephen; Technology adoption, learning-by-doing and economic growth; Journal of Economic Theory, v. 63 n. 2 p. 346-369, Aug. 1994.
- Romer**, Paul; *Increasing returns and long-run growth*; Journal of Political Economy, v. 94 n. 5 p. 1002-1037, Oct. 1986.
- Smith**, Adam; An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations; Oxford Press, 1976, edição original, 1776.
- Solow**, Robert; *A contribution to the theory of economic growth*; Quarterly Journal of Economics, 1956.
- Uzawa**, Hirofumi; *On a two-sector model of economic growth*; Review of Economics Studies, 1961.
- Uzawa**, Hirofumi; *On a two-sector model of economic growth II*; Review of Economics Studies, 1963.
-