

CARLOS ALBERTO ARAGÓN DE PLANAS

**A IMPORTÂNCIA DA VOLATILIDADE
NO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO**

UERJ / FCE

2006

**A IMPORTÂNCIA DA VOLATILIDADE
NO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO**

CARLOS ALBERTO ARAGÓN DE PLANAS

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências
Econômicas da Universidade do Estado do Rio de
Janeiro para obtenção do título de Mestre em
Ciências Econômicas. Área de Concentração:
Economia Internacional.

RIO DE JANEIRO

Estado do Rio de Janeiro – Brasil

Junho – 2006

**A IMPORTÂNCIA DA VOLATILIDADE
NO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO**

CARLOS ALBERTO ARAGÓN DE PLANAS

Orientador: Prof. **LÉO DA ROCHA FERREIRA**

Co-orientador: Prof. **GERSON LACHTERMACHER**

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências
Econômicas da Universidade do Estado do Rio de
Janeiro para obtenção do título de Mestre em
Ciências Econômicas. Área de Concentração:
Economia Internacional.

RIO DE JANEIRO

Estado do Rio de Janeiro – Brasil

Junho – 2006

Dedico esta dissertação em memória ao meu pai, José Planas, pela compreensão e carinho nos momentos que deixei de estar ao seu lado para que este sonho fosse realizado, sem perceber que aquelas seriam nossas últimas oportunidades de estarmos juntos.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela saúde, força e proteção ao longo desta trajetória;

À minha mãe pela compreensão, carinho e apoio constantes, e principalmente, pela sua presença nos momentos mais difíceis;

À minha esposa por estar sempre ao meu lado me incentivando e acreditando no alcance deste objetivo, jamais permitindo que as dificuldades criadas pela vida impedissem mais esta conquista;

À minha irmã e familiares por compreenderem o motivo de minha ausência em alguns momentos de suas vidas;

Ao querido amigo Manuel Sanchez De La Cal, pela orientação, motivação e otimismo ao longo do curso;

Ao amigo Hélcio Fajardo Henriques por permitir a realização de mais este sonho, contribuindo para meu desenvolvimento profissional e pelo apoio, sem o qual nada disso seria possível;

Ao amigo Ricardo Pinto Nogueira pela compreensão e colaboração, ao longo desta trajetória, tornando possível a conclusão deste curso;

Ao professor e orientador Léo da Rocha Ferreira pela paciência, estímulo e atenção durante a elaboração deste estudo, revisando os textos e enriquecendo-os com robustas sugestões, sem o qual não seria possível realizá-lo;

Ao professor Gerson Lachtermacher pela atenção e apoio, dedicando diversos momentos a fim de me transmitir conhecimentos, e por ter delineado, juntamente comigo, os rumos desta dissertação, cruciais para o seu desenvolvimento e conclusão;

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Econômicas, pelos conhecimentos adquiridos;

Aos meus colegas de mestrado por dividirmos momentos de incertezas e alegrias;

Aos demais amigos da BOVESPA, pelo carinho com que me receberam e agradável convivência dentro e fora do trabalho.

"A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original."

Albert Einstein

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS	xii
LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE TABELAS	xiii
LISTA DE ANEXOS	xiv
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	xviii
1.1. O problema e sua relevância.....	19
1.2. Objetivos.....	20
1.3. Estrutura do Trabalho	22
2. REVISÃO DA LITERATURA	25
3. VOLATILIDADE	29
3.1. Definições Básicas.....	30
3.2. Tipos e Características.....	32
3.3. Estimando a Volatilidade	33
3.3.1. Estimador não viesado de mínima variância uniforme	35
3.3.2. Estimador de máxima verossimilhança	36
3.3.3. Estimador de média móvel exponencialmente ponderada	37
3.3.4. ARCH.....	39
3.3.5. GARCH	41
3.4. Previsão de Volatilidade.....	42
3.4.1. Previsão de Volatilidade Histórica	43
3.4.2. Volatilidade Implícita.....	45
3.4.3. Volatilidade Implícita <i>versus</i> Volatilidade Histórica	46
4. TAXA DE CÂMBIO.....	48
4.1. A importância da taxa de câmbio	48
4.2. Regime cambial	50
4.3. Evolução da política cambial brasileira.....	51
4.4. Impacto da volatilidade da taxa de câmbio sobre o mercado.....	68
5. OPÇÕES.....	71

5.1. Conceito e tipos de opções	72
5.2. Classificação das opções e suas características	73
5.3. Contrato de Opção <i>versus</i> Contrato Futuro	76
5.4. Valores que influenciam no preço de uma opção	77
5.4.1. Preço do ativo-objeto	77
5.4.2. Preço de exercício da opção	78
5.4.3. Prazo de vencimento da opção	78
5.4.4. Taxa de juro livre de risco	79
5.4.5. Volatilidade do preço do ativo-objeto	79
5.4.6. Smile de volatilidade	81
5.5. Modelo de Black & Scholes	82
5.6. Redes Neurais Artificiais	89
5.6.1. Introdução	91
5.6.2. Histórico	92
5.6.3. O Neurônio Artificial	97
5.6.4. Função de Ativação	100
5.6.5. Topologia das Redes Neurais Artificiais	103
5.6.6. Arquitetura	107
5.6.7. Processo de Aprendizagem	109
5.6.8. Redes <i>Multilayer Perceptron</i>	112
5.6.9. Algoritmo Backpropagation	113
5.6.10. Conclusão	119
6. METODOLOGIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS EMPÍRICOS	121
6.1. Introdução	121
6.2. Dados	122
6.2.1. Ajustes no preço de exercício	123
6.2.2. Tempo até o vencimento da opção	124
6.2.3. Volatilidade do preço da ação	124
6.2.4. Taxa de juro livre de risco	125
6.2.5. Taxa de câmbio	125
6.3. Definição do modelo de Redes Neurais	126
6.3.1. Fases para o desenvolvimento de uma Rede Neural Artificial	126

6.3.2. Análise de modelos de Redes Neurais.....	128
6.4. Arquitetura da Rede Neural.....	131
6.5. Comparação entre os modelos.....	132
6.5.1. Grupo de previsão.....	132
6.5.2. Grupo de treinamento.....	134
6.6. Análise dos Resultados Empíricos.....	135
6.6.1. Modelo Black & Scholes <i>versus</i> Redes Neurais Artificiais.....	136
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	145
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	149

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
BACEN	Banco Central do Brasil
BIRD	Banco Internacional de Reconstrução e Desenvolvimento
BM&F	Bolsa de Mercadorias & Futuros
BMS	Black-Merton-Scholes
BOVESPA	Bolsa de Valores de São Paulo
CETIP	Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos
DI	Depósito Interfinanceiro
FMI	Fundo Monetário Internacional
GARCH	<i>General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras
ITM	<i>In the money</i>
LTF	Letra do Tesouro Federal
MERCOSUL	Mercado Comum do Sul
MLP	<i>Redes Multilayer Perceptron</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
OTM	<i>Out of the money</i>
PN	Ações Preferenciais Nominativas
RNA	Redes Neurais Artificiais
URV	Unidade de Referência de Valor

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo de McCulloch e Pitts (1943).....	98
Figura 2 – Modelo de um Neurônio Artificial.....	99
Figura 3 – Rede Neural Artificial Não-Recorrente	104
Figura 4 – Rede Neural Artificial Recorrente	105
Figura 5 – Modelo de uma Rede Neural de camada única.....	107
Figura 6 – Modelo de uma Rede Neural de múltiplas camadas	108
Figura 7 – Rede Neural Artificial <i>Multilayer Perceptron</i>	112
Figura 8 – Fases do desenvolvimento de uma Rede Neural Artificial.....	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estimativas para a volatilidade da Cia Vale do Rio Doce (Vale PN).....	44
Tabela 2 – Grupos de <i>moneyness</i> das opções e suas características.....	75
Tabela 3 – Efeitos no valor da opção	82
Tabela 4 – Parâmetros considerados no processo de construção e avaliação das Redes Neurais.....	131
Tabela 5 – Séries de opções escolhidas para apreçamento pelas RNA's e Black & Scholes.....	133
Tabela 6 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais	136
Tabela 7 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções no preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais	138
Tabela 8 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais	139
Tabela 9 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$	140
Tabela 10 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções no preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$.....	141
Tabela 11 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$.....	142
Tabela 12 – Número de acertos entre B&S/RNA e RNA/RNA_US\$.....	143

LISTA DE ANEXOS

- ANEXO 1 - Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de abril *out the money* com modelo de RNA_US\$ na qual se aplicou o corte do *early stopping* quando a linha de treinamento cortou a linha de validação..... 154
- ANEXO 2 – Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de fevereiro *in the money* com modelo de Rede Neural Artificial na qual foi aplicado o corte do *early stopping* uma vez que as duas linhas de validação e treinamento tendiam ao infinito paralelamente. 155
- ANEXO 3 – Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de janeiro *out the money* com modelo de RNA_US\$ onde ocorre a convergência das linhas de validação e treinamento. 156
- ANEXO 4 - Tela *Training Track Board* do *software Neural Net Analyzer* na qual foram definidos para cada grupo de cada vencimento os parâmetros de treinamento da Rede Neural Artificial e a topologia utilizada, demonstrando o resultado através do erro quadrado mínimo na saída (MSE *on out put*), após o treinamento de 50.000 épocas, para uma série de janeiro, fora do preço, sem a variável Dólar. 157
- ANEXO 5 – Tela *Training Track Board* do *software Neural Net Analyzer* na qual foram definidos para cada grupo de cada vencimento os parâmetros de treinamento da Rede Neural Artificial e a topologia utilizada, demonstrando o resultado através do erro quadrado mínimo na saída (MSE *on out put*), após o treinamento de 100.000 épocas, para uma série de fevereiro, no preço, com a variável Dólar 158

A IMPORTÂNCIA DA VOLATILIDADE NO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO

Autor: **CARLOS ALBERTO ARAGÓN DE PLANAS**

Orientador: Prof. **LÉO DA ROCHA FERREIRA**

Co-orientador: Prof. **GERSON LACHTERMACHER**

RESUMO

A presente dissertação tem por objetivo verificar a influência da volatilidade da taxa de câmbio no cálculo do apreamento de opções através da técnica das Redes Neurais, posto não ser possível a aplicação desta variável no Modelo de Black & Scholes em razão das limitações por este apresentadas. Para tanto, utilizou-se séries históricas das ações preferenciais da empresa Telemar Participações S.A., correspondentes ao período de 02 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, obtidos diretamente da Bolsa de Valores de São Paulo. Dentre as variáveis utilizadas somente a volatilidade precisou ser estimada, utilizando-se para isso o tipo da volatilidade histórica sendo a forma de estimação o estimador não viesado de mínima variância uniforme. Propôs-se o desenvolvimento de uma Rede Neural *feedforward*, multicamada, com algoritmo de treinamento *backpropagation* para realizar a previsão de preços das opções da empresa analisada. O modelo desenvolvido apresentou, em seus resultados, estimativas de retornos aproximadas dos valores reais, principalmente quando acrescentada a taxa de câmbio, confirmando a assertiva de que as Redes Neurais são superiores ao Modelo Black & Scholes no apreamento de opções. Em suma, a inclusão da variável cambial na técnica das Redes Neurais acarreta melhora no apreamento de opções ativo, devendo ser levada em consideração.

**A IMPORTÂNCIA DA VOLATILIDADE
NO MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO**

Autor: **CARLOS ALBERTO ARAGÓN DE PLANAS**

Orientador: Prof. **LÉO DA ROCHA FERREIRA**

Co-orientador: Prof. **GERSON LACHTERMACHER**

ABSTRACT

1. INTRODUÇÃO

A volatilidade, tema muito bem difundido nos mercados dos países mais desenvolvidos e de recente aplicabilidade no mercado financeiro brasileiro, permite analisar o risco de determinados mercados e auxiliar a determinação de preços de derivativos, principalmente de opções.

Estudos em finanças afirmam que em países onde a volatilidade é baixa, o risco e o retorno também tendem a ser baixos.¹ Esta afirmativa não é necessariamente verdadeira quando se trata do mercado financeiro brasileiro, em que as taxas de juros são altíssimas.

Neste contexto, cumpre destacar, por oportuno, que o conceito de risco se difere do conceito de volatilidade. Entendida por alguns como desvio padrão dos retornos de determinados ativos, a correta estimativa da volatilidade auxilia o investidor no gerenciamento de risco, na negociação de opções, no desenvolvimento de novos produtos e na determinação de preços de derivativos de forma geral. A volatilidade é, portanto, o parâmetro matemático que calcula a incerteza dos mercados. Sem volatilidade não há retorno e, claro, sem oscilação dos mercados a oportunidade de ganhos é extremamente limitada.

Alexandre Bourgeois (2005) afirma que, “no Brasil, o mercado tende a considerar eventos prováveis como certos e eventos extremamente improváveis como impossíveis.” Para ele, “temos várias provas, no mínimo uma vez por ano, que o improvável torna-se bastante possível”. E esclarece que,

¹ Sobre o assunto, ver Pinheiro (1996).

“risco é definir qual é o valor fixo em reais que você pretende perder numa posição – antes de sair dela, espera-se. Devolver parte do lucro para salvar o restante não é risco, é volatilidade. Volatilidade existe, faz parte de nossas vidas e permite oportunidade de ganhos maiores que a média.” (BOURGEOIS, 2005)

Dados disponíveis sobre determinado ativo auxiliam o investidor na análise da melhor opção de investimento, permitindo que escolha aquele com maior retorno dentre os que possuem a mesma volatilidade, ou os que têm menor volatilidade dado o mesmo retorno.

Assim, dependendo dos objetivos, dívidas e prazos dos seus investimentos, mercados voláteis não representam necessariamente um grande risco. Mas, frisa-se que ao escolher um determinado investimento, o que importa é analisar não apenas a dimensão dos retornos potencialmente esperados, mas também os riscos potencialmente envolvidos.

Atualmente o Brasil possui uma das mais altas taxas de volatilidades no mercado financeiro mundial, apesar de sua constante queda devido à sua maior estabilidade econômica. Sua importância é indiscutível para o desenvolvimento do mercado de capitais do Brasil e do mundo e tem sido cada vez mais analisada e estudada por pesquisadores.

Sabe-se que alterações políticas afetam a volatilidade em um país, o que poderá gerar maior instabilidade no mercado e a conseqüente redução de investimentos. Nos últimos anos, o Governo Brasileiro vem dispensando contínuos esforços para diminuir a sensibilidade das variáveis macroeconômicas em relação a choques externos e cumprir as metas de inflação, a fim de transmitir segurança ao mercado e contribuir para o estímulo ao investimento e crescimento econômico do país.

1.1. O problema e sua relevância

A regra geral é que quanto maior o risco de um investimento, maior será o retorno demandado pelo investidor, ou seja, quanto maior a volatilidade, maior o risco. Neste sentido, a preocupação com as oscilações no mercado financeiro e a recente importância dispensada ao estudo da volatilidade se tornam claras e justificáveis.

Neste contexto, uma das formas de demonstrar a importância da volatilidade é através da análise do apreçamento de opções, razão pela qual passou a ser objeto de estudo de várias pesquisas.²

Ressalta-se, por oportuno, que o apreçamento de opções é tarefa importante para a definição do comportamento do mercado de opções, exercendo influência sobre as operações de *hedge*³, especulação e arbitragem.

Assim, no intuito de resolver o problema do apreçamento de opções e demonstrar a importância atual da volatilidade no mercado financeiro, foi desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes (1973) o modelo de determinação de preços de opções chamado Black & Scholes, um dos mais utilizados em Finanças.

Neste modelo, caracterizado pela facilidade de utilização, o preço de uma opção não depende do valor esperado da ação, mas exclusivamente da volatilidade da ação a que ela se refere.

No entanto, alguns de seus pressupostos não foram confirmados na prática, o que levou a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado.

² Opções são valores mobiliários derivativos que conferem ao seu titular o direito de comprar ou vender um ativo a um preço futuro predeterminado, conforme será visto no capítulo 5 do presente estudo.

³ Operação que protege o investidor contra variação brusca das cotações.

Houve, assim, a necessidade de um modelo alternativo que demonstrasse reais resultados no cálculo do apuração de opções. Neste sentido, a utilização de Redes Neurais surge como importante alternativa aos modelos já propostos, principalmente se considerarmos a dificuldade em especificar um modelo de apuração de opções que estabeleça, satisfatoriamente, as relações entre as diferentes variáveis envolvidas.

As Redes Neurais desenvolvem modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos do problema, por meio de um processo de aprendizagem. Logo são capazes de extrair as relações entre as diferentes variáveis do problema de forma empírica, facilitando a descoberta dessas relações.

Sendo assim, a aplicação das Redes Neurais no apuração de opções, a ser apresentada neste estudo, despertou o interesse de pesquisadores de diferentes áreas. Trabalhos analisados sobre o tema são convergentes ao concluir que a técnica das Redes Neurais é uma importante ferramenta para a compreensão do mercado de opções. No entanto não foram encontrados estudos sobre a inclusão da taxa de câmbio nesta técnica e sua influência no apuração de opções, despertando o interesse para o presente estudo.

Dessa forma, considerando que a volatilidade é importante não só para apurar opções, mas também como medida de risco, torna-se necessária uma maior compreensão do tema a fim de buscar maior retorno no mercado nacional.

1.2. Objetivos

Um dos objetivos deste estudo é verificar se a utilização de um modelo do apuração de opções, baseado nas técnicas de Redes Neurais, é capaz de superar os

resultados do Modelo de Black & Scholes na determinação de preços de opções mais condizentes com os preços realmente verificados no mercado brasileiro e se a volatilidade da taxa de câmbio tem alguma influência nesse cálculo.

Seus objetivos específicos são:

- Avaliar os estudos realizados por pesquisadores e seus respectivos resultados (revisão da literatura recente);
- Comparar os estudos apresentados e a visão de cada um deles;
- Especificar o conceito de volatilidade, bem como seus diferentes tipos, e sua importância no mercado financeiro brasileiro.
- Utilizar a técnica das Redes Neurais no apuração de opções, como melhor modelo para a tomada de decisões;
- Validar o modelo proposto, comparando-o ao Modelo de Black & Scholes;
- Analisar a volatilidade da taxa de câmbio no modelo proposto, no período determinado.

Os resultados da fórmula final para o apuração de opções, deverão mostrar se o preço da opção depende ou não da volatilidade do câmbio.

Enfim, este estudo deverá explicar a importância da volatilidade, avaliando seus efeitos no mercado financeiro como um todo e enfatizando que com eventuais modificações na política nacional ou internacional haverá alterações econômicas diversas como consequência de variações do risco-país.

Procura-se, assim, contribuir para o desenvolvimento da teoria das opções e na ampliação do conhecimento sobre o mercado financeiro brasileiro, na medida em que

será apresentado testes empíricos à partir de dados recentes, não analisados anteriormente e que se tornam objeto do presente trabalho.

Dessa forma, demonstraremos que devido à capacidade de desenvolver modelos matemáticos intrínsecos a partir de dados empíricos, as Redes Neurais são utilizadas em situações reais para as quais a dedução de modelo representativo é tarefa complexa.

1.3. Estrutura do Trabalho

Esta dissertação está organizada em oito capítulos, ordenados de forma cronológica por assunto.

O primeiro capítulo compreende uma introdução do tema escolhido, ou seja, uma abordagem geral do assunto, demonstrando sua importância e utilidade no atual mercado financeiro nacional e internacional. Os objetivos também são apresentados e descritos neste capítulo.

O segundo capítulo apresenta uma revisão dos estudos anteriores sobre o assunto, que são de extrema importância na defesa da utilização das Redes Neurais como melhor modelo para o apreçamento de opções.

O terceiro capítulo aborda, especificamente, a volatilidade: conceituando, definindo, estimando e previsionando-a, e esclarecendo sua importância e finalidade.

O quarto capítulo relata breve estudo sobre a taxa de câmbio, apresentando a evolução histórica da política cambial brasileira e seu impacto sobre a variabilidade da taxa de câmbio.

Já o quinto capítulo trata do mercado de opções, explicando seu funcionamento, a que e a quem se destinam e suas características. Apresenta ambos os modelos já

utilizados no apreçamento de opções, o Modelo Black & Scholes e o das Redes Neurais, definindo-os e demonstrando suas premissas básicas. Neste capítulo cada modelo será analisado separadamente, facilitando a compreensão e a percepção da diferença entre eles.

Importante destacar que, para construir o modelo de apreçamento de opções utilizando as Redes Neurais e compará-lo com o Modelo tradicional Black & Scholes foram utilizadas séries históricas das ações preferenciais da empresa Telemar Participações S.A., com registro de negociação de seus valores mobiliários na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA).

Os dados relacionados às opções utilizados são: o preço do ativo-objeto, o preço de exercício, o tempo até o vencimento, a volatilidade do preço do ativo-objeto e a taxa de juro livre de risco. Para tanto foi aplicada a volatilidade histórica do preço da ação utilizando o estimador não viesado de mínima variância uniforme já que o foco deste estudo é analisar a influência da taxa de câmbio no apreçamento de opções.

Salienta-se que esses dados correspondem ao período de 02 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006 e foram obtidos diretamente da BOVESPA. Já os dados relativos às séries históricas das taxas de câmbio utilizados no estudo da volatilidade e os relativos à taxa de juro livre de risco, foram obtidos através do Banco Central do Brasil e do CETIP, respectivamente.

Os resultados desta pesquisa visam demonstrar a superioridade do modelo baseado em Redes Neurais, em comparação com o Modelo Black & Scholes, no apreçamento de opções fora do preço (*out-of-the-money*), no preço (*at-the-money*) e dentro do preço (*in-the-money*), conforme comentado anteriormente, bem como verificar se o câmbio afeta no cálculo do preço teórico da opção.

Assim, no sexto capítulo, é feita uma análise comparativa dos modelos anteriormente estudados, comentando suas diferenças e demonstrando o porquê da escolha do modelo das Redes Neurais para o apreçamento de opções e qual o impacto da variabilidade do câmbio adicionado ao modelo proposto.

No penúltimo capítulo são apresentadas as considerações finais do presente trabalho, tecendo comentários conclusivos do estudo realizado, como fruto da aprendizagem adquirida no presente curso, bem como recomendações para futuras pesquisas.

Por fim, no oitavo capítulo, como não poderia deixar de ser, é apresentada a bibliografia utilizada, cruciais na formulação do tema e desenvolvimento do estudo.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Desenvolvido em conjunto por Fischer Black e Myron Scholes (1973), o Modelo então denominado Black & Scholes foi o precursor das teorias de valorização para determinar o preço ou prêmio de opções de compra e venda européias sobre ações sem dividendos, sendo considerado um dos modelos mais utilizados e de maior sucesso em finanças.

No entanto, apesar do sucesso inicial, que se justifica pela facilidade de sua aplicação, na prática algumas de suas premissas não foram constatadas, ocorrendo, em determinadas situações, diferenças significativas entre os valores calculados mediante o modelo e os realmente verificados no mercado.

Dessa forma, várias foram as tentativas em construir um modelo que conseguisse alcançar um resultado condizente com a realidade. Hull e White (1987), Scott (1987), e Wiggins (1987) desenvolveram um modelo de volatilidade estocástica, em que a volatilidade do preço da ação é considerada incerta. Geske (*apud* Hull, 1998), desenvolveu em 1979 um modelo baseando-se na idéia de que a ação de uma empresa alavancada pode ser considerada uma opção de compra sobre o valor da empresa, contrariando a hipótese de mudança contínua dos preços da ação.

Segundo Hull (1998), em 1973 Merton propôs um modelo que substituíria a taxa de juro do Modelo Black & Scholes por uma taxa de juro, $R(t, T)$, de um título sem risco, que vence no mesmo instante T do vencimento da opção; além de realizar mudanças no cálculo da volatilidade.

De acordo com Freitas (2002), em 1976, Merton, e posteriormente, Cox, Ross e Rubinstein (1979), desenvolveram modelos baseados em comportamento dos preços das ações, caracterizados por saltos ou descontinuidades.

Outra alternativa ao Modelo de Black & Scholes foi apresentada em 1994, por Rubinstein, Derman e Kani, e Dupire, que consiste na construção de árvores binomiais ou trinomiais ajustadas aos preços observados na data da análise, o que permite prever o comportamento da volatilidade futura, conforme comenta Adler (1999).

Neste contexto, Freitas (2002) relata os modelos citados por Bakshi, Chao e Chen, em 1997, como o modelo de taxa de juro estocástica de Amim e Jarrow (1992), os modelos de difusão por saltos/saltos puros de Bates (1996) e de Madan e Chang (1996), o modelo de elasticidade constante da volatilidade de Cox e Ross (1976), os modelos Markovianos de Ait-Shalaia e Lo (1996), os modelos de volatilidade estocástica de Heston (1993), Melino e Turnbull (1990, 1995), Stein and Stein (1991), os modelos de volatilidade estocástica e taxa de juro estocástica de Amin e NG (1993), Bailey e Stulz (1989), Bakshi e Ghen (1997a,b) e Scott (1997) e os modelos de difusão por salto da volatilidade estocástica de Bates (1996a,b) e Scott (1997). Segundo ele, Bakshi, Chao e Chen desenvolveram um modelo de avaliação de opções europeias que inclui outros modelos de apreçamento como casos especiais às equações propostas.

De acordo com Hull (1998), além dos procedimentos numéricos que envolvem o uso de árvores, como o proposto por Cox, Ross e Rubinstein, em 1979, também são utilizados na avaliação de opções o método de diferenças finitas e a simulação de Monte Carlo. Segundo ele, na avaliação de derivativos utilizando o método de diferenças finitas, a equação diferencial satisfeita pelo derivativo é convertida em equações de diferença, que são resolvidas iterativamente. No caso da simulação de Monte Carlo, são

geradas amostras das diferentes trajetórias que podem ser seguidas pelas variáveis que influenciam o preço do derivativo. Conforme comenta Freitas (2002), a estimativa do preço da opção será a média aritmética dos retornos calculados para cada trajetória e descontada a taxa de juro livre de risco.

Importante destacar que alguns modelos citados foram aplicados no mercado de opções brasileiro, como o método de árvores binomiais implícitas, proposto por Rubinstein (1994) e analisado por Adler (1999), utilizando os preços de opções dos recibos de Telebrás no período de 2 de março a 16 de abril de 1999. Comparado ao Modelo de Black & Scholes, não se pôde chegar a nenhuma conclusão quanto à superioridade de um método sobre o outro, devido às pequenas diferenças obtidas; o modelo genérico proposto por Bronstein (1999) para avaliação de preços de opções contemplando processos de difusão e salto, fazendo-se uma analogia com dividendos concluiu-se, através dos resultados obtidos para o período posterior à crise cambial de janeiro de 1999, que “para as opções fora do preço, o modelo não apresenta diferença significativa em relação aos preços de mercado e supera o Modelo de Black & Scholes”.⁴

Outro estudo comparativo foi realizado por Vitiello Júnior (1998) com os modelos de Black & Scholes e o de Cox e Ross em 1996. Neste, foram avaliadas todas as opções lançadas na BOVESPA durante o período de outubro de 1994 a junho de 1997 e concluiu que o segundo se ajustou melhor às opções dentro do preço e o primeiro às opções fora do preço e no preço.

Vargas e Pisciotto (1999) realizaram um estudo baseado em uma opção sobre recibo da Telebrás com vencimento em 08 de fevereiro de 1999 utilizando os métodos

⁴ Ver Adler (1999).

de árvores trinomiais e o Modelo de Black & Scholes. A partir dos resultados obtidos, concluíram que o método de árvores trinomiais mostrou ser eficiente e compatível com o Modelo de Black & Scholes.

Nota-se, assim, que já foram apresentadas várias alternativas para o apreçamento de opções visando substituir o Modelo Black & Scholes e obter resultados condizentes com a realidade do mercado. Atualmente as Redes Neurais vem sendo o método utilizado para apreçar opções em razão dos resultados obtidos, conforme será visto adiante.

3. VOLATILIDADE

Conforme comentado anteriormente, a volatilidade pode ser entendida como a dispersão de dados em torno de seu valor esperado. Logo, pode-se dizer que a volatilidade representa uma medida de risco. Neste sentido, torna-se imprescindível estimá-la a fim de se decidir a alocação de recursos.

Entretanto, tal fato não é tão fácil quanto parece em razão da ausência de estudos pacíficos quanto ao modelo que deve ser utilizado para estimar a volatilidade e que seja capaz de obter resultados condizentes com os verificados no mercado. Até porque, sabe-se que existe uma gama de métodos elaborados por pesquisadores e que diferentes modelos de volatilidade podem resultar em estimativas consideravelmente diferentes.

Importante esclarecer que, até meados dos anos 80, pesquisadores e analistas financeiros usavam modelos nos quais a volatilidade era assumida constante no longo prazo. Posteriormente, verificou-se que a volatilidade pode variar consideravelmente ao longo do tempo, afinal possui como causa diversos fatores, tais como o fluxo de informações, antecipadas ou não-antecipadas, e o processo de negociação dos ativos, dentre outros. Assim, quanto mais incerto estiver o mercado frente a crises ou fato exógenos, mais os preços dos ativos tendem a variar, implicando em maiores possibilidades de ganhos ou perdas, diante do alto risco assumido.

3.1. Definições Básicas

Inicialmente, é necessário esclarecer determinados conceitos a fim de facilitar a compreensão e análise de se estimar a volatilidade como desvio padrão dos retornos de determinados ativos.

O primeiro conceito elencado por Pinheiro (1996) é o de distribuição normal. Uma variável qualquer, denominada X , segue uma distribuição normal caso sua função densidade de probabilidade seja:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(\frac{-1(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)}, -\infty < x < \infty,$$

onde μ é a média e σ^2 é a variância da distribuição. Ambos são parâmetros de distribuição capazes de representar completamente a distribuição normal.

Importante esclarecer que, a função densidade de probabilidade tem seu pico na média, formato semelhante ao de um sino, e é simétrica com relação a sua média, ou seja, $f(x + \mu), \forall x \in \mathfrak{R}^1$.

O segundo conceito importante para o estudo da volatilidade, e elencado por Pinheiro, é o de desvio padrão. Trata-se da raiz quadrada da variância (σ^2), representada apenas por σ e nos informa qual a probabilidade de um resultado estar a uma determinada distância da média. O desvio padrão de uma distribuição lognormal de preços é definido como sua volatilidade e indicado em percentual.

Costa (1998) explica que “um ativo que exiba volatilidade para x dias igual a 2% é um ativo que, em termos práticos, possui 68% de chance de ser encontrado, findos x dias, entre 2% abaixo ou acima de seu valor mais provável”. Nas palavras de Pinheiro

(1996), “há 68% de probabilidade de um resultado distar um desvio padrão da média”. E afirma que, “dada a simetria da distribuição normal, um valor tem 68% de probabilidade de estar no seguinte intervalo: $\mu \pm \sigma$ ”.

Esta volatilidade mede o nível de oscilação de um mercado, ou seja, “é a medida de risco de um mercado”⁵. Conforme Costa (1998) esclarece, um mercado calmo possui volatilidade baixa, já um mercado agitado, incerto, possui volatilidade alta, e conseqüentemente, retornos maiores em razão do risco assumido pelo investidor.

Assim, quando pensamos em descrições da evolução de variáveis aleatórias no tempo, ou seja, em processos estocásticos, surge a idéia de volatilidade. E, neste sentido, torna-se importante esclarecer, ainda que seja de fácil percepção, que o interesse do presente estudo está direcionado ao processo estocástico, em especial o movimento Browniano.

Conforme bem define Pinheiro (1996), o movimento Browniano é um processo que incorpora a idéia de movimentos puramente aleatórios, capturados por uma distribuição normal. No entanto, ainda que interessante por suas características⁶, o movimento Browniano não é adequado para preços, mas somente para retornos. Para obter melhor resultado na análise do comportamento de preços sugere-se o processo de difusão, no qual as variações nos preços são aleatórias, apesar de possuírem uma tendência definida.

O processo de difusão pode ser definido da seguinte forma⁷:

⁵ Ver Costa (1998).

⁶ Pinheiro (1996) afirma que o movimento Browniano satisfaz duas suposições básicas: os retornos de um determinado ativo seguem uma distribuição normal e de que mudanças nos preços são independentes umas das outras. Para ele, mercado eficiente é aquele onde o preço de um ativo incorpora toda informação disponível, o que faz com que as mudanças nos preços sejam imprevisíveis.

⁷ dz representa o movimento Browniano;

α representa a tendência; e

β é o chamado termo de volatilidade, que neste caso depende de t e X .

$$dX = \alpha(X, t)dt + \beta(X, T)dz$$

Pinheiro (1996) destaca o seguinte modelo como o mais comum para preços de ativos:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sigma_t dz,$$

onde dS_t/S_t é o retorno instantâneo, μ_t a tendência e σ_t é a volatilidade.

Do exposto, chega-se à volatilidade, que nada mais é do que a parte da variação dos preços que não é determinística, pois, frisa-se, é o desvio padrão dos retornos de determinados ativos⁸.

3.2. Tipos e Características

Conforme comentado anteriormente, existem dois tipos de volatilidade: a volatilidade histórica (*historical volatility*) e a volatilidade implícita (*implied volatility*).

A volatilidade histórica de um ativo é determinada à partir de uma estimativa baseada em dados históricos sobre variações do preço do referido ativo, ou seja, depende da escolha de um modelo estatístico a ser aplicado aos dados históricos dos retornos do ativo, que geralmente é um modelo de série de tempo. A volatilidade histórica supõe que cenários passados tenderão a se repetir no futuro. Tal fato é interpretado por analistas como uma desvantagem em relação aos outros tipos de volatilidade.

⁸ Silva (1996) define volatilidade como “a variabilidade no preço do ativo subjacente de um contrato de opção, e é definida como o desvio-padrão do logaritmo do preço do ativo-objeto expressado numa taxa anual”. E afirma que “a expectativa de volatilidade é uma variável usada para a avaliação de preço ou precificação de opções”.

Já a volatilidade implícita é obtida à partir da utilização de um modelo de apreçamento de opções, ou seja, “é aquela que, mantendo os outros dados constantes, devemos substituir no nosso modelo para obter como resultado um preço idêntico ao do mercado de opções”⁹. Possui como principais características o fato do preço de uma opção depender da volatilidade futura esperada ao longo do horizonte de sua maturidade, bem como do modelo teórico de apreçamento de opções a ser utilizado. Logo, esta pode variar dependendo das características da opção que estiver sendo analisada. No entanto, ainda que aparentemente satisfatória, suas características são interpretadas por muitos como certa desvantagem, ao depender da precisão do modelo em uso, afinal se este apresentar defeitos interferirá no cálculo da volatilidade implícita.

Nota-se, assim, que a volatilidade não é diretamente observável no mercado, podendo obter diferentes estimativas em ambos os casos. Logo, a volatilidade somente poderá ser estimada e prevista no contexto de um modelo.

3.3. Estimando a Volatilidade

É de suma importância esclarecer, em princípio, que a volatilidade refere-se a um lapso temporal que pode ser expresso em qualquer unidade de tempo, seja ele em dia (volatilidade-dia), mês (volatilidade-mês), ano (volatilidade-ano) e período (volatilidade-período). Sendo assim, para estimar a volatilidade deve-se inicialmente definir o intervalo de tempo a ser analisado, ou seja, se fechamento diário, semanal, mensal, etc.

⁹ Ver Pinheiro (1996).

Ressalta-se, por oportuno, que após o cálculo da volatilidade para a periodicidade da série escolhida (diária, por exemplo) pode-se converter o número calculado para uma outra unidade de medida conveniente (volatilidade-ano, por exemplo) utilizando-se a seguinte expressão¹⁰:

$$\sigma(\text{anual}) = \sqrt{252} \times \sigma(\text{dia})\%a.a.$$

Nas palavras de Silva (1996), “para calcular a volatilidade, o desvio-padrão é multiplicado pela raiz quadrada do período escolhido”. Segundo ele, tal procedimento “é importante, pois na avaliação dos riscos, a incerteza sobre o preço do ativo aumenta com a raiz quadrada do tempo no futuro que estamos considerando, e esse aumento não é linear”.

Conforme visto no tópico anterior, a volatilidade implícita depende do modelo de apreçamento de opções que estiver sendo utilizado e das características da opção. Trata-se, na verdade, de um indicador da estimativa do mercado com respeito a volatilidade futura média do dia em que foi colhido o preço da opção até o vencimento da mesma. Logo, pode ser considerada como uma previsão de volatilidade.

Já a volatilidade histórica, como o próprio nome diz, se baseia em um histórico de variação de preços, sendo este utilizado para sua estimativa. Ou seja, quando se utiliza o critério da volatilidade histórica na estimação da volatilidade, está sendo aceita a hipótese de que os dados passados têm relevância no que deve ocorrer com o comportamento do ativo objeto no futuro.

¹⁰ Para calcular o desvio padrão equivalente, considera-se que existem 252 dias úteis no ano. Tratando-se de retornos semanais é necessário multiplicar o σ (semanal) obtido por $\sqrt{52}$ e no caso de σ (mensal) o resultado deve ser multiplicado por $\sqrt{12}$, tendo em vista que o ano possui 52 semanas ou 12 meses.

Dessa forma, ao estimar a volatilidade está-se referindo a volatilidade histórica posto inexistir sentido na utilização desta terminologia para a volatilidade implícita.

Existem várias formas de se alcançar o objetivo aqui desejado. Em decorrência, o presente estudo vai se ater a 5 (cinco) delas, quais sejam: estimador não viesado de mínima variância uniforme, estimador de máxima verossimilhança, estimador de média móvel exponencialmente ponderada, ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e, por último, GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*).

Aqui, vale citar as palavras de Lemgruber (1992):

“a procura por melhores estimadores para a volatilidade tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores, que argumentam que a perda de simplicidade é compensada pelo ganho de eficiência.”

3.3.1. Estimador não viesado de mínima variância uniforme

Conforme comentado anteriormente, inicialmente faz-se necessário definir a frequência de nossa série. Sendo assim, em razão deste trabalho ter como foco o mercado financeiro, optou-se por trabalhar com dados diários de fechamento.

Seguindo as orientações feitas por Pinheiro (1996), definido o intervalo de tempo a ser analisado, escolheu-se a quantidade de observações que serão usadas¹¹.

¹¹ Em seu estudo, Lemgruber (1992) comenta que alguns analistas contestam o uso de pesos iguais para as observações (retornos) incluídas no cálculo da volatilidade, argumentando que deve-se ser dada maior importância às informações mais recentes. E ensina: “uma maneira usual de distribuir esses pesos é assumir um crescimento exponencial contínuo partindo-se da observação mais antiga até a mais recente”. Para Costa (1998), a quantidade de observações que se utiliza para calcular o desvio-padrão depende do estilo de cada operador e de seus objetivos.

Dessa forma, a estimativa do desvio padrão dos retornos é representada pela seguinte equação:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n-1}}$$

Sendo esta a raiz quadrada do estimador não viesado de mínima variância uniforme, donde, “ n ” será o número de observações de retornos; como consequência, tem-se “ $n - 1$ ” como observações de preços; “ r_i ” como o i ésimo retorno e “ \bar{r} ” como a média dos retornos.

3.3.2. Estimador de máxima verossimilhança

Partindo da equação apresentada acima e utilizando as mesmas variáveis, pode-se chegar ao estimador de máxima verossimilhança do desvio-padrão dos retornos, na forma a seguir:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n}}$$

Pinheiro (1996) realizou uma análise prática com este estimador utilizando dados diários de fechamento de mercado de preços da Petrobras PN e verificou que é extremamente importante que a escolha de n seja apropriada, ainda que tal escolha não seja fácil, tendo em vista que esta influencia de forma sobremaneira na estimativa

obtida¹². Outro ponto notado e que requer atenção é o fato de que ao aumentar o número de observações a estimativa fica mais suave, mas em contrapartida, falha em responder rapidamente o movimento nos preços.

Sendo assim, Pinheiro (1996) conclui que “a diminuição do número de observações pode acarretar perda de precisão”. E finaliza afirmando que “não existe nada como um n ótimo que possibilite respostas rápidas a movimentos bruscos nos preços e que ao mesmo tempo, encampe um número razoável de observações, dando precisão à estimativa”. No entanto, a escolha é feita pelo próprio usuário e de acordo com seu interesse.

Assim, visando resolver o problema acima, apresentado pelo estimador de máxima verossimilhança, surgiu o estimador de média móvel exponencialmente ponderada.

3.3.3. Estimador de média móvel exponencialmente ponderada

Considerado um avanço quando comparado aos outros esquemas de ponderação, o estimador de média móvel exponencialmente ponderada “consiste basicamente em designar maior peso para as observações mais recentes”¹³. Possui como objetivo fazer a estimativa reagir de forma mais rápida a movimentos bruscos de preço.

Assim, diferentemente dos demais estimadores, neste o peso das observações diminui com o decorrer do tempo fazendo com que a volatilidade estimada tenha um decaimento gradual.

¹² No exemplo da utilização do estimador de máxima verossimilhança apresentado por Pinheiro foram usados dois n diferentes, 20 e 60 dias úteis. Pinheiro notou que, “como a amostra é igualmente ponderada, uma observação nova, recém-coletada, terá o mesmo peso que a mais antiga de todas”. No entanto, conclui ser importante a realização de observações tendo em vista ser prejudicial sua redução.

¹³ Ver Pinheiro (1996).

A fórmula utilizada para calcular a volatilidade e que representa este estimador é:

$$\sigma_t^2 = \sum_{n=0}^{N-1} w_n (X_{t-n} - \bar{x}_{(t-N-1,t)})^2,$$

onde: $w_n = \lambda^n (1 - \lambda), \quad 0 < \lambda < 1.$

Percebe-se, assim, que o peso alocado para cada observação, representado na equação por " w_n ", depende do fator de decaimento " λ ". Seguindo este raciocínio, quando $N \rightarrow \infty$, temos:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + \lambda(1 - \lambda)(X_t - \bar{x}_{t-1})^2,$$

$$\bar{x}_{t-1} = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i X_{t-1-i}$$

Dessa expressão extrai-se que a cada nova observação as estimativas são refeitas, ou seja, esta fórmula é recursiva. Para chegarmos a σ_1^2 , faz-se necessário definir σ_0^2 , que pode ser feito da seguinte forma:¹⁴

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{k} \sum_{t=0}^{k-1} (X_t - \bar{x}_{(0,k-1)})^2,$$

No entanto, em razão do estimador de média móvel exponencialmente ponderada depender da escolha do fator ótimo de decaimento, tal escolha, que deve ser

¹⁴ $\bar{x}_{(0,k-1)}$ é a média aritmética do tempo t a $k-1$.

baseada numa comparação de estimativas *ex-ante* e *ex-post* de volatilidade, conforme define Pinheiro (1996), não está inserida nos objetivos deste trabalho.

Sendo assim, o próximo passo é o estudo dos processos auto-regressivos mencionados anteriormente.

3.3.4. ARCH

Autoregressive Conditional Heteroskedasticity é um processo auto-regressivo heterocedástico derivado da suposição de que a volatilidade segue um processo AR (de ordem $p[AR(p)]$). Este, na definição de Pinheiro (1996), consiste num processo onde a variável independente é explicada por ela própria, porém defasada de p períodos e representado da seguinte forma:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t,$$

onde y_t é a variável; p é ordem do processo e u_t é chamado de ruído branco, isto é:

$$E(u_t) = 0$$

$$E(u_t u_\tau) = \sigma^2 \text{ para } t = \tau$$

$$E(u_t u_\tau) = 0 \text{ em outros casos.}$$

Na verdade, os modelos ARCH são uma tentativa de aplicar as características de reversão para a média e de autocorrelação da volatilidade para ajudar na sua estimativa.

Assim, para se chegar ao processo ARCH(m), basta supor que u_t^2 segue um processo AR(m), na forma a seguir¹⁵:

$$u_t^2 = k + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_m u_{t-m}^2 + w_t,$$

onde w_t é o novo ruído branco, com as mesmas características de u_t já definidas anteriormente.

Importante destacar que, apesar da variância incondicional ser constante, ou seja, $E(w_t^2) = \lambda^2$, a variância condicional pode variar com o tempo. Dessa forma, o processo não apresentará necessariamente a mesma variância sempre, o que de certa forma pode ser interpretado como um ponto positivo frente ao mercado financeiro, afinal ativos mais voláteis, com altas variâncias, são capazes de proporcionar maiores retornos aos investidores, compensando assim o risco por estes assumido. Até porque, agentes avessos ao risco exigem uma compensação em termos de retorno, de acordo com o grau de risco do ativo.

Por fim, se considerar:

$$u_t = \sqrt{\sigma_t^2} \times v_t,$$

onde $\{v_t\}$ é uma variável aleatória independente identicamente distribuída com média zero e variância um, tem-se:

¹⁵ Trata-se de um processo autoregressivo de heterocedasticidade condicional de ordem m .

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^n \alpha_i u_{t-i}^2$$

como um processo ARCH.

Segundo analistas, os modelos ARCH são superiores em precisão quando comparados ao estimador de máxima verossimilhança, em decorrência da falta de precisão e da ausência de respostas suficientemente rápidas. Nas palavras de Pinheiro (1996), “os modelos ARCH parecem responder mais rapidamente a “observações de choque” (bruscas variações nos preços com reflexo sobre a volatilidade)”.

3.3.5. GARCH

Os modelos GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) são uma generalização dos modelos ARCH. Diferenciam-se destes últimos por permitirem uma memória mais longa e uma estrutura de defasagens para a variância mais flexível. São também utilizados para entender a relação entre a volatilidade e os retornos esperados.

De acordo com Souza Sobrinho (2004), os modelos GARCH apresentaram ligeira superioridade em relação aos modelos de volatilidade estocástica, mesmo ambos terem alcançado seus objetivos com “razoável robustez”, quando aplicados na extração de volatilidade a uma série do Ibovespa durante a vigência do Plano Real.

Estudos demonstram que uma vez satisfeitas as restrições paramétricas, o modelo GARCH não apresenta problemas como distribuição incondicional degenerada dos retornos, persistência unitária da volatilidade e não-reversão à média.¹⁶

Uma versão simplificada de um processo GARCH pode ser expressa da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2.$$

Importante destacar que, de acordo com o estudo realizado por Souza Sobrinho (2004), os métodos geralmente empregados na estimação dos modelos GARCH são o de máxima verossimilhança, sob a hipótese de a taxa de retorno ser distribuída conforme uma normal e o da *quase*-máxima verossimilhança, que prescinde da exata especificação da função densidade da taxa de retorno.

Dessa forma, vale dizer que em razão do seu bom desempenho e parcimônia, o modelo GARCH tornou-se o modelo-padrão da família ARCH tanto em aplicações acadêmicas quanto em aplicações práticas mais sofisticadas.

3.4. Previsão de Volatilidade

Após o estudo da estimativa da volatilidade e dos tipos de volatilidade existentes, fica fácil compreender que o termo “previsão” somente é utilizado para a volatilidade histórica, afinal, como visto, a volatilidade implícita já é por si só um tipo de previsão.

¹⁶ Por exemplo, ver o artigo de Souza Sobrinho (2004).

Assim, como o cálculo da volatilidade é um processo que tenta avaliar estatisticamente o potencial de variação do ativo, entende-se por bem apresentar o passo a passo para o cálculo da volatilidade de um ativo antes de se adentrar em como prever a volatilidade futura.

A primeira decisão a ser tomada é escolher a série de preços do ativo para o período escolhido. Em seguida, calcula-se a variação diária dos preços, através da divisão do preço de fechamento do dia pelo preço de fechamento do dia anterior. A terceira providência é calcular a média das variações através da soma de todas as variações e a posterior divisão deste resultado pelo número de observações em que se realizou o cálculo. A seguir, deve-se calcular a diferença entre cada variação e a variação média. Para cada resultado anterior deverá ser elevado ao quadrado, somados e depois divididos pelo número de observações que compuseram o cálculo menos um. Por fim, extrai-se a raiz quadrada do valor obtido, dando assim o desvio-padrão das variações de preço, ou seja, o quanto a variação de preço pode sair do valor esperado, representando um risco para o investidor.¹⁷

3.4.1. Previsão de Volatilidade Histórica

Para o alcance da previsão da volatilidade futura é imprescindível a existência e o conhecimento de alguns dados de volatilidade, posto aquela ser obtida através da média aritmética dos valores apresentados, conforme dados apresentados na Tabela 1.

¹⁷ Ver Silva (1996).

Tabela 1 – Estimativas para a volatilidade da Companhia Vale do Rio Doce (Vale PN)

<i>n</i> (dias úteis)	Volatilidade (%)
20	35,19
40	31,01
60	31,30
120	28,01
250	28,89

Fonte dos dados: BOVESPA

Nota: Estimativas obtidas em 01/06/2006

Tecendo a média aritmética dos valores apresentados tem-se.:

$$(35,19\% + 31,01\% + 31,30\% + 28,01\% + 28,89\%) / 5 = 30,88\%$$

De acordo com o cálculo apresentado, a volatilidade futura seria de 30,88%.

No exemplo apresentado, as estimativas foram obtidas utilizando o estimador não viesado de mínima variância uniforme. No entanto, este exemplo também é válido para o caso onde as estimativas tenham sido obtidas pelos estimadores de máxima verossimilhança ou de média móvel exponencialmente ponderada, bem como pelos modelos ARCH.¹⁸

Nota-se ainda que o valor obtido é a volatilidade anualizada através da previsão mais simples de ser realizada. Qualquer combinação linear dos valores acima apresentados que atenda a interesses específicos pode ser considerada como uma previsão coerente de volatilidade da Vale PNA. Em poucas palavras, pode-se prever que a volatilidade no período de 40 dias é de 31,01% e assim por diante.

¹⁸ Vide item 3.3 do presente estudo.

3.4.2. Volatilidade Implícita

A volatilidade implícita é obtida através da volatilidade histórica e depende de vários fatores, tais como: o modelo de apreçamento de opções, as características da opção, dentre outros.

Silva (1996) esclarece que, a partir do cálculo da volatilidade histórica assume-se que o prêmio é “conhecido” (através da utilização do prêmio da mais líquida), verifica-se a taxa de juro e o preço de mercado para o ativo subjacente, a data de exercício, e executa-se a fórmula para determinar o nível de volatilidade implícita que carrega o preço de mercado da opção.

Na definição de Pinheiro (1996), “volatilidade implícita é algo como um consenso entre os participantes do mercado sobre qual será a volatilidade de determinado ativo durante a vida restante da opção”. Logo, é utilizada como parâmetro para a negociação da opção.

Costa (1998) adotou uma definição mais técnica ao dizer que

“o nível de risco embutido no prêmio de uma opção é medido pela volatilidade implícita dessa opção, que nada mais é do que o valor de σ que, colocado na fórmula de precificação de Black e Scholes produz como *output* um valor de V igual ao que está sendo negociado no mercado”.^{19 20}

¹⁹ Para o autor, ao detalhar em diferentes tipos a volatilidade estamos ofuscando a simplicidade do fundamento, o que pode nos induzir a erro. Segundo ele, o que importa é conhecer o grau de oscilação atual verificado no mercado do ativo e o grau de oscilação do preço do ativo que vigorará desde a data atual até o vencimento das opções (esta é estimada).

²⁰ Sobre o Modelo Black & Scholes vide capítulo 5, item 5.5 do presente estudo.

Conforme ainda afirma Costa (1998), como a volatilidade implícita é relacionada ao sobrepreço de uma opção, variações da volatilidade implícita de uma opção são variações em reais no preço dessa opção.

Nota-se, assim, que a volatilidade implícita pode ser considerada como uma previsão de volatilidade, na medida em que é um indicador da estimativa do mercado com respeito à volatilidade futura média do dia em que foi colhido o preço da opção até o vencimento da mesma.

3.4.3. Volatilidade Implícita *versus* Volatilidade Histórica

Estudos comparativos entre as volatilidades implícita e histórica concluíram que a primeira tem melhor performance do que a segunda na previsão da volatilidade futura, mesmo contando com possíveis erros de medida e problemas estatísticos, afinal a volatilidade implícita é, como visto, formada a partir de expectativas de mercado a respeito da previsão futura dos preços/volatilidades.

Costa (1998) explica que

“a questão principal sobre utilizar a volatilidade histórica como parâmetro para operações de volatilidade reside em que as opções são sensíveis à volatilidade futura e não à histórica. A volatilidade implícita nos prêmios das opções é uma expectativa do mercado para a volatilidade que S (preço) exibirá entre a data atual e a data de exercício da opção”.

Dessa forma, para um operador o número calculado como volatilidade histórica pode ser de pouca utilidade.

Logo, em um mercado eficiente, onde as informações relevantes encontram-se incorporadas instantaneamente nos preços, a volatilidade implícita é o melhor previsor não-viesado da volatilidade futura.

Conclui-se, assim, que ambos os tipos de volatilidade são formas de estimativas possíveis de volatilidade futura, no entanto a volatilidade implícita apresenta padrões de tendência que podem ser tratadas de alguma maneira semelhante às tendências de preços de ativos e perseguidas mais ou menos pelo operador.

Ressalta-se, por oportuno, que a volatilidade implícita em uma opção pode depender de vários fatores observados empiricamente, posto não figurarem nas fórmulas de apreçamento, nem nos modelos, mas terem seus conceitos conhecidos por todo o mercado, como por exemplo os *smiles* e a volatilidade *intraday*.

Sendo assim, em razão da sua facilidade de aplicação, neste trabalho será utilizada a volatilidade histórica estimada através do estimador não viesado de mínima variância uniforme. Afinal o que se pretende é a validação do modelo proposto e a análise dos impactos da variável cambial no apreçamento de opções, bastando para tanto aplicar o mesmo tipo de volatilidade em ambos os modelos analisados.

4. TAXA DE CÂMBIO

Dado a importância da taxa de câmbio no comércio internacional é essencial verificar sua influência no apreamento de opções. A escolha desta variável se deve à sua influência na economia brasileira²¹ e às suas características próprias, em principal, a volatilidade. Utilizou-se a taxa de câmbio apenas no modelo das Redes Neurais, visto não ser possível seu emprego no Modelo Black & Scholes em razão das limitações apresentadas, que serão abordadas futuramente, em outra parte deste trabalho. Inicialmente, considerou-se demonstrar a importância da taxa de câmbio e os efeitos de sua volatilidade sobre o mercado, bem como a escolha de um regime cambial mais adequado ao país, para em um momento posterior analisar o impacto da volatilidade da taxa de câmbio no apreamento de opções.

4.1. A importância da taxa de câmbio

A taxa de câmbio é uma variável importante na política econômica e no comércio internacional, visto representar uma relação de preço entre duas moedas nacionais.

Existem dois regimes cambiais básicos: a taxa de câmbio fixa que estabelece uma relação fixa entre duas moedas nacionais; e a taxa de câmbio flutuante que é determinada livremente no mercado pela livre interação da oferta e da procura. Desde o advento do regime flutuante no Brasil, as taxas de câmbio têm sido excessivamente voláteis e os desvios de seus valores de equilíbrio persistem ao longo do tempo. A flexibilidade da taxa de câmbio facilita ajustes no balanço de pagamentos, reduzindo a

²¹ Sobre o assunto, ver item 4.3 do presente trabalho.

necessidade de se aumentar o controle de capitais para que se atinja o equilíbrio econômico²². Por outro lado, o regime de câmbio fixo proporciona maior segurança, agilidade e certeza, tendo em vista a existência de uma relação fixa entre duas moedas.

Segundo Ferreira (2004), “a liberação cambial faz parte da ampliação do movimento internacional de capitais. Neste contexto, a política de câmbio flexível passou a ser instrumento essencial à ampliação do movimento de capitais entre países e regiões”.

Vários são os benefícios decorrentes do regime cambial flexível, dentre eles pode-se citar a proteção da economia a choques externos e a potencial independência de ações de política econômica. No entanto, vale destacar que nenhum país adota um regime puro de câmbio flutuante. Na prática, prevalece o regime de câmbio flutuante “sujo”²³ no qual há a interferência do Banco Central para evitar uma excessiva desvalorização ou valorização da moeda.²⁴

A intervenção do Banco Central no mercado cambial pode ser feita de várias formas e seguindo diferentes estratégias. A escolha da melhor delas é de extrema importância e depende de vários fatores, tais como os objetivos da política cambial, a credibilidade do Banco Central e suas restrições institucionais e do volume de reservas cambiais, dentre outros. Neste sentido, Crusius (2003) esclarece que, “os objetivos destas intervenções são defendidos, de maneira geral, como importantes para assegurar uma flutuação ordenada da taxa de câmbio, tendo como base seus fundamentos, e não para defender uma paridade fixa para esta variável”. E continua dizendo que “a rigor,

²² Sobre o assunto, Ferreira (2004) esclarece que “qualquer evento que possa trazer dúvidas sobre o balanço de pagamentos do país, acaba interferindo no mercado de câmbio”. De fato, no regime cambial flutuante, um desequilíbrio no balanço de pagamentos pode incidir na desvalorização da moeda local.

²³ Neste sistema, também chamado de regime de flutuação administrada, as cotações podem variar somente até o limite que o Banco Central considerar adequado.

²⁴ Ver Lacerda (2003).

portanto, não há qualquer restrição formal à magnitude de um realinhamento do câmbio nominal, desde que este seja percebido como compatível com os fundamentos econômicos subjacentes”.

4.2. Regime cambial

A escolha do regime cambial a ser adotado é um dos temas mais controversos na definição da política econômica. A elaboração de critérios para a fixação do valor da moeda local não é tarefa fácil, principalmente quando se trata de países que não são possuidores de moedas transacionáveis internacionalmente.²⁵ Assim, a decisão de qual o regime cambial condizente com o país em questão deve fundamentar-se em fatores econômicos, monetários e fiscais sólidos, afinal sua economia e desenvolvimento estão diretamente ligados a correta escolha do regime de câmbio adotado.

Neste sentido, Ferreira (2004) esclarece que

“o regime cambial de um país tem a necessidade de combinar dosagens de flexibilidade e rigidez a fim de combinar múltiplos objetivos econômicos, nem sempre fáceis de conciliar, como estabilidade e equilíbrio externo num contexto de mobilidade de capitais”.

Crusius (2003) afirma que, “do ponto de vista teórico, os regimes de câmbio flexível ou fixo não são melhores ou piores entre si, mas são adequados ou não do ponto de vista da consistência com as políticas monetária e fiscal”.

²⁵ Ver Lacerda (2003).

Assim, com a globalização financeira, permitindo livre fluxo de capitais e trazendo maior facilidade na comercialização entre países, houve crescente tendência na adoção de regimes cambiais flexíveis por inúmeras economias emergentes. De fato, países como Israel, Hungria, México, Colômbia, Chile, Uruguai, Argentina e Brasil evoluíram de regimes cambiais fixos para regimes cambiais flutuantes. Inicialmente, Israel adotou o regime de bandas de câmbio fixas e a partir de dezembro de 1991 passou para o regime de bandas de câmbio flutuantes, objetivando introduzir maior flexibilidade ao sistema. Em 1989, a Hungria adotou o regime de bandas fixas e em 16 de março de 1995 passou a utilizar o regime de bandas flutuantes. Entre 1992 e dezembro de 1994, o México utilizou o regime de bandas de câmbio flutuante, na qual a taxa de desvalorização da margem superior da banda era preestabelecida. A Colômbia e o Chile passaram a utilizar o regime de câmbio flutuante em setembro de 1999. E o Uruguai e a Argentina mais recentemente. Já o Brasil iniciou o regime de bandas de câmbio fixas em outubro de 1994 com uma política de intervenções intramarginais e paridade central da taxa de câmbio fixada em 0,845 Real/Dólar (em termos nominais) e, em janeiro de 1999 passou para o regime flutuante, como veremos a seguir.

4.3. Evolução da política cambial brasileira

A reordenação do sistema monetário internacional, ocorrido no período pós-guerra, foi marcada pela criação do Fundo Monetário Internacional (FMI) e do Banco Mundial (BIRD) no fórum internacional de Bretton Woods, em 1944. Naquele momento, duas regras básicas foram estabelecidas, conforme lembra Ferreira (2004):

“(1) o dólar norte-americano seria a moeda central do sistema monetário internacional, tendo em vista o compromisso americano de garantir aos bancos centrais dos países membros do FMI – do qual o Brasil faz parte – a livre conversibilidade do dólar em ouro, à razão de US\$ 35,00 por onça-troy do metal; e (2) os demais países membros fixariam as paridades de suas moedas em relação ao dólar, podendo apenas reajustá-las em casos de desequilíbrios fundamentais dos seus balanços de pagamentos, mediante prévia concordância do FMI”.

A partir daí, os países membros do FMI passaram a fixar a paridade de suas moedas em relação ao Dólar, sendo o Brasil um dos primeiros a adotar este sistema fixando Cr\$ 18,82 por Dólar. No entanto, com o passar do tempo, verificou-se que em razão das diferentes taxas de inflação entre os países o sistema de paridades fixas não era o mais adequado.

Assim, no período pós-guerra as taxas de inflação evoluíram de tal forma que, em 1948, o Brasil passou a viver com o problema da escassez de divisas. Naquele momento, o problema foi contornado pelas filas de câmbio e, mais adiante, pela criação do regime de licenças de importação através da Carteira de Exportações e Importações do Banco do Brasil (CEXIM).²⁶

Em fevereiro de 1951, o então presidente Getúlio Vargas denunciou a regulamentação do retorno de capitais estrangeiros como lesiva aos interesses nacionais. Assim, em fevereiro de 1953 tornou-se livre o fluxo de capitais estrangeiros no país pelo sistema de taxa de câmbio livre. Finalmente, em setembro de 1953, com a Instrução nº 70 da Superintendência da Moeda e do Crédito (SUMOC)²⁷, que

²⁶ Ver Ferreira (2004). Vale dizer que devido as frequentes denúncias de corrupção na época, o governo extinguiu a Carteira de Exportação e Importação em dezembro de 1953, criando a Carteira de Comércio Exterior em sua substituição.

²⁷ Criada em 1945, com a finalidade de exercer o controle monetário e preparar a organização de um banco central, a SUMOC tinha a responsabilidade de fixar os percentuais de reservas obrigatórias dos bancos comerciais, as taxas do redesconto e da assistência financeira de liquidez, bem como os juros

disciplinava o mercado de câmbio, o governo passou a distribuir as divisas disponíveis em lotes (alocados inicialmente em bens de acordo com sua essencialidade), sendo a taxa de câmbio para cada categoria determinada por meio de leilões. Neste sistema que durou, com algumas alterações, até 1957, o governo fixava a quantidade de divisas distribuídas, mas não o valor da moeda estrangeira.

A partir de 1960, tornava-se cada vez mais inevitável uma nova reorganização do sistema financeiro, uma vez que os desafios da economia já exigiam uma maior sofisticação dos instrumentos de captação e de aplicação dos recursos financeiros. Assim, em 1961, houve uma reformulação no mercado cambial brasileiro, retornando-se ao sistema de taxa de câmbio fixa, ajustada esporadicamente.

O período compreendido entre 1961 e 1964 foi marcado por uma política cambial instável, posto a taxa de câmbio não ter acompanhado a aceleração do processo inflacionário, o que despertou a desconfiança do investidor estrangeiro agravando ainda mais os desequilíbrios no balanço de pagamentos.

Assim, objetivando instituir um mercado de capitais forte e utilizá-lo na política global de desenvolvimento e de controle da inflação, em 1965 foi promulgada a Lei de Mercado de Capitais²⁸, que fora bem recepcionada pelo mercado financeiro da época, e criado o Banco Central do Brasil, como gestor da política monetária, cujas diretrizes eram determinadas pelo Conselho Monetário Nacional. Com isso, funções antes executadas pelo Banco do Brasil e pela SUMOC, como emissão de moeda, controle do redesconto e dos depósitos de reservas obrigatórias, regulação das atividades bancárias, financeiras e dos capitais estrangeiros, foram atribuídas ao BACEN. Neste período,

sobre depósitos bancários. Além disso, supervisionava a atuação dos bancos comerciais, orientava a política cambial e representava o País junto a organismos internacionais.

²⁸ Lei nº. 4.728, de 14 de julho de 1965.

houve forte oscilação nas reservas cambiais e na oferta monetária do país em razão da inflação brasileira ter sido consideravelmente superior à norte-americana.

Em 1967, surge a nova moeda, o “Cruzeiro Novo” em razão da desvalorização do “Cruzeiro” e com valor mil vezes maior que este. Posteriormente, em 1968, o sistema baseado em maxidesvalorizações, em que as revisões da taxa de câmbio tinham periodicidade de oito a quatro meses, foi substituído pelo sistema de minidesvalorizações cambiais, com o intuito de incentivar a exportação.

Segundo Ferreira (2004), “esse sistema consistia, basicamente, em ajustar a taxa de câmbio em intervalos menores de tempo, pela diferença entre as taxas de inflação doméstica e externa, com desvios maiores ou menores em função do desempenho do saldo total do balanço de pagamentos”.

O sistema de minidesvalorizações, que perdurou até 1989, baseava-se na variação da paridade do poder de compra (*purchasing power parity*), seguindo o enfoque das metas reais, no qual mudanças na taxa de câmbio alteram a relação entre os preços domésticos e os externos, o que afeta a competitividade da economia com o resto do mundo. Este sistema tinha o objetivo de manter constante a taxa de câmbio efetiva real e evitar ataques especulativos.

Ferreira (2004) destaca que o “aspecto altamente positivo desse sistema cambial foi o fato de ser um instrumento de rápido ajustamento”. E elenca as seguintes vantagens do sistema de minidesvalorização:

“(1) estabilização da renda real dos exportadores brasileiros; (2) manter o grau de proteção efetiva da indústria nacional em relação às exportações; e (3) evitar os ciclos de liquidez e de reservas cambiais provocados pelo antigo sistema de revisão cambial em degraus longos”.

No entanto, a política de minidesvalorizações sofreu algumas interrupções. A primeira delas ocorreu em 1979 (nove anos após a volta do “Cruzeiro”) quando o Governo foi obrigado a realizar uma maxidesvalorização de 30% da moeda nacional em relação ao Dólar devido a problemas de inflação e com balanços de pagamentos.

Assim, para combater a inflação, em 1980 os reajustes do câmbio passaram a ser prefixados²⁹. No entanto, como a economia permanecia sob um amplo sistema de indexação, a inflação chegou a alcançar os três dígitos ao ano e os reajustes do câmbio, que no início eram de um mês, chegaram a ser diários, ainda que fixados pelo governo e não pelo mercado.

A crise externa obrigou o Brasil à assinatura de um acordo com o Fundo Monetário Internacional (FMI) em fevereiro de 1983, objetivando melhorar a posição do balanço de pagamentos, reduzir o déficit do setor público e promover a liberalização da economia, suspendendo a política de minidesvalorização pela segunda vez. Até esse período, os intervalos entre as minidesvalorizações eram de três a três dias.

No entanto, devido à aceleração da inflação ocorrida no final de 1985, que elevou a taxa ao patamar de 15% ao mês, o governo instituiu, em janeiro de 1986, um novo plano de estabilização. Este novo plano baseava-se no congelamento dos preços, dos salários e do câmbio, na desindexação da economia, na criação de um novo padrão monetário, o “Cruzado”, e no aumento de taxas de juros para conter a demanda. No início, obteve grande sucesso em termos de controle da inflação e de níveis de crescimento econômico. Mas não durou muito. E com o aumento da inflação, no final daquele ano, foi reintroduzida a política de minidesvalorizações diárias.

²⁹ A taxa de desvalorização para aquele ano foi prefixada em 40%.

Em junho de 1987, com o objetivo de controlar a inflação, que em maio daquele ano atingia 23,26%, foi instituído o “Plano Bresser” que decretava o congelamento de preços, dos alugueis e salários por 60 dias, dentre outras medidas adotadas. Porém, o Plano não teve êxito fazendo com que a inflação alcançasse o patamar de 366% em dezembro. Assim, em janeiro de 1988, Maílson da Nóbrega assume o Ministério da Fazenda propondo uma política econômica sem medidas drásticas, denominada “Feijão com Arroz”, para tentar conviver com a inflação e evitar a hiperinflação.

Mas em janeiro de 1989, em razão da inflação ter alcançado 933%, o governo cria uma nova moeda, o “Cruzado Novo”, com valor 1.000 vezes maior que o extinto “Cruzado” e lança o “Plano Verão”, que dentre outros objetivos, visava o congelamento dos preços, a extinção da correção monetária e a privatização de algumas estatais. Como consequência, em um ano de sua implementação a inflação atingiu 2.751%.

Assim, em março de 1990, no início do governo Collor, foi adotado o regime de câmbio flutuante, a retomada do Cruzeiro como moeda nacional e o confisco de 80% da poupança financeira, reduzindo a liquidez geral da economia.

Na área cambial, foi transferida para o mercado a responsabilidade pela determinação das taxas e a conciliação entre oferta e demanda de divisas no segmento comercial³⁰, ou seja, caberia aos bancos e corretoras determinar diariamente o preço do Dólar no mercado, efetuando operações de compra e venda da moeda americana. E mais, as instituições credenciadas a operar no mercado de câmbio poderiam adquirir qualquer volume de divisas, sendo obrigadas a depositar no Banco Central somente o que excedesse determinado limite.

³⁰ Sobre o assunto, Crusius (2003) esclarece que “se a procura por divisas for maior do que a oferta, o preço sobe (há desvalorização), assim como, se houver mais agentes querendo vender divisas, o câmbio se valoriza”.

Com essas novas regras, o BACEN modificou seu critério de atuação no mercado de taxas livres. Ao invés de ter a obrigação de comprar e vender dólares a uma taxa anunciada pela política das minidesvalorizações, o BACEN somente interviria para garantir o cumprimento das metas monetárias.

A partir daí, o mercado de câmbio tornou-se mais sensível às taxas de juros, à instabilidade da política doméstica, sobretudo ao balanço de pagamentos, e às expectativas de desvalorização do câmbio.

No entanto, apesar do regime adotado pretender uma alta conversibilidade e flutuação cambial, na prática somente a crescente conversibilidade da moeda nacional se verificou. E em setembro de 1990, o Banco Central passou a efetuar compras no mercado de câmbio a fim de acumular reservas internacionais e evitar a volatilidade da taxa no curto prazo, desvalorizando o Cruzeiro em relação ao Dólar. Surge aí a expressão “flutuação suja”, conceituada anteriormente³¹.

A abertura da economia prosseguiu até agosto de 1991, registrando uma valorização real de 11,34% do Cruzeiro em relação ao Dólar dentro do sistema de flutuação suja, o que prejudicou as exportações brasileiras e levou à retração do ingresso de divisas no país. Assim, em setembro, o Banco Central promoveu uma desvalorização de 14% no Cruzeiro em relação ao Dólar, retornando ao regime de câmbio fixo em outubro daquele ano.

Ao final de 1991, “quando a taxa de câmbio do Cruzeiro em relação ao Dólar se tornou compatível com o processo inflacionário interno e o governo adotou uma política de juros elevados, houve substancial ingresso de capital no País, fruto não apenas de

³¹ Vide item 4.1 (A importância da taxa de câmbio), desta dissertação.

investimentos estrangeiros, mas também de captação de recursos externos por empresas estrangeiras”, conforme esclarece Munch (2003).

A partir de 1992, o governo manteve a orientação de ampliar a abertura econômica, com o estímulo à entrada de recursos externos, sendo implementadas várias medidas para regular o fluxo de capitais estrangeiros, dentre as quais “estava a revogação da proibição de remessas (royalties e assistência técnica) de uma subsidiária para sua matriz no exterior e a isenção da obrigatoriedade de se depositar, no Banco Central, a remessa destinada ao exterior para pagamento do principal e dos juros de natureza financeira”.³² Neste ano, o BACEN passa a controlar o distanciamento das cotações entre paralelo e comercial comprando e vendendo moeda estrangeira diretamente no mercado flutuante a fim de alcançar a unificação cambial e, conseqüentemente, a estabilização.

E em abril de 1992, a crise monetária e o excesso de divisas começam a desestabilizar a economia, provocando alta do ágio do Dólar paralelo em relação ao oficial e o início das intervenções quase diárias do Banco Central no câmbio.

Assim, em 1993, com a desvalorização do Cruzeiro, cria-se o Cruzeiro-real, com valor 1.000 vezes maior. Neste ano a inflação foi de 2.477,12%, a mais alta desde 1990.

No primeiro semestre de 1994, o Governo tentou novamente restringir a entrada de recursos externos no País através da regulamentação da atuação do investidor estrangeiro. De acordo com Munch (2003), “mesmo assim, as operações do setor externo foram as principais responsáveis pelo crescimento da base monetária nos primeiros seis meses do ano”.

³² Ver Munch (2003).

Em março de 1994 foi criada a Unidade de Referência de Valor (URV)³³ como unidade de conta alternativa, cuja cotação em 30 de junho de 1994, no valor de C\$ 2.750,00, passaria a equivaler a uma nova moeda brasileira, o Real (R\$).

Assim, diante do grande fluxo de divisas e buscando a estabilidade da moeda, o então Governo de Fernando Henrique Cardoso implanta o Plano Real em 1º de julho de 1994, baseando-se em um regime explícito e flexível de bandas cambiais. Neste momento, o Banco Central adotou a paridade fixa de 1,00 R\$/US\$ na cotação de venda, sem mencionar a taxa de compra, permitindo sua livre flutuação de acordo com o mercado, mas comprometendo-se a vender dólares sempre que a taxa de câmbio atingisse o limite máximo fixado.

O ingresso líquido de divisas e a combinação de taxa flutuante com juros elevados, utilizada para fixar as bandas cambiais, conduziram a uma apreciação do câmbio, atingindo sua cotação mais baixa no valor de R\$ 0,889 por Dólar em agosto daquele ano, deteriorando a balança comercial. Dessa forma, em setembro de 1994 o BACEN teve que intervir no mercado de câmbio a fim de sinalizar um limite mínimo para as cotações, fato que não acontecia desde a implantação do Plano Real.

No mês seguinte, com o intuito de auxiliar no processo de estabilização econômica do país, o BACEN estabeleceu uma banda informal com paridade central da taxa de câmbio fixada em 0,845 R\$/US\$ (em termos nominais), iniciando o regime de bandas de câmbio no Brasil.

A partir de novembro de 1994, já eram sinalizados problemas com o câmbio. O Dólar estava sofrendo uma apreciação e as medidas de estímulo às importações levaram ao primeiro déficit comercial brasileiro desde 1986.

³³ A URV refletia uma cesta de índices de preços e variava tendo o Dólar como parâmetro.

Em dezembro, estourou a crise do México. Tal fato criou um ambiente de incertezas, afastando investidores internacionais do Brasil e fazendo com que as reservas brasileiras caíssem de US\$43,4 bilhões em setembro, para US\$ 38 bilhões em dezembro. Como consequência da elevação significativa da demanda por Dólar, o BACEN interferiu no mercado vendendo dólares, na tentativa de impedir uma oscilação mais brusca da taxa de câmbio.

No início de 1995, com a fuga de capitais especulativos, a equipe econômica passou a estimular as exportações. A deteriorização da balança comercial agravava o déficit do balanço de pagamentos em conta corrente.

Em março daquele ano, objetivando a eliminação das especulações quanto à possível desvalorização da moeda brasileira, o BACEN alterou a política de câmbio, fixando uma banda de câmbio com flutuação de 0,86 R\$/US\$ a 0,90 R\$/US\$. A falta de transparência e informações contraditórias passadas pelo governo, ocasionados pela inexperiência com o sistema, provocou confusão no mercado e criou um amplo movimento especulativo contra o Real. Os principais bancos não acreditavam na estabilidade das bandas. E os demais interpretaram que os limites máximos e mínimos destas poderiam ser alternados constantemente.

Para se ter uma idéia, no dia 08 de março de 1995, o governo interveio cinco vezes no mercado de câmbio e no dia seguinte o Banco Central foi obrigado a realizar o recorde de 32 leilões de venda de Dólar, posto o movimento especulativo ter atingido seu auge. Assim, no dia 10 de março o BACEN alterou os limites da faixa cambial permitindo ao Dólar flutuar entre 0,88 R\$/US\$ a 0,93 R\$/US\$ e adotou uma série de medidas para estimular o ingresso de recursos no país e desestimular a saída de capitais, dentre as quais estava a redução do volume de dólares que os bancos poderiam manter

em seu poder (de US\$50 milhões para US\$5 milhões), devendo o restante ser depositado no Banco Central a juros baixos; a elevação considerável da taxa de juros e a eliminação do imposto sobre Operações Financeiras (IOF) para empréstimos; e aplicações de capital estrangeiro nas Bolsas de Valores.

Em 12 de junho de 1995, o governo conseguiu vender todo o lote de papéis atrelados ao Dólar (as NTN's cambiais), sinalizando que não pretendia alterar a banda cambial no curto prazo e acalmando o mercado da moeda estrangeira. Adotou, ainda, outras medidas visando trazer maior estabilidade ao mercado de Dólar, quais sejam: a instituição dos leilões de *spread*³⁴ e a atuação do BACEN em intrabandas (pequena faixa dentro da banda oficial). Dez dias depois, houve a modificação das bandas de câmbio, passando para 0,91 R\$/US\$ e 0,99 R\$/US\$, conferindo maior flexibilidade na condução da política cambial.

Neste contexto, vale lembrar que com o advento das minibandas, implementadas através dos leilões *spread*, o mercado de câmbio passou a ser menos volátil, posto a variação média do Dólar no período de 7 de março a 22 de junho ter sido de 0,40% contra 0,10%, entre 23 de junho a 25 de julho.

Em janeiro de 1996, houve nova alteração das margens superiores e inferiores das bandas de câmbio, passando para 0,99 R\$/US\$ e 1,06 R\$/US\$, respectivamente. O Conselho Monetário Nacional (CMN) determinou que os limites da banda cambial fossem definidos periodicamente pelo BACEN e que este deveria intervir no mercado de câmbio todas as vezes que os limites das faixas de flutuação fossem atingidos.

Assim, em 1997 os limites da banda cambial foram novamente modificados, passando para 1,05 R\$/US\$ e 1,14 R\$/US\$, e posteriormente, em 20 de janeiro de 1998,

³⁴ No leilão de *spread*, o banco que quiser negociar com o Banco Central deverá mostrar os dois preços, o de compra e o de venda.

foram elevados para R\$ 1,12 e R\$ 1,22 por Dólar. Este último ano foi marcado pela intensa preocupação com a perda de reservas internacionais totalizadas em US\$ 36,1 bilhões, apesar das medidas adotadas com o objetivo de incentivar o ingresso de recursos externos.

Pelo exposto até então, nota-se que nos primeiros anos do Plano Real, a preocupação e o esforço do governo em manter a cotação do Real mais próxima possível da paridade com o Dólar norte-americano, trouxeram resultados satisfatórios para a época. No entanto, devido a política de juros elevados que desencadeou no aumento da dívida interna e a insegurança de investidores estrangeiros agravada com as crises asiática e russa no final de 1997 e 1998, respectivamente, o Brasil teve grande perda de reservas internacionais demonstrando a vulnerabilidade da economia brasileira a uma crise externa e a necessidade de modificar a política cambial vigente na época.

Neste contexto, cumpre destacar as palavras de Ferreira (2004): “O real sobrevalorizado prejudicou sensivelmente as exportações, gerando déficits comerciais. A consequência foi não só a perda de competitividade no mercado externo, como também perda de reservas cambiais.”

Dessa forma, a fim de tentar conter a perda de reservas e em razão da taxa cambial aproximar-se do limite superior da intrabanda, em 13 de janeiro de 1999, o Banco Central ampliou a banda cambial para 1,20 R\$/US\$ a 1,32 R\$/US\$ e aumentou suas intervenções nos mercados presente e futuro. Além destas medidas, o BACEN decidiu unificar as posições de câmbio existentes nos dois segmentos, o livre, também chamado de "comercial", e o flutuante, conhecido como "turismo", inexistindo, assim, diferença entre eles na formação da taxa de câmbio.

Contudo, o ajuste inicial (aumento da banda) mostrou-se pequeno e as novas elevações nas taxas de juros foram ineficientes. Como a fuga de capital continuou em ritmo acelerado, em 15 de janeiro, o Banco Central decidiu não intervir, deixando que o Real passasse a flutuar livremente de acordo com o estabelecido pelo mercado interbancário. A partir daí, o BACEN somente atuaria com vistas a conter as oscilações bruscas da taxa de câmbio. Neste ano, houve uma forte desvalorização do Real, que de 1,21 R\$/US\$ alcançou uma média de 1,52 R\$/US\$ em janeiro, 1,91 R\$/US\$ em fevereiro e 1,90 R\$/US\$ em março.

Diante da inexistência de pressões do setor externo e da retomada da confiança no país pelos agentes econômicos, nos primeiros três meses do ano 2000 houve uma diminuição da cotação da moeda norte-americana e os investimentos externos líquidos voltaram a crescer. Porém, no segundo semestre, rumores do mercado externo causaram pressões sobre a taxa de câmbio, terminando o ano a 1,95 R\$/US\$.

Em 2001, devido a fatos internos e externos, tais como a crise do setor elétrico, a recessão norte-americana agravada com os atentados terroristas de 11 de setembro, a estagnação econômica do Japão e as crises da Turquia e Argentina, a economia brasileira cresceu somente 1,5% e a taxa de inflação atingiu 10,4%. A cotação chegou a 2,80 R\$/US\$ em setembro e no final do ano, com interferência do Banco Central, fechou em 2,32 R\$/US\$.

Segundo Ferreira (2004),

”em situações de crise, como ocorreu em setembro, o que o Banco Central fez foi acionar os instrumentos clássicos de política monetária que tem a seu alcance: elevação dos depósitos compulsórios sobre os depósitos à vista e a prazo dos bancos comerciais; ampliação dos leilões de títulos governamentais com correção cambial; e aumento de suas intervenções no mercado de câmbio”.

Em resposta à maior confiabilidade do mercado na economia brasileira, a taxa de câmbio manteve-se relativamente estável no período entre novembro de 2001 a abril de 2002. No entanto, as expectativas econômicas para 2002, principalmente por ser um ano eleitoral, não se confirmaram. Na prática, houve novo clima de incerteza e instabilidade causado por uma série de fatores, tais como, a incerteza quanto ao processo eleitoral e o agravamento da crise da Argentina, dentre outros.

Segundo analistas, a crise política instaurada no governo de FHC, como a saída de lideranças do PFL de cargos executivos, provocou a desvalorização cambial em março daquele ano e causou efeitos negativos no mercado.

Assim, em 06 de maio de 2002, o Banco Central cria o *hedge*, nova modalidade de proteção cambial, com o objetivo de controlar as oscilações da moeda norte-americana, e permite ao investidor contratar a proteção cambial do BACEN apenas pelo “swap”, sem a necessidade de comprar títulos do Tesouro Nacional.³⁵

Em setembro de 2002, o clima de incertezas e a desvalorização do Real frente ao Dólar elevaram as expectativas de inflação. Após esse período de turbulências internacionais e com o fim do processo eleitoral, a economia brasileira adquiriu novamente estabilidade e, diante do compromisso assumido pelo novo governo em continuar com a política fiscal e monetária, a taxa de câmbio desvalorizou-se acentuadamente fechando o ano em 3,53 R\$/US\$ e a inflação atingiu 12,53%.

Segundo Bacha (2005), “o compromisso com o equilíbrio fiscal contribui para reduzir as expectativas futuras de inflação e permitir que a política monetária cumpra seu papel de estabilizar os preços no curto prazo com custos mais baixos”.

³⁵ Vigente até então, o “*swap* casado” consistia em uma forma de investidores protegerem suas dívidas em Dólar com a contratação de operação no Banco Central de troca de rentabilidade comprando obrigatoriamente títulos pós-fixados (LTF’s corrigidos a juros de mercado). Esta modalidade amarrava o Tesouro Nacional ao investidor e o fazia vender títulos depreciados no mercado (a um valor mais baixo do que havia pago anteriormente).

Assim, em outubro de 2003, houve uma valorização cambial em razão da expectativa de que o Banco Central suspendesse os leilões para rolagem da dívida cambial até dezembro, fazendo com que o Dólar encerrasse em baixa de 2,87 R\$/US\$ no dia 20 daquele mês, fechando o ano em 2,89 R\$/US\$ e inflação de 9,30%.

No segundo mês de 2004, o Grupo dos Sete países mais industrializados do mundo (G7) alertou contra a volatilidade excessiva nos mercados. No entanto, o Japão se recusou a mudar sua política de intervir no câmbio³⁶, conforme afirmou o vice-ministro das Finanças do Japão na época, Masakazu Hayashi (2004): “é desejável que o câmbio reflita fundamentos econômicos. Nossa política de agir contra movimentos excessivos está inalterada”.³⁷

Após uma reunião econômica, em dezembro, líderes chineses prometeram manter estáveis as políticas fiscal e monetária no ano de 2005 e o controle sobre investimento em capital fixo.

No Brasil, em junho de 2004, o Banco Central decide rolar até 40% dos vencimentos cambiais em razão de uma demanda competitiva no mercado, o que não fazia desde novembro de 2003. No entanto, em novembro deste mesmo ano, com a tendência de baixa do Dólar em razão da incerteza quanto ao resultado da eleição presidencial americana, inexistia no mercado demanda por *hedge*, não fazendo sentido a realização de leilão de rolagem dos títulos. Na verdade, o BACEN objetivava reduzir a exposição da dívida pública às oscilações do câmbio, que fechou o ano em 2,65R\$/US\$.

O ano de 2005 inicia com o Banco Central anunciando que passará a promover leilões de “*swaps*” cambiais com periodicidade inicial semanal, a fim de reduzir o passivo cambial do setor público. Essa medida implementada desde 2003, mas com

³⁶ Para conter a alta do Iene, o Japão vendeu um recorde de 20 trilhões de Ienes em 2003.

³⁷ Publicado em 09 de fevereiro de 2004, no Universo On Line – UOL: <http://www1.uol.com.br/economia/reuters/ult29u32809.shl>

algumas modificações contratuais, seria baseada em condições adequadas de mercado a cada momento e teria como objetivo não adicionar volatilidade ao mercado cambial nem interferir na tendência de flutuação da taxa de câmbio.

No final, mesmo com a crise política no governo Lula, o câmbio encerra o período em baixa, cotado a 2,34 R\$/US\$ e a inflação reduz para 5,69% contra 7,60% do ano anterior.

Por fim, o ano de 2006 inicia com valorização da moeda brasileira de 9,82% em 20 de fevereiro, sendo 40% de alta apenas neste dia.

Conforme Fonseca (2006), “por mais restritivas que fossem as regras cambiais vigentes nos últimos 70 anos, elas não nos livraram de recorrentes crises cambiais e de gigantescas fugas de capitais”.³⁸ O autor do texto lembra a evasão de divisas na economia brasileira ocorridas nos anos 1980 e 1998. Para ele, é ingênua a idéia de quanto mais controlado o câmbio, menor a vulnerabilidade cambial, afirmando que “na era da globalização, são inúteis os controles cambiais e cada vez mais se impõem o livre fluxo de capitais, a livre cotação e a conversibilidade das moedas”.

Conclui-se, assim, que o regime de câmbio flutuante introduzido em janeiro de 1999 após experiências insatisfatórias de indexação cambial, das bandas cambiais, de câmbio fixo e de maxidesvalorizações periódicas, é o que melhor se adequa à política econômica brasileira.

Após as desvalorizações cambiais ocorridas nos anos anteriores, em especial em 2002³⁹, a cotação do Dólar chega a 2,11 R\$/US\$, em 03 de março de 2006, menor valor em 5 anos. Essa queda de 0,14% se deve, dentre outros fatores à balança comercial e ao

³⁸ “O câmbio em debate”, publicado no Jornal Folha de São Paulo, em 20 de fevereiro de 2006. Roberto Giannetti da Fonseca é economista e diretor titular do Departamento de Relações Internacionais e Comércio Exterior da Fiesp (Federação das Indústrias do Estado de São Paulo) e presidente da Funcex (Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior).

³⁹ Desde 2002 a moeda norte-americana caiu quase 40% em relação ao Real.

maior fluxo de divisas desde 1998, refletindo assim a melhora do cenário externo. Coincidentemente, o Banco Central está atuando de forma mais discreta no câmbio, indicando que possivelmente as reservas em moeda estrangeira já estão em níveis confortáveis.⁴⁰

Em 07 de março deste ano, o BACEN avisou que não realizaria leilão de “*swap* cambial reverso”, contrariando o afirmado anteriormente. No dia 10, o BACEN somente realizou leilão para comprar dólares diretamente dos bancos. A divulgação de dados de inflação dentro do esperado pelo mercado (em 0,41% em fevereiro) ocasionou queda na taxa de juros na BM&F (Bolsa de Mercadorias & Futuros).

Em 14 de março, a notícia de que o Governador de São Paulo, Geraldo Alckmin, será o candidato à Presidência pelo PSDB reforçou o otimismo no mercado, e o ingresso de recursos no país fizeram com que o Dólar atingisse o menor nível do dia, a 2,12 R\$/US\$. Até então, o Banco Central não realiza leilão de contratos de *swap* cambial reverso há cinco sessões, efetuando somente o leilão de compra de dólares. Segundo analistas, sua atuação mais fraca torna mais difícil enxugar a liquidez do mercado.

De acordo com o boletim do Banco Central⁴¹, a taxa de câmbio será de 2,22 R\$/US\$ no primeiro semestre de 2006 e de 2,13 R\$/US\$ no segundo semestre. A nós, só nos resta esperar e torcer para que fatores como a política não reverta a apreciação do Real.

⁴⁰ Vide “Fluxo cambial é o maior desde 98, e dólar atinge novo mínimo em 5 anos”. Jornal Folha de São Paulo, de 03 de março de 2006. p. B1.

⁴¹ BCB Boletim/BP, atualizado em 02 de março de 2006.

4.4. Impacto da volatilidade da taxa de câmbio sobre o mercado

A globalização financeira permitiu o livre fluxo de capitais e trouxe maior facilidade na comercialização entre países, provocando maior adoção de regimes cambiais flexíveis por inúmeras economias emergentes. Neste regime mudanças bruscas nas expectativas provocam variações bruscas na taxa de câmbio o que pode ser um fator altamente instabilizador.⁴²

Nas palavras de Crusius (2003), “movimentos bruscos da taxa de câmbio nominal, ainda que justificados, podem causar desequilíbrios de curto prazo envolvendo os setores exportadores, importador e bancário, afetando o lado real da economia”. E acrescenta que, “além disso, pode haver problemas de liquidez, aumentando a volatilidade cambial”. Sendo assim, o efeito da volatilidade da taxa de câmbio, ou seja, a incerteza gerada por variações no câmbio, sobre os movimentos do comércio internacional tornou-se uma questão importante em economia internacional.

Vários estudos teóricos analisaram a reação do comércio frente ao comportamento da taxa de câmbio. A maioria concluiu que um aumento da incerteza em relação à taxa de câmbio leva a um menor nível de comércio, em razão do risco ali existente.

No estudo sobre considerações e perspectivas do MERCOSUL, Ferreira (2004) conclui que “um ambiente marcado por um processo de instabilidade cambial, que

⁴² Ferreira (2004) menciona que um levantamento feito por Hausmann & outros (1999) mostra “que a habilidade da taxa de câmbio flutuar livremente está intimamente relacionada ao nível de desenvolvimento de um país”. De acordo com o estudo, “quanto mais desenvolvido o país, mais volátil será a taxa de câmbio, tanto em relação ao nível das reservas internacionais quanto da taxa de juros”. Dessa forma, de acordo com o autor, “nos países em desenvolvimento, o regime de câmbio flutuante é menos volátil em razão da interferência direta do Banco Central”, como é o caso do Brasil.

acarrete alterações freqüentes nos preços relativos, gera incertezas nas decisões de investimentos e distorções na produção de bens e serviços”.

Nesse contexto, a volatilidade funciona como fator extremamente importante para a tomada de decisão do investidor, posto auxiliá-lo na análise dos riscos e dos possíveis retornos advindos do negócio.

Lacerda (2003) elenca três medidas de proteção capazes de minimizar a volatilidade de países em desenvolvimento, quais sejam, “diminuir a dependência de recursos externos, gerando expressivos superávits comerciais; ampliar o volume de reservas cambiais líquidas; e selecionar o ingresso de capitais externos, privilegiando os investimentos diretos e recursos de longo prazo”.

Examinando a relação existente entre volatilidade e comércio internacional, alguns estudiosos argumentam que a volatilidade da taxa de câmbio impõe custos sobre os participantes de mercado avessos ao risco, que geralmente irão responder a isso na margem, favorecendo o comércio interno em detrimento do comércio externo. Este argumento vê os agentes como se não pudessem diversificar os riscos de câmbio. Já outros defendem que há benefícios para o comércio internacional advindos da volatilidade da taxa de câmbio ou risco cambial. De acordo com eles, o comércio pode ser visto como uma opção comprada pelas firmas. Como qualquer outro tipo de opção, o valor do comércio pode subir com a alta da volatilidade.

No entanto, na análise do efeito da volatilidade da taxa de câmbio sobre os preços tem-se que o exportador que fatura em moeda estrangeira enfrenta risco de preços afinal a quantidade demandada é conhecida (já que os preços não mudam durante o período do contrato) mas o fluxo de receita e dos lucros é incerto. No entanto, o exportador que recebe em moeda doméstica enfrenta o risco quantidade, ou seja, a

quantidade demandada é incerta já que o preço enfrentado pelo comprador e os custos da produção são incertos.

Dessa forma, a incerteza sobre a taxa de câmbio faz com que participantes do mercado avessos ao risco reduzam suas atividades, mudem preços, ou modifiquem sua oferta ou demanda de forma a minimizar a sua exposição aos efeitos da volatilidade da taxa de câmbio.

5. OPÇÕES

As opções são um tipo de derivativo que vem sendo muito utilizado no mercado financeiro, e por isso merece grande atenção por parte de analistas. Derivativos são instrumentos financeiros cujo valor depende de outro ativo, que pode ser financeiro ou não.

Segundo Damodaran (1997), “embora a negociação de opções tenha origem comparativamente recente, valores com características de opções existem há muito mais tempo”. Para ele, “a tecnologia disponível para a avaliação de opções expandiu-se fortemente nos últimos 25 anos, especialmente após o desenvolvimento do modelo básico de precificação de opções de Black e Scholes”.⁴³

No entanto, este modelo já não apresenta resultados condizentes com a realidade no cálculo de apreçamentos de opções, surgindo as Redes Neurais como importante alternativa aos modelos propostos. Sendo assim, neste capítulo será visto que, em razão das funções que representa, a volatilidade é uma variável muito importante no mercado de opções⁴⁴, bem como será analisado ambos os modelos para o apreçamento de opções de forma a encontrar aquele que apresente resultados condizentes com a realidade e que estabeleça de forma satisfatória as relações entre as diferentes variáveis envolvidas. Para tanto, torna-se imprescindível analisar o mercado de opções, apresentando suas características e os fatores determinantes do valor das opções.

⁴³ O Modelo de Black e Scholes foi criado em 1973, conforme será visto mais adiante.

⁴⁴ Vale dizer que a volatilidade auxilia na determinação de preços de derivativos de forma geral, principalmente de opções.

5.1. Conceito e tipos de opções

As opções conferem a seus proprietários o direito de comprar ou vender uma quantidade específica de um bem ou um ativo a um preço predeterminado (denominado preço de exercício) numa data prefixada ou num prazo determinado até a data de vencimento ou expiração.

As opções podem ser de compra (chamado de *call*) ou de venda (*put*). Uma opção de compra permite ao comprador adquirir um determinado ativo⁴⁵ a um preço predeterminado a qualquer momento antecedente à data de vencimento da opção. Já uma opção de venda dá o direito ao comprador de vender à outra parte uma quantidade prefixada de um ativo-objeto⁴⁶, por determinado preço de exercício, até a data de maturidade do contrato. Em ambos os casos, o comprador paga um prêmio para adquirir esse direito.

Vale esclarecer que o prêmio de uma opção responderá à variação dada no preço do ativo-objeto da opção. Sendo assim, se o preço do ativo-objeto da opção baixa, o prêmio da opção de compra tende a baixar também. Já o prêmio da opção de venda é inversamente relacionado com o preço do ativo-objeto da opção.

Sobre o assunto, Freitas (2002) reconhece que “em virtude da diferença entre os riscos assumidos por cada investidor, é de se esperar que a opção tenha um preço que reflita a possibilidade de ganhos ou perdas futuras do lançador devido à variação do preço do ativo-objeto”.

⁴⁵ De acordo com Lemgruber (1992), “o ativo em questão, denominado ativo-objeto, pode ser o ouro ou o Dólar negociados na BM&F, ou qualquer outro, não necessariamente negociado em bolsa, bastando que haja concordância entre as partes envolvidas sobre suas características”.

⁴⁶ Na definição de Silva (1996), ativo-objeto ou subjacente é “o instrumento ou ativo designado que pode ser entregue para um contrato de opções”.

5.2. Classificação das opções e suas características

De acordo com a data de exercício⁴⁷, as opções podem ser classificadas em opções americanas e opções européias. As primeiras podem ser exercidas a qualquer momento até seu vencimento. Já nas segundas o direito somente poderá ser exercido na data de exercício⁴⁸. Assim, por exigir apenas o conhecimento do preço final do ativo, o apreçamento de opções européias apresenta-se como tarefa bastante simples se comparada com opções mais complexas do estilo americano. Neste sentido, o que tornam as opções americanas mais interessantes e difíceis de avaliar é a necessidade de determinar seu momento ótimo de exercício antecipado.

Conforme Costa (1998), o resultado das opções de compra americanas sobre ativos que não proporcionam rendas adicionais superiores às taxas de juro demonstra que o exercício antecipado nunca é mais vantajoso do que a venda e reduz o problema ao das opções européias. No entanto, para opções de venda americanas sobre o mesmo tipo de ativo, certas situações (notadamente a alta de taxas de juro) favorecem o exercício antecipado. Para o autor, “avaliar uma *put* (opção de venda) americana nessas circunstâncias não pode ser feito por Black e Scholes, e necessita de um outro modelo. O mesmo vale para *calls* (opções de compra) americanas sobre ativos que proporcionem rendas maiores que as taxas de juro vigentes.”⁴⁹

Nota-se, assim que as opções conferem ao seu titular o direito de compra e venda do ativo-objeto, permitindo que ele exerça sua opção somente quando lhe for

⁴⁷ Entende-se por data de exercício o prazo que o comprador possui para exercer a opção; e data de vencimento o último dia no qual a opção pode ser exercida.

⁴⁸ As opções brasileiras são do tipo americano e possuem cláusula de proteção a variações de preço da ação-objeto, causadas por distribuições de dividendos, bonificações, subscrições e desdobramentos.

⁴⁹ Ver Costa (1998).

vantajosa. O fato de ser um direito implica que a parte titular possui uma escolha possível de exercer ou não exercer o direito e permitir que a opção expire⁵⁰.

O comprador de uma opção está exposto a muito menos risco de preço do que o vendedor ou lançador da opção. O risco do comprador da opção está limitado ao prêmio pago no ato da compra, ao passo que o risco do vendedor é proporcional ao potencial movimento de preço.

Aqui, vale esclarecer que o preço de exercício é o preço determinado pelo qual a opção pode ser exercida, ou seja, é o preço pelo qual pode-se comprar (vender) o ativo caso deseje exercê-la.

Sendo assim, as opções podem estar dentro do preço (*in-the-money*), no preço (*at-the-money*) ou fora do preço (*out-of-the-money*). Uma opção está *in the money* se existe algum lucro que o comprador pode obter imediatamente ao exercer a opção, do tipo americana⁵¹, resultando num fluxo de caixa positivo. Já em uma opção *at the money* o preço de exercício é igual ao preço de mercado, que faz com que o valor intrínseco⁵² seja “zero”. E finalmente, quando a opção está *out of the money* significa que não oferece condições de exercício para o momento, pois seu preço de exercício é maior (menor) que o preço de mercado no caso de uma opção de compra (de venda).

⁵⁰ Sobre essa escolha, segundo Costa (1998) “não há praticamente nenhum tipo de opção em que, dada uma situação e assumida a racionalidade do titular, o resultado da escolha não seja conhecido. Isto é, assumindo-se que o titular é um agente racional que prefere mais dinheiro a menos dinheiro, na verdade não há escolha alguma sobre o exercício, e a opção deixa de representar uma escolha para representar um perfil de fluxo de caixa a ser atribuído ao titular em alguma data futura”.

⁵¹ O lucro é derivado da diferença entre o preço de mercado do ativo-objeto da opção e o preço de exercício da opção.

⁵² Conforme Silva (1996), “do ponto de vista teórico, no preço de uma opção ou prêmio estão embutidos dois elementos: o valor intrínseco e o valor temporal”. Valor intrínseco, na definição de Silva, é o valor em espécie que seria alcançado se a opção fosse exercida imediatamente pelo comprador, especificamente no caso de opções *in the money* (dentro do preço). Já valor temporal representa o valor que os compradores estão dispostos a pagar por uma opção, com expectativa de que o preço do ativo-objeto da opção varie, pelo menos, a uma quantia suficiente para motivar um aumento no prêmio da opção.

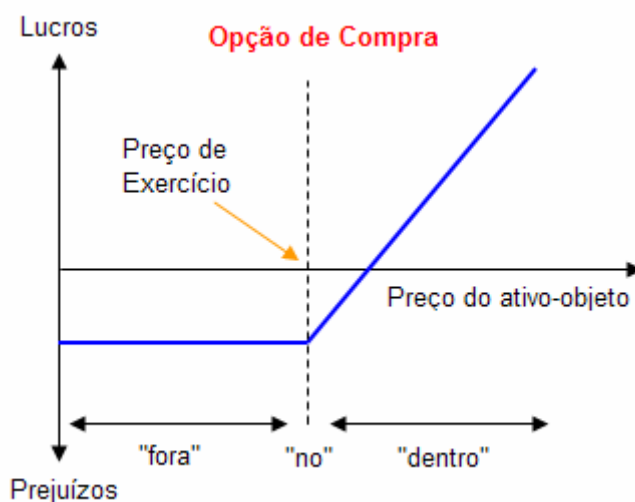
A Tabela 2 apresenta um resumo dos grupos de *moneyness* das opções e suas principais características.

Tabela 2 – Grupos de *moneyness* das opções e suas características

Grupos de <i>moneyness</i>	Opção de Compra	Opção de Venda
<i>In the money</i> (“dentro do preço”)	Preço do Ativo > Preço de Exerc.	Preço do Ativo < Preço de Exerc.
<i>At the money</i> (“no preço”)	Preço do Ativo = Preço de Exerc.	Preço do Ativo = Preço de Exerc.
<i>Out of the money</i> (“fora do preço”)	Preço do Ativo < Preço de Exerc.	Preço do Ativo > Preço de Exerc.

Referidos conceitos podem ser facilmente compreendidos através do gráfico abaixo (Gráfico 1).

Gráfico 1 – Grau de *moneyness* das opções



Silva (1996) esclarece que “o preço de venda, ou valor total, de uma opção geralmente excede ao seu valor intrínseco. Isto é verdadeiro para operações do tipo americano porque o valor temporal é sempre mantido positivo para cima até a data de expiração”. E continua dizendo que

“o caso é mais duvidoso para opções do tipo europeu, visto que aproximando-se o tempo de expiração pode não aumentar seu valor, dado que ele somente pode ser exercido na data de exercício. Isto é, uma opção do tipo europeu pode estar *in the money* antes da expiração, contudo próximo da data de expiração ela poderá estar *out of the money*”.
(SILVA, 1996)

5.3. Contrato de Opção *versus* Contrato Futuro

Objetivando evitar confusões e propiciar uma melhor compreensão à respeito do mercado de opções, entende-se por bem tecer breve comentário acerca das diferenças entre o contrato de opção e o contrato futuro.

Apesar de ambos tratarem de uma opção futura, criando ligeira semelhança entre eles, suas diferenças são facilmente perceptíveis. Em um contrato de opções, inexistente a obrigatoriedade do seu cumprimento. Como o próprio nome diz, no contrato de opções o comprador tem a faculdade de exercer a opção, o que ocorrerá apenas se for de seu máximo interesse fazê-lo, ou seja, se o preço do ativo exceder o preço de exercício da opção em uma de opção de compra e vice-versa em uma opção de venda. Nota-se, assim, que no mercado de opções as partes negociam o direito (e não a obrigação) de comprar ou vender uma quantidade específica de um ativo a um preço predeterminado

para exercê-lo numa data prefixada até a data de exercício ou expiração. Vale dizer que o comprador da opção paga antecipadamente por esse privilégio.

Já em um contrato futuro, tanto o comprador quanto o vendedor são obrigados a cumprir suas partes no acordo. Neste, as partes assumem o compromisso⁵³ de realizar no futuro a compra e venda do ativo a um preço acordado entre as partes. Dessa forma, o comprador não tem uma vantagem sobre o vendedor e não tem que pagar um preço antecipado para o contrato de futuros. A Bolsa de Futuros além de atuar como intermediário e garantidor no contrato futuro, ela padroniza e regulamenta a forma como este é criado e negociado no mercado.

5.4. Valores que influenciam no preço de uma opção

O preço de uma opção, usualmente denominado prêmio, depende basicamente de cinco variáveis: preço do ativo-objeto, preço de exercício da opção, prazo de vencimento da opção, taxa de juro livre de risco e volatilidade do preço do ativo-objeto.⁵⁴ Nesta seção, comentar-se-á como essas variáveis limitam e afetam os prêmios das opções de compra e de venda.

5.4.1. Preço do ativo-objeto

O prêmio da opção está diretamente relacionado ao preço do ativo-objeto, de tal forma que mudanças no valor deste ativo afetam o valor da opção sobre o mesmo. Assim, como as opções de compra conferem o direito de comprar o ativo-objeto a um

⁵³ O contrato de futuros é um acordo entre duas partes.

⁵⁴ Freitas (2002) acrescenta os dividendos esperados durante a vida da opção como mais uma variável que afeta o preço de uma opção de ação. Ver Freitas *apud* Hull (1998).

preço fixo, um aumento no valor do ativo-objeto valorizará as opções. Em contrapartida, as opções de venda se desvalorizam à medida que o valor do ativo-objeto aumenta.

5.4.2. Preço de exercício da opção

Conforme comentado anteriormente, o preço de exercício é o preço pelo qual o comprador da opção pode exercê-la. Esta variável é, na verdade, uma característica-chave que descreve a opção.⁵⁵ O valor da opção é função direta do preço de exercício. Quanto menor for o preço de exercício, maior será o valor da opção de compra e menor valor terá a opção de venda.

5.4.3. Prazo de vencimento da opção

Tanto as opções de compra quanto as de venda valorizam à medida que seus prazos de vencimento aumentam, ou seja, quanto mais distante estiver a data de vencimento da opção, maior será o direito concedido e, conseqüentemente, maior será o prêmio, afinal sendo maior o prazo de uma opção há maiores possibilidades de que ela ofereça condições para o exercício.

Logo, “quanto maior o prazo de vencimento, maior o valor das opções de compra. Para opções de venda do tipo europeu, os efeitos atuam em sentidos opostos, e o resultado final não é determinado de maneira geral.”⁵⁶ Segundo Lemgruber (1992), “para as opções de venda do tipo americano, o efeito da possibilidade de exercício

⁵⁵ Ver Damodaran (1997).

⁵⁶ Ver Lemgruber (1992).

antecipado elimina a desvantagem oriunda da redução do valor presente do preço de exercício e, como consequência, o efeito do prazo de vencimento será idêntico aos das opções de compra.” Ou seja, “quanto maior o prazo do vencimento maior será o valor da opção de venda do tipo americano”, conforme afirma o autor.

5.4.4. Taxa de juro livre de risco

A taxa de juro livre de risco afeta o preço das opções na medida em que influencia a determinação do valor atual do preço de exercício. Como este é um valor preestabelecido, quanto maior for a taxa de juro, menor será seu valor atual e, conseqüentemente, maior será o valor (prêmio) das opções de compra (*call*) e menor o valor das opções de venda (*put*).

5.4.5. Volatilidade do preço do ativo-objeto

A incerteza em relação aos retornos proporcionados por determinado ativo-objeto advém da variação de movimentos de seus preços, afinal estes não são determinados arbitrariamente ou por qualquer outro mercado nem seguem um padrão. Logo, quanto maior a volatilidade do ativo-objeto, maior o valor das opções, tanto de compra como de venda, e portanto, mais valorizada estará a opção.

Dessa forma, faz-se importante observar o reflexo das alterações da volatilidade sobre o preço das opções a fim de minimizar o risco ou maximizar os ganhos para o investidor. Afinal, conforme Damodaran (1997) esclarece:

“Embora possa parecer contra-intuitivo que o aumento numa medida de risco (variância) aumente valor, opções são diferentes de outros títulos, uma vez que os compradores de opções jamais poderão perder mais do que o prêmio pago por elas e podem potencialmente realizar ganhos significativos decorrentes de grandes movimentos de preços.”

Segundo Costa (1998), “uma pressão compradora persistente nas opções pode levantar seus níveis de volatilidade constantemente, criando uma tendência de alta que pode durar dias”. E continua dizendo que, “da mesma maneira, em um mercado calmo, o desinteresse geral por opções acaba provocando uma oferta, que causa uma *downtrend* na volatilidade”.

Analisando o comportamento da volatilidade implícita no mercado brasileiro percebe-se que esta mostra padrões de tendência que podem ser mais ou menos perseguidos pelo operador. No entanto, existem outros fatores que devem ser observados ainda que não estejam na fórmula de apreçamento nem nos modelos, posto existirem dependências da volatilidade implícita em relação a cada uma delas. Dentre as mais conhecidas, segundo Costa (1998), estão: a volatilidade no *intraday* (volatilidade maior na abertura do pregão e declinante durante o pregão em razão do emagrecimento da opção ocorrer durante o pregão e do momento de maior inquietação no mercado ocorrer na sua abertura); volatilidade e direção de mercado (a tendência da volatilidade implícita nas opções de ações é subir quando o mercado cai e cair quando o mercado sobe, afinal um mercado acionário em baixa é naturalmente mais volátil que um mercado em alta)⁵⁷; volatilidade e *at the moneyness* (onde as opções *at the money*

⁵⁷ Costa (1998) menciona que “alguns modelos (como o EGARCH) podem quantificar a dependência entre a volatilidade do mercado e a sua direção, fornecendo valores de volatilidade histórica diferentes dos que são calculados assumindo o passeio aleatório dos preços”.

apresentam volatilidade implícita menor que as não *at the money*, resultando no chamado *smile* de volatilidade).

5.4.6. *Smile* de volatilidade

O termo *smile* (sorriso) surgiu da observação da forma resultante dos gráficos volatilidade implícita de uma opção *versus* seu preço de exercício. De acordo com esses gráficos as opções *at the moneyness* apresentam volatilidade implícita menor, ao passo que nas opções *out of the money* e *in the money* a volatilidade torna-se maior.

Segundo Costa (1998), “pode-se argumentar que o *smile* não é um fenômeno da volatilidade, e sim do preço”, tendo em vista que diferenças constantes nos preços das opções produzem padrões de *smile* na volatilidade.

Vale destacar que, no mercado acionário brasileiro ainda não houve demonstração deste efeito sorriso bem estabelecido em razão das poucas séries de opções com liquidez simultâneas, ao contrário do mercado de opções de câmbio onde ocorreram vários casos de *smiles*. No entanto, apesar das opções *out of the money* ocorrerem com maior frequência e terem liquidez (em razão da existência de interessados em *hedgear* uma desvalorização potencial do real), o mercado de opções de câmbio carecia de opções *in the money* o que fez com que a outra metade superior do *smile* jamais chegou a ser observada com exatidão, coincidindo assim com as volatilidades escalonadas, tipo mais comum de *smile* das opções de bolsa brasileiras.⁵⁸

A Tabela 3 abaixo, resume os efeitos no valor da opção de acordo com o comportamento de suas variáveis.

⁵⁸ Ver Costa (1998). Outra forma de *smile* que geralmente está relacionada à taxa de juro que é utilizada no modelo.

Tabela 3 – Efeitos no valor da opção

<i>Fator</i>	<i>Efeito sobre</i>	
	<i>Valor da opção de Compra</i>	<i>Valor da opção de Venda</i>
Aumento no preço do ativo-objeto	Aumenta	Diminui
Aumento no preço de exercício da opção	Diminui	Aumenta
Aumento no prazo de vencimento da opção	Aumenta	Aumenta
Aumento nas taxas de juros	Aumenta	Diminui
Aumento na variância do ativo subjacente	Aumenta	Aumenta

Fonte: Adaptado de Damodaran (1997).

5.5. Modelo de Black & Scholes

Criado em 1973, por Fischer Black e Myron Scholes, o modelo então denominado Black & Scholes foi desenvolvido para a avaliação de opções européias, que são protegidas de dividendos. Representou um enorme avanço na teoria do apreçamento de opções, sendo considerado um dos modelos mais utilizados e de maior sucesso em finanças.

A facilidade de sua aplicação, onde o preço da opção pode ser calculado a partir de uma fórmula, cujas variáveis de entrada, excetuando uma, são diretamente observáveis, conquistou analistas do mercado. Assim, após sua publicação surgiram diversos estudos a respeito e os mercados de opções começaram a se desenvolver, crescendo o volume então negociado.

A fórmula de Black & Scholes pode ser utilizada para o apreamento de qualquer derivativo dependente de uma ação sem dividendos.⁵⁹ Logo, nem a possibilidade de exercício antecipado nem o pagamento de dividendos afetam o preço das opções.

Na verdade, este modelo é uma sofisticação do modelo binomial. Enquanto este requer grande quantidade de dados de entrada, em termos de preços futuros esperados em cada nó, o Modelo de Black & Scholes reduz substancialmente as necessidades de informações.

De acordo com Damodaran (1997), “o Modelo Black & Scholes se aplica quando a distribuição limitadora for a distribuição normal e supõe, explicitamente, que o processo de preços é contínuo e que não há salto nos preços dos ativos”.⁶⁰

Frisa-se, por oportuno, que as determinantes de valor no Modelo Black & Scholes são aquelas já apresentadas acima, ou seja, o preço atual do ativo-objeto, o preço de exercício, o tempo a decorrer até o vencimento da opção, a taxa de juro livre de risco e a variabilidade nos preços dos ativos-objeto.

A fim de produzir resultados úteis, este modelo possui certas premissas básicas que procuram ser as mais realistas possíveis, quais sejam⁶¹:

- os mercados têm negociação contínua, isto é, a qualquer tempo há a possibilidade de realização de um negócio;
- o comportamento do preço da ação segue o modelo lognormal, com taxa de retorno (μ) esperada da ação e volatilidade (σ) do preço da ação constantes;

⁵⁹ Segundo Silva (1996), “a fórmula Black-Scholes pode ser muito útil para investidores do mercado de opções, já que pode ser usada tanto para medir o valor como o risco de uma opção em relação a ação subjacente”.

⁶⁰ Conforme esclarece o autor, a distribuição limitadora é a distribuição normal se, à medida que t se aproxima de zero, as variações de preços se tornarem menores.

⁶¹ Sobre o assunto, ver Freitas (2002) e Pinheiro (1996).

- não há custos operacionais, nem impostos e todos os títulos são perfeitamente divisíveis;

- as ações não pagam dividendos até o vencimento das opções, o que permite que o modelo possa ser utilizado para opções Europeias e opções de compra Americanas;

- não existem oportunidades de arbitragem sem risco⁶²;

- há a possibilidade de venda a descoberto, sem qualquer custo adicional;

- a taxa de juro livre de risco é conhecida e constante.

Nota-se assim que, de acordo com este modelo os preços do ativo-objeto de uma opção possui comportamento estocástico contínuo, na forma de Movimento Geométrico Browniano, o que significa dizer, nas palavras de Lemgruber (1992), que “a distribuição probabilística dos preços do ativo-objeto em uma data futura é log-normal e, por consequência, a distribuição probabilística das taxas de retorno calculadas de forma contínua e composta entre duas datas é normal”.

Outra particularidade do Modelo Black & Scholes é de que nele o preço de uma opção dependerá exclusivamente da volatilidade da ação a que ela se refere, e não do valor esperado da mesma.

A fórmula de avaliação para opções definida por Black & Scholes pode ser derivada em função das seguintes variáveis:

- S que é o preço corrente do ativo sobre o qual a opção foi lançada ou ativo-objeto;

⁶² Segundo Freitas (2002), “para derivar a equação diferencial que descreve o modelo, Black & Scholes utilizaram a hipótese de não existência de oportunidades de arbitragem. Dessa forma, construíram uma carteira sem risco, composta por uma posição na ação-objeto e uma posição na opção, e igualaram seu retorno à taxa de juro livre de risco”.

- X é o preço sobre o qual será comprado ou vendido o ativo-objeto na data de exercício, ou preço de exercício da opção;
 - r é a taxa de juro livre de risco entre hoje e o vencimento da opção⁶³;
 - T é o tempo, medido em anos, até o exercício;
 - σ é a volatilidade anual do ativo subjacente entre hoje e o vencimento da opção;
- tendo, assim, um modelo matemático da forma

$$C_{BS} = f(S, X, r, T, \sigma)$$

Dessa forma, utilizando estas variáveis, Black & Scholes definiram fórmulas para apreçar opções de compra e venda europeias de ações sem dividendos, quais sejam⁶⁴:

$$c_{BS} = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

$$p_{BS} = Xe^{-rT} N(d_2) - SN(d_1)$$

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

⁶³ A taxa de juro livre de risco usada neste modelo deve ser capitalizada continuamente. Para tanto, pode-se utilizar a seguinte transformação: $e^a - 1 = b$, donde a é a taxa capitalizada continuamente e b é a taxa efetiva.

⁶⁴ Silva (1996) lembra que algum tempo atrás, a montagem da fórmula do Modelo Black-Scholes era uma tarefa bastante complexa. Porém, a disseminação da microinformática e o uso intensivo de ferramentas ou utilitários, como as planilhas eletrônicas, pôs fim ao obstáculo para a montagem do modelo.

Aqui, cumpre esclarecer que $N(x)$ é a função de distribuição cumulativa de uma normal, ou seja, é a probabilidade de uma variável que segue uma distribuição normal padrão (média igual a 0 e desvio padrão igual a 1) ser menor que determinado valor x ; Xe^{-rT} é o valor presente do preço de exercício; c e p são os preços das opções de compra (*call*) e venda (*put*), respectivamente; e \ln é o logaritmo neperiano.

Analisando a expressão acima, percebe-se que o modelo requer o conhecimento de todos os parâmetros nele contidos, os quais são facilmente verificados no momento da negociação, exceto um, a volatilidade, que não pode ser diretamente observada, devendo ser estimada.

Como visto no capítulo 3 do presente estudo, há diversas formas de estimar a volatilidade: a partir de dados históricos do preço da ação-objeto ou através do cálculo da volatilidade implícita, na qual consiste em determinar a volatilidade a partir do próprio modelo de apreamento Black & Scholes, igualando-se a fórmula ao preço de mercado da opção⁶⁵. No entanto, neste trabalho utilizar-se-á a volatilidade histórica para o cálculo do apreamento de opções, em razão dos motivos já expostos anteriormente.

Até porque, conforme afirma Freitas (2002), “ainda não existe consenso quanto ao método de estimativa da volatilidade mais adequado ao mercado de opções”. Para Lanari (2000), que analisou vários trabalhos sobre a volatilidade implícita e sua capacidade de prever o futuro, “não há (...) conclusão definitiva sobre a melhor maneira de se estimar a volatilidade”.⁶⁶

Nestes 30 anos de existência do Modelo de Black & Scholes, diversas críticas foram a ele direcionadas. Seja em razão da inovação que trouxe ao sistema, resultando no seu imenso sucesso, ou à facilidade de sua utilização, a verdade é que à partir daí

⁶⁵ Neste contexto, a volatilidade implícita pode ser definida como a volatilidade que, aplicada ao Modelo de Black & Scholes, resulta em um preço igual àquele negociado no mercado.

⁶⁶ *Apud* Freitas (2002).

surgiram muitos estudos à respeito do assunto: uns procurando criar novos modelos capazes de apreçar opções, outros analisando a precisão do Modelo Black & Scholes no alcance dos objetivos por ele almejados.

O resultado encontrado pelos estudiosos foi de que algumas de suas premissas não são confirmadas na prática, levando a diferenças significativas entre o valor da opção, calculado pelo modelo, e o valor realmente verificado no mercado.

Dentre as premissas apontadas pelo modelo estão as que se referem ao comportamento estocástico dos preços dos ativos-objeto e da taxa de juro. Black & Scholes consideraram que as mudanças nos preços do ativo-objeto são constantes e que a taxa de juro também é constante durante o tempo de vida da opção. Entretanto, observando o mercado, é possível notar drásticas variações nos preços dos ativos com frequência e alterações na taxa de juro, principalmente no Brasil, onde a estabilidade da taxa de juro é premissa mais fraca.

Costa (1998), ao criticar a premissa de juro constante apontada pelo Modelo Black & Scholes, enfatiza

“Acontece que toda opção sobre S é, indiretamente, uma opção sobre juros: se os juros caírem, o valor futuro de S também cai, podendo até transformar um *call* em *out-of-the-money* ou uma *put* em *in-the-money*. Se os juros sobem, o valor futuro de S também sobe, podendo transformar uma *call* em *in-the-money*, ou uma *put* em *out-of-the-money*. Em ambos os casos, o deslocamento das opções deveu-se apenas à variação dos juros. Isso quer dizer que uma opção pode entrar e sair do dinheiro movida a juros.”

Outra premissa básica do Modelo de Black & Scholes é de que a volatilidade do preço das ações é constante. Porém, na prática, essa assertiva não se confirma, afinal a

volatilidade futura do preço de uma ação é incerta, posto depender do preço de exercício e da maturidade da opção em questão.

Sobre o assunto, Freitas (2002) completa ao dizer que “se o Modelo Black e Scholes fosse um modelo perfeito, as opções sobre a mesma ação e de mesmo vencimento deveriam estar relacionadas à mesma volatilidade implícita”.⁶⁷

Nesta mesma linha de raciocínio encontra-se Oliveira (2003) ao afirmar que “empiricamente, observa-se que os preços estimados pelo BMS, usando-se previsores estatísticos para σ , não se ajustam perfeitamente àqueles praticados pelo mercado”. De acordo com o autor,

“mesmo em mercados com alta liquidez e com significativa similaridade às hipóteses subjacentes ao modelo de BMS, principalmente para opções muito fora do dinheiro (OTM) ou muito dentro do dinheiro (ITM), os preços de mercado apresentam discrepância com relação ao que se esperaria caso o BMS fosse o “verdadeiro” modelo de formação dos preços”.⁶⁸

Como se isso não bastasse, o Modelo de Black & Scholes apresenta outras limitações, quais sejam, não levar em consideração a possibilidade de exercício antecipado nem o pagamento de dividendos. Conforme Damodaram (1997), ambos impactam o valor de opções, e há ajustes que, embora não sejam perfeitos, oferecem correções parciais de valor. Segundo Freitas (2002), na prática, nem sempre essa premissa de não-pagamento de dividendos antes do vencimento da opção se confirma.

Por outro lado, Silva Neto (1996) faz críticas às premissas de ausência de custos operacionais e igualdade das taxas de captação e aplicação. Segundo ele, há muitos

⁶⁷ Daigler (1997) *apud* Freitas (2002).

⁶⁸ As abreviações contidas no texto são utilizadas pelo próprio autor para definir Black-Merton-Scholes (BMS), neste trabalho definido como Black & Scholes, *out-of-the-money* (OTM) e *in-the-money* (ITM).

custos operacionais envolvidos na negociação de opções, incluindo os impostos e as taxas cobradas pelas Bolsas.

Pelo exposto, nota-se que as premissas nas quais o Modelo Black & Scholes se baseia estão longe de refletir a realidade. No entanto, ainda é largamente utilizado no mercado de ações em razão da sua popularidade e da maneira rápida, prática e barata de calcular opções.

Tal situação demonstra a fragilidade do mercado e incerteza nos resultados, afinal ao preferir aplicar um modelo que não proporciona confiança estar-se-ão admitindo a ingerência do operador de mercado e o aumento do risco para o investidor.

É preciso muito mais que um simples cálculo matemático onde encaixa-se os valores numa fórmula e obtêm-se um resultado. É preciso encontrar uma forma de apreçar opções que consiga incorporar não só o comportamento estocástico da volatilidade como evitar demais erros capazes de ocasionar grandes transtornos aos investidores em razão do enorme risco por eles assumidos.

5.6. Redes Neurais Artificiais

Nos anos de 1980 e 1990, especialmente os últimos, houve mudança extraordinária na ordem internacional econômica. A área financeira passou por uma evolução tecnológica que resultou no relacionamento dos mercados globais e intensificou a necessidade de uma perspectiva global de negociação. A tendência em torno da globalização interconectando os mercados resultou da convergência de fatores como o avanço das telecomunicações e das tecnologias computacionais.

Assim, no decorrer dos anos, houve um aumento considerável na utilização de técnicas matemáticas, estatísticas e computacionais para a previsão de movimentos futuros no mercado financeiro, dentre elas destacam-se as Redes Neurais Artificiais⁶⁹, uma das técnicas mais difundidas da Inteligência Artificial.

A Rede Neural Artificial é um sistema de processamento de informação que possui certas características de performance em comum com as redes neurais biológicas, tendo em vista que procura simular o funcionamento do cérebro humano, de forma a adquirir conhecimento para a solução de um determinado problema através de um processo de aprendizagem.

Em razão de sua habilidade em lidar com dados ruidosos, incompletos ou imprecisos, e de prever sistemas não lineares, a aplicabilidade das redes neurais artificiais no mercado financeiro torna-se bastante eficiente, pelo fato deste mercado ser um sistema não-linear visto que sofre a influência de diversos fatores políticos, econômicos, entre outros⁷⁰.

Vale destacar, por oportuno, que o avanço da tecnologia computacional possibilitou o desenvolvimento das Redes Neurais que conseguiram superar as dificuldades encontradas por outros métodos já utilizados na tentativa de realizar previsões no mercado financeiro.

⁶⁹ Cumpre esclarecer que a técnica das Redes Neurais Artificiais também são utilizadas em outras áreas, tais como recursos humanos, marketing, médica, engenharia, etc, não sendo apenas aplicável ao mercado financeiro. No entanto, o presente estudo analisará a sua utilização neste último setor em razão do tema abordado.

⁷⁰ As Redes Neurais não estabelecem hipóteses ou suposições sobre a distribuição ou propriedades dos dados, o que faz com que sejam mais úteis em situações práticas.

5.6.1. Introdução

A Rede Neural Artificial⁷¹ é uma técnica de Inteligência Artificial que tenta simular em máquinas (computadores) o funcionamento do cérebro humano, de uma maneira simplificada, a fim de solucionar problemas. Pode ser implementada por meio de componentes eletrônicos ou através de software.

Nas palavras de Freiman (2005), “as redes neurais artificiais são ferramentas de Inteligência Artificial que possuem a capacidade de se adaptar e de aprender a realizar uma certa tarefa, ou comportamento, a partir de um conjunto de exemplos dados”. Ou seja, são técnicas computacionais que apresentam um modelo inspirado na estrutura neural de organismos inteligentes e que adquirem conhecimento através da experiência.

Como o cérebro humano, as Redes Neurais são constituídas de um conjunto de unidades de processamento conectadas entre si, chamadas de neurônios artificiais, ou simplesmente, neurônios. Essas unidades geralmente são conectadas por canais de comunicação que estão associados a um determinado peso, chamado de peso sináptico⁷². As unidades fazem operações apenas sobre seus dados locais, que são entradas recebidas pelas suas conexões. O comportamento inteligente de uma Rede Neural Artificial provém das interações entre as unidades de processamento da rede.

Para Haykin (2001), uma Rede Neural assemelha-se ao cérebro humano em dois aspectos:

“(1) o conhecimento é adquirido pela rede a partir de seu ambiente através de um processo de aprendizagem; (2) forças de conexão entre neurônios (os pesos sinápticos) são utilizadas para armazenar o conhecimento adquirido”.

⁷¹ Conforme esclarece Smith & Gupta (2000), existem vários tipos de redes, cada uma com diferentes objetivos, arquitetura e algoritmo de aprendizagem.

⁷² De acordo com Freitas (2002), “pode-se dizer que os pesos sinápticos constituem o meio utilizado por uma rede neural para armazenar o conhecimento adquirido durante o processo de aprendizagem.”

Assim, as Redes Neurais Artificiais utilizam o processamento distribuído, onde os neurônios comunicam-se através de arestas exibindo um peso sináptico associado a cada uma destas. Cada neurônio possui uma função de ativação, permitindo que, a partir de um valor recebido como entrada e do valor já armazenado internamente, seja gerado um valor de saída, que será propagado ao neurônio seguinte. Ou seja, de forma sintetizada, estas operações consistem na multiplicação do valor de cada entrada pelo respectivo peso associado e na posterior soma para resultar em um valor.

5.6.2. Histórico

O primeiro modelo artificial de um neurônio biológico foi desenvolvido por Warren McCulloch e Walter Pitts, em 1943. McCulloch e Pitts criaram uma máquina inspirada e baseada no cérebro humano, denominada *Psychon*, a partir de um modelo matemático do neurônio biológico. No entanto, os diversos tipos de Redes Neurais Artificiais por eles criados, executavam tarefas lógicas elementares e reconheciam padrões visuais e auditivos simples, não apresentando técnicas de aprendizado, em razão de seus idealizadores se concentrarem mais em descrever um modelo artificial de neurônio e apresentar suas capacidades computacionais.

A partir daí, surgiram muitos estudos sobre o assunto, fruto da rápida disseminação do entendimento de possíveis modelos neurais.

Em 1949, Donald O. Hebb mostrou que a plasticidade da aprendizagem de redes neurais é conseguida através da variação dos pesos de entrada dos nodos. Ele propôs uma teoria, conhecida como Regra de Hebb, para explicar o aprendizado em nodos biológicos baseada no reforço das ligações sinápticas entre os nodos excitados, sendo o

pioneiro a propor uma lei de aprendizagem específica para as sinapses dos neurônios. Este primeiro passo inspirou muitos outros pesquisadores. Hoje, a Regra de Hebb é utilizada em vários algoritmos de aprendizado.

Em 1958, Frank Rosenblatt cria os *Perceptrons*⁷³, modelos de neurônios baseados nos conceitos de McCulloch e Pitts⁷⁴ e o primeiro neurocomputador a obter sucesso. Com este novo modelo, Rosenblatt demonstrou que se as Redes Neurais Artificiais, com nodos desenvolvidos por McCulloch e Pitts, fossem acrescidas de sinapses poderiam ser treinadas para classificar certos tipos de padrões.

Segundo Smith (1993), “*Rosenblatt demonstrated that the perceptron can generalize. That is, if a perceptron gives a certain response to an input, it gives the same response when it receives a novel but similar input*”.

Posteriormente, em 1962, Bernard Widrow, fundador da primeira companhia de hardware de neurocomputadores e componentes, e Marcian Hoff desenvolveram um modelo similar ao *Perceptron* chamado *Adaline (Adaptive Linear Element)*, equipado com uma poderosa lei de aprendizado, que ainda permanece em uso.

Esses modelos do tipo *Perceptron*, incluindo o *Adaline*, são baseados no aprendizado supervisionado por correção de erros, uma classe muito importante de Redes Neurais Artificiais que possui uma larga aplicação na atualidade.⁷⁵ Para Smith (1993), “*the Adaline’s method of learning illustrates two key concepts: supervised learning and gradient descent*”.

⁷³ “*For Rosenblatt, the fundamental question was how the brain, despite the imprecision of its initial wiring, comes to respond in similar ways to similar stimuli. How do we group together experiences that are similar, and how do we differentiate them from dissimilar experiences? Rosenblatt’s answer was a theory of statistical separability: a mathematical analysis of the behavior of a class of network models called perceptrons.*” (SMITH, 1993)

⁷⁴ Sobre o assunto, ver Loesch & Sari (1996).

⁷⁵ Sobre o assunto ver Freiman (2004).

Minsky e Papert fizeram um estudo cuidadoso desses algoritmos e, em 1969 criticaram severamente os modelos baseados no *Perceptron*, dizendo que estes eram limitados a resolver problemas linearmente separáveis. Estes resultados e observações formalmente apresentados foram devastadores, e a abordagem conexionista ficou relegada a um plano secundário durante toda a década de 70 e início da década de 80.

Ultrapassado o impacto e após um período de pesquisas silenciosas, surgiram novos modelos, que deram um novo impulso às Redes Neurais. Assim, em 1982, John Hopfield, renomado físico de reputação mundial, criou um modelo baseado em um tipo de rede diferente dos modelos que tinham como base o *Perceptron*. Conforme esclarece Freiman (2004), tal modelo tratava-se de uma rede com conexões recorrentes e com um comportamento baseado na competição entre os neurônios, em que o aprendizado era *não supervisionado*.

Alguns anos mais tarde, com o desenvolvimento dos computadores e de modelos matemáticos foi possível analisar o problema apontado por Minsky e Papert. Em 1986, surge, então, o modelo que permitiu o ressurgimento das redes baseadas em *Perceptrons*, o das redes multinível, que possuía como algoritmo de aprendizado o *Backpropagation* ou Retropropagação, desenvolvido por Rumelhart, Hinton e Williams. Este algoritmo permitia realizar o aprendizado por correção de erros em uma rede de múltiplas camadas.

Conforme afirma Smith (1993):

“They called the method “backward propagation of errors”. Backpropagation is based on a generalization of the Adaline’s gradient descent learning method, and it provides the solution to the problem that had stymied Connectionism for two decades”.

Os problemas de aprendizado existentes até então, foram resolvidos em grande parte. E com o desenvolvimento da informática, a partir dos anos 80, os estudos sobre Redes Neurais sofreram grande revolução, tornando-se destaque, seja em razão das promissoras características apresentadas pelos modelos propostos, seja pelas condições tecnológicas atuais de implementação, que permitem desenvolver arrojadas arquiteturas neurais paralelas em hardwares dedicados e obter ótimas performances destes sistemas.

Surgiram assim, diversos estudos aplicando as Redes Neurais no mercado de opções. Freitas (2002) analisou esses trabalhos, que utilizaram os modelos de Redes Neurais no apreçamento de opções e na previsão de volatilidade implícita, e verificou que todos são convergentes ao concluírem que a técnica de Redes Neurais é uma importante ferramenta para a análise e compreensão do mercado de opções.

Tecendo breve resumo dos trabalhos analisados por Freitas (2002) que aplicaram Redes Neurais ao mercado de opções, tem-se que:

- Hutchinson *et al.* (1994) utilizaram Redes Neurais no apreçamento e *hedge* de opções sobre fundos do índice S&P 500, entre 1987 e 1991 e verificaram que o resultado obtido pela fórmula de Black & Scholes foi superado pelas Redes Neurais quando se utilizou, como conjunto de treinamento, dados sobre os preços diários das opções vistos durante dois anos.

- Lajbcygier *et al.* (1996) compararam o modelo de Hutchinson *et al.* (1994) com um modelo de quatro parâmetros de entrada: $S/X, T, r$ e σ , onde T é o tempo até o vencimento, r é a taxa de juro livre de risco e σ é a volatilidade histórica estimada a partir de dados diários de um período de 60 dias, aplicado ao mercado australiano de derivativos. Segundo Freitas (2002), estes pesquisadores verificaram que o modelo de

quatro entradas mostrou-se superior ao modelo de duas entradas de Hutchinson *et al.* (1994) e ao Modelo de Black & Scholes.

- Garcia e Gençay (2000) propuseram variação do modelo de Hutchinson *et al.* (1994), dividindo a função do apreçamento em duas partes: uma controlada pela razão S/X e outra, por uma função do tempo até o vencimento. De acordo com Freitas (2002), os resultados indicaram que a utilização dessa técnica reduz o erro de predição, embora não se tenha verificado diferença significativa para o *hedge* com opções.

- Malliaris e Salchenberger (1996) desenvolveram um modelo de Redes Neurais *backpropagation* para estimar a volatilidade futura, aplicando-o ao mercado de opções sobre o índice S&P 100 e utilizando opções que estavam mais no preço (*at-the-money*). Os resultados obtidos demonstraram que, em comparação aos métodos tradicionais de volatilidade histórica e volatilidade implícita, a volatilidade estimada por meio das Redes Neurais descreve melhor o movimento da volatilidade implícita calculada pelo Modelo de Black & Scholes, conforme comenta Freitas (2002).

- Yao *et al.* (2000) construíram modelos de Redes Neurais *backpropagation* para apreçar opções sobre futuros do índice Nikkei 225, em negociação no Singapore International Monetary Exchange (SIMEX). O estudo realizado mostrou, em comparação com o Modelo Black & Scholes, a superioridade do modelo de Redes Neurais no apreçamento de opções dentro do preço e fora do preço. No entanto, no apreçamento de opções no preço, o Modelo de Black & Scholes obteve um desempenho superior.

- Qi *et al.* (1996), por meio de rede MLP, apreçaram opções de compra sobre o índice S&P 500, negociadas entre dezembro de 1994 e janeiro de 1995, e concluíram

que as Redes Neurais podem ser uma boa alternativa quando os pressupostos básicos do Modelo de Black & Scholes são desrespeitados.

- Ormoneit (1999) propôs um algoritmo de treinamento para situações em que as relações não-lineares de interesse mudam gradualmente com o tempo. Ormoneit utilizou modelo de Rede Neural MLP no apreçamento e *hedge* de opções de compra sobre o DAX, índice alemão de ações. E, em comparação ao Modelo de Black & Scholes, obteve resultados melhores em relação aos erros de apreçamento.

- Burgess e Refenes (1999) empregaram redes neurais para estimar a volatilidade implícita de opções sobre o índice Ibex35, que contém as 35 ações mais líquidas negociadas na bolsa de valores espanhola por meio do sistema CATS. Segundo Freitas (2002), os resultados empíricos mostraram que, por meio das Redes Neurais, pode-se obter boas estimativas da volatilidade implícita.

5.6.3. O Neurônio Artificial

Conforme comentado anteriormente, uma Rede Neural busca inspiração na estrutura do cérebro humano, sendo formada por diversos neurônios organizados em camadas. Estas, por sua vez, são classificadas em três grupos divididos em camadas de entrada (na qual os padrões são apresentados à rede), camadas intermediárias ou ocultas (nas quais é feita a maior parte do processamento, através de conexões ponderadas) e camada de saída (na qual o resultado final é apresentado).

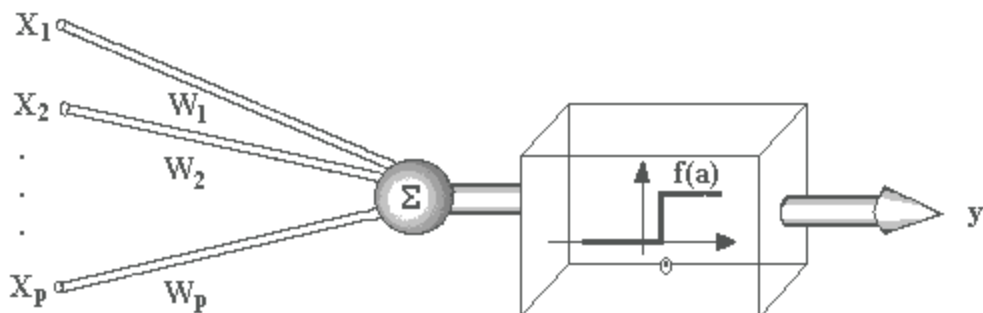
Cada neurônio de uma camada é conectado com todos os neurônios das camadas anteriores e posteriores e a cada uma dessas ligações é arbitrado um peso sináptico⁷⁶,

⁷⁶ Os pesos sinápticos são responsáveis pelo armazenamento das informações e definem o efeito que a saída de um neurônio exerce sobre a entrada do neurônio seguinte.

além de haver um valor pré-arbitrado para cada neurônio. O resultado do somatório dos pesos multiplicados pelos valores de entrada e do valor pré-arbitrado é submetido a uma função de ativação, que, por sua vez gera a saída.

Assim, como as Redes Neurais se baseiam no funcionamento do neurônio biológico, possuem uma estrutura idêntica a este. McCulloch e Pitts interpretaram o funcionamento do neurônio biológico como sendo um circuito de entradas binárias onde cada sinal positivo ou negativo que entra pelo sistema é multiplicado por um número, ou peso, que indica a sua influência na saída. Caso a soma ponderada dos sinais exceda certo limite, é gerada uma resposta de saída.

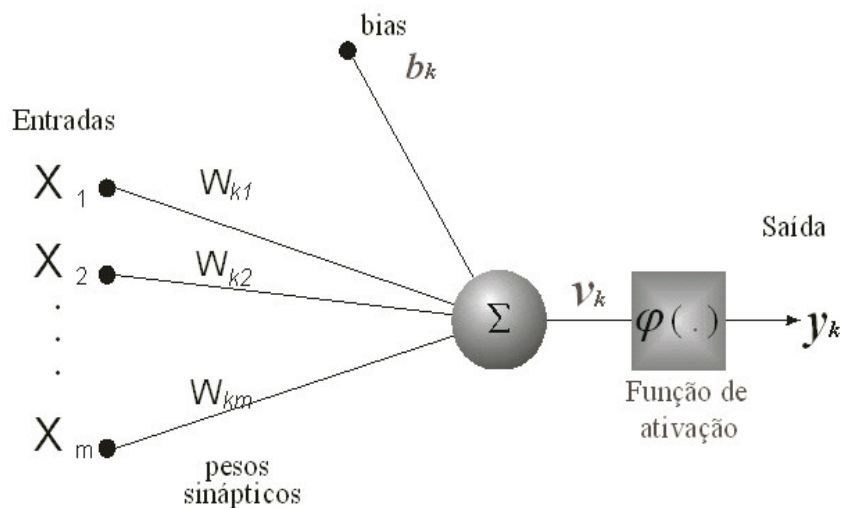
Figura 1 – Modelo de McCulloch e Pitts (1943)



A partir deste modelo é possível identificar três elementos básicos para o projeto de Redes Neurais: um conjunto de sinapses, cada uma caracterizada por um peso ou força própria (representadas por W_1, W_2, \dots, W_p); um somador para somar os sinais de entrada, ponderado pelas respectivas sinapses do neurônio, constituindo um combinado linear; e uma função de ativação para restringir o intervalo permissível de amplitude do sinal de saída do neurônio a um valor finito.

Haykin (2001) apresentou o modelo de um neurônio artificial k (Figura 2), em que após a multiplicação dos valores de entrada pelos respectivos pesos $w_{k1}, w_{k2} \dots w_{km}$, os produtos obtidos são somados entre si e às bias (parâmetro que permite a *calibragem* do sinal de saída⁷⁷), resultando no *potencial de ativação* representado por v_k . Posteriormente, o valor de v é submetido a uma *função de ativação* (φ), cujo resultado y_k é o valor de saída do neurônio.

Figura 2 – Modelo de um Neurônio Artificial



Fonte: Haykin (2001)

Sendo assim, o neurônio pode ser representado matematicamente pelas seguintes expressões:

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} \cdot x_{j+b_k}$$

$$y_k = \varphi(v_k)$$

⁷⁷ Nas palavras de Welstead (1994), bias (ou *threshold*) caracteriza um peso adotado que possui um valor unitário, e é utilizado de forma a proporcionar que um neurônio artificial possa gerar um resultado diferente de zero correspondente a um valor (sinal) líquido nulo gerado pela função soma.

5.6.4. Função de Ativação

A função de ativação, denotada por $\varphi(\cdot)$, é uma função matemática que, aplicada à combinação linear entre as variáveis de entrada e pesos que chegam a determinado neurônio, define seu valor de saída. Em outras palavras, a função de ativação é aplicada ao potencial de ativação v_k para a produção do valor de saída y_k do neurônio artificial.⁷⁸

Esta função limita a amplitude do intervalo do sinal de saída do neurônio para algum valor finito, geralmente no intervalo normalizado $[0,1]$ ou $[-1,1]$.

Dentre as principais funções de ativação utilizadas, os tipos básicos são:

a) Função Degrau ou Limiar – É o tipo mais simples de função de ativação, onde tem-se que:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1 & \text{se } v \geq 0 \\ 0 & \text{se } v < 0 \end{cases}$$

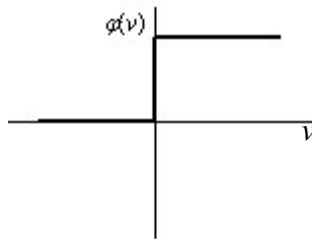
Correspondentemente, a saída do neurônio k que utiliza a função limiar é expressa como:

$$y_k = \begin{cases} 1 & \text{se } v_k \geq 0 \\ 0 & \text{se } v_k < 0 \end{cases}$$

⁷⁸ Ver Freitas (2002).

Nota-se, assim, que neste modelo a saída do neurônio recebe o valor de 1 se o nível total de atividade interna desse neurônio é não negativo, e 0 se é o contrário. Graficamente, é definido da seguinte forma:

Gráfico 2 – Função Degrau ou Limiar



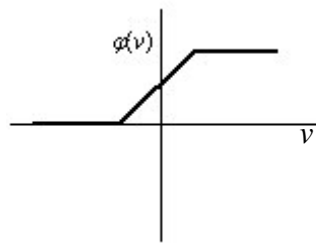
b) Função Linear – Esta função, representada pelo gráfico 3 abaixo, utiliza um valor unitário para apresentar o fator de graduação do sinal de saída em uma região de comportamento linear. Excluindo esta região, a função assume características similares a Função Degrau.⁷⁹ Pode ser descrita como:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & \text{se } v \geq \frac{1}{2} \\ v, & \text{se } \frac{1}{2} > v > -\frac{1}{2} \\ 0 & \text{se } v \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

onde $(-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2})$ é o intervalo que define a saída linear e 0 e 1 são os limites mínimo e máximo da função.

⁷⁹ Ver Bocanegra (2002).

Gráfico 3 – Função Linear



c) Função Sigmóide – Segundo Haykin (1999)⁸⁰ é a função mais utilizada na construção de Redes Neurais Artificiais. Esta função assume valores em um intervalo contínuo entre 0 e 1. De acordo com Bocanegra (2002), “é definida como uma função de caráter estritamente crescente, que mostra propriedades homogêneas e assintóticas”.

A função sigmoidal pode assumir as seguintes formas:

- função logística:
$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + e^{-av}}$$

onde a é o parâmetro de inclinação da função sigmóide. Variando o parâmetro a , são obtidas funções sigmóides de diferentes inclinações.

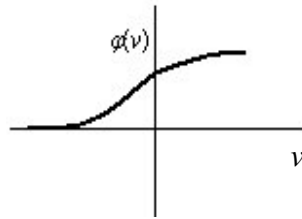
- função tangente hiperbólica⁸¹:
$$\varphi(v) = \tanh(v)$$

Representada pelo gráfico 4, a função sigmóide quando está no seu limite, se aproxima tanto do infinito que se torna uma função limiar. Enquanto esta assume o valor entre 0 e 1, uma função sigmóide assume valores em uma faixa contínua entre 0 e 1.

⁸⁰ *Apud* Freitas (2002).

⁸¹ Bocanegra (2002) explica que a diferença entre esta função e a função logística está no fato de que a função hiperbólica se trata de uma função logística modificada.

Gráfico 4 – Função Sigmoidal



5.6.5. Topologia das Redes Neurais Artificiais

A topologia nada mais é do que o modo de conexão entre os diferentes neurônios que formam a Rede Neural Artificial. As várias topologias de Redes Neurais podem ser agrupadas, basicamente, em duas classes:

- Não- Recorrentes (*feedforward* ou acíclicas)
- Recorrentes (ou cíclicas).

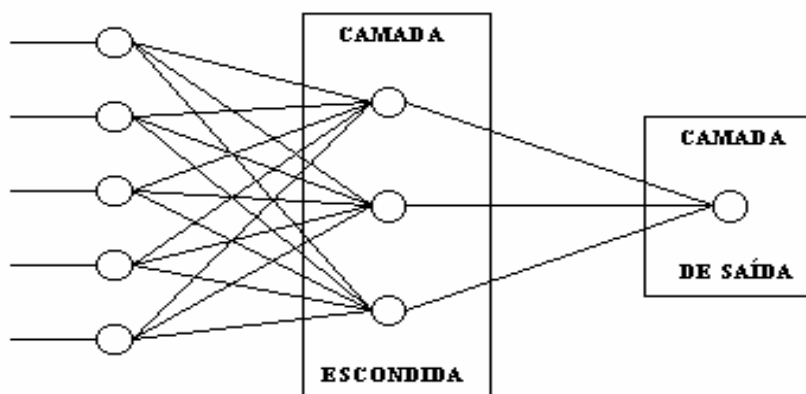
As Redes Neurais Artificiais Não-Recorrentes são aquelas que não possuem realimentação de suas saídas para suas entradas, razão pela qual são também ditas “sem memória”. Freiman (2004) esclarece que sua estrutura é em camadas, podendo ser formada por uma ou mais camadas. Redes multicamadas contêm um conjunto de neurônio de entrada, uma camada de saída e uma ou mais camadas escondidas. A entrada não é considerada uma camada de rede pelo fato de apenas distribuir os padrões.

A camada com os neurônios que fornecem a saída da rede é chamada de camada de saída, onde o resultado final é concluído e apresentado. Já as camadas que não possuem ligações diretas nem com a entrada, nem com a saída são chamadas de

camadas intermediárias ou escondidas, onde é feita a maior parte do processamento, através de conexões ponderadas.⁸²

A figura 3 mostra um exemplo de uma Rede Neural Artificial Não-Recorrente. Percebe-se que não existem conexões ligando um neurônio de uma camada a outro de uma camada prévia, nem a um neurônio da mesma camada.

Figura 3 – Rede Neural Artificial Não-Recorrente



Uma Rede Neural deste tipo, depois de treinada, é capaz de associar uma série de valores que são colocados em suas entradas a uma determinada saída. Não se trata, porém, simplesmente de uma memória, pois tem a capacidade de generalização⁸³; ela

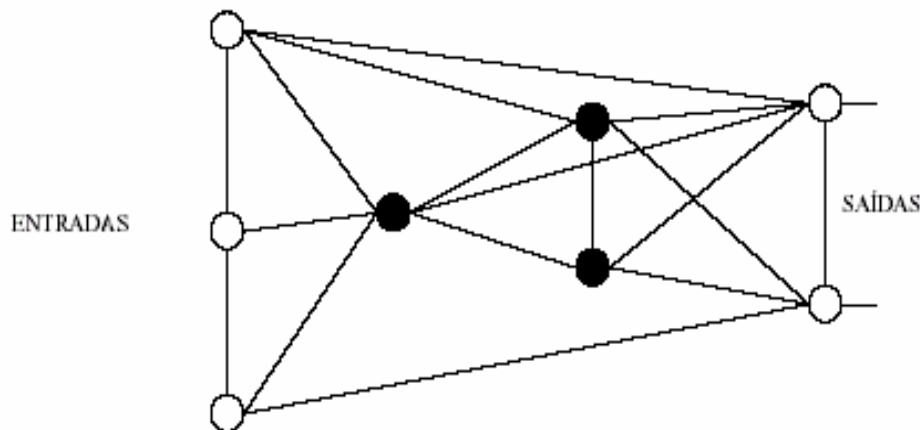
⁸² Ver Freiman (2004).

⁸³ Há três fatores capazes de avaliar o desempenho da Rede Neural Artificial: convergência, generalização e escalabilidade. A primeira diz respeito à capacidade das redes em aprender um determinado conjunto de dados definido no procedimento de treinamento, sendo muito importante para o bom desempenho das Redes Neurais. Se não consegue aprender (não converge) dificilmente apresentará bons resultados. A generalização diz respeito à habilidade das redes de reconhecer padrões fora do conjunto de treinamento e é a principal propriedade que deve ser exigida de um sistema neural. Ela determina a quantidade de dados necessários para treinar o sistema a fim de que este responda corretamente para padrões fora do conjunto de treinamento. De uma forma geral, a diminuição do número de conexões da rede aumenta a probabilidade de uma boa generalização. Contudo, isto deve ser feito sem reduzir demais o tamanho da rede, já que esta redução pode implicar na incapacidade da rede em computar a função desejada. Já a escalabilidade diz respeito a ambos e é relativa ao procedimento de ajustar parâmetros das Redes Neurais para que elas consigam convergir e generalizar bem. Afinal, para que uma Rede Neural tenha um bom desempenho, ela deve ser grande o suficiente para aprender o problema (convergir), e pequena o bastante para generalizar bem.

pode encontrar respostas corretas mesmo quando os dados disponíveis para as entradas estão incompletos ou danificados ou mesmo quando a relação entre entrada e saída não é correta.⁸⁴

As Redes Neurais Recorrentes são redes mais gerais que contêm realimentação das saídas para as entradas, sendo suas saídas determinadas pelas entradas atuais e pelas saídas anteriores. As estruturas da classe de redes recorrentes não são obrigatoriamente organizadas em camadas. No entanto, quando isso acontece, estas redes podem possuir interligações entre neurônios da mesma camada e entre camadas não consecutivas, gerando interconexões bem mais complexas que as Redes Neurais Artificiais Não-Recorrentes, conforme demonstra a figura 4 abaixo.

Figura 4 – Rede Neural Artificial Recorrente



Fonte: Freiman (2004)

Essas Redes Neurais Artificiais, também chamadas de Redes Neurais Artificiais com memória, por possuírem realimentação (*feedback*), respondem a estímulos

⁸⁴ Ver Haykin (2001).

dinamicamente, ou seja, após aplicar uma nova entrada, a saída é calculada e então realimentada para modificar a entrada. Para as redes estáveis, este processo é repetido várias vezes, produzindo pequenas mudanças nas saídas, até estas ficarem constantes. Todavia, as Redes Neurais Artificiais Recorrentes nem sempre são estáveis, mesmo com entradas constantes.

No início da década de 80, pesquisadores estavam preocupados com o fato de não se conseguir prever quais redes seriam estáveis. Cohen e Grossberg, então, provaram um teorema capaz de tal definição. Este teorema determina que para que as Redes Neurais Artificiais Recorrentes alcancem um estado estável é necessário que possuam conexões simétricas.

De acordo com Bocanegra (2002), contribuições importantes também foram dadas por John Hopfield (1984), tanto para a teoria como para a prática, sendo algumas configurações chamadas de redes de Hopfield em sua homenagem⁸⁵. Segundo ele,

“Hinton e Sejnowski (1986) também tiveram seus méritos neste campo, introduzindo regras gerais de treinamento para redes, denominadas por eles de máquina de Boltzmann, devido ao cálculo das saídas dos neurônios artificiais ser efetuado através de probabilidade segundo a distribuição de Boltzmann”. (BOCANEGRA, 2002)

Atualmente a topologia mais utilizada em problemas práticos é a *feedforward*, que pode ser implementada em processadores comuns e não exige muita memória, se comparada a outras topologias.

⁸⁵ Freiman (2004) explica que “a rede neural de Hopfield apresenta comportamento dinâmico e fluxo de dados multidirecional devido à integração total dos neurônios, desaparecendo a idéia de camadas bem distintas. Com isso, seu funcionamento é mais complexo, havendo certas complicações, seja na fase de aprendizado ou na fase de testes”. E finaliza dizendo que, “seu uso é direcionado a problemas de minimização e otimização”.

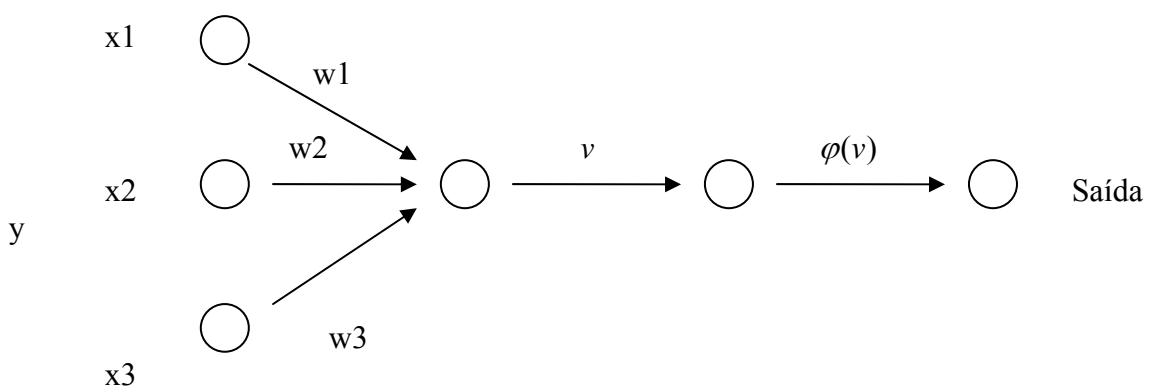
5.6.6. Arquitetura

A arquitetura da Rede Neural é muito importante para suas capacidades de convergência e generalização. Para definir a arquitetura de uma Rede Neural basta determinar a estrutura sobre a qual os neurônios da rede estarão organizados. A escolha de uma arquitetura adequada, nem tão grande, nem tão pequena, é a principal responsável pelo sucesso de uma aplicação.⁸⁶

A arquitetura da Rede Neural é definida pelas características do número de camadas da rede, do número de neurônios de cada camada, tipo de conexão entre os neurônios e a topologia da rede.⁸⁷

Há redes de camada única e de múltiplas camadas⁸⁸. Em redes de camada única existe apenas um neurônio entre cada entrada e cada saída da rede (Figura 5). A designação “camada única” se refere à camada de saída. A camada de nós de entrada não é considerada por não realizar qualquer computação.

Figura 5 – Modelo de uma Rede Neural de camada única



Fonte: Haykin (2001)

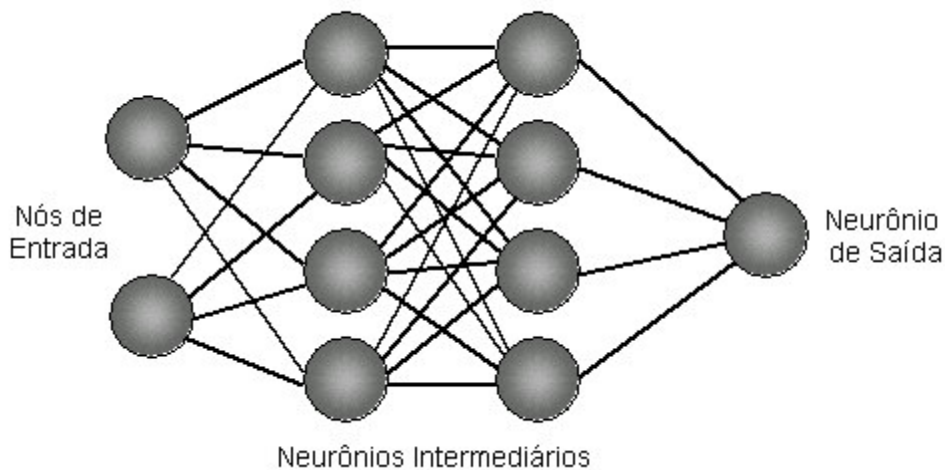
⁸⁶ Ver Freiman (2004).

⁸⁷ Braga *et al.* (2000), *apud* Freitas (2002).

⁸⁸ Neste estudo não serão abordadas as Redes Neurais Artificiais de uma camada, também chamadas de *Perceptrons*, por possuírem um espectro de representações limitado. Em contrapartida, utilizar-se-á as redes multicamadas, em razão de estas suprirem as deficiências das redes de uma única camada.

As redes de múltiplas camadas se distinguem da primeira classe pela presença de uma ou mais camadas ocultas, ou seja, por conterem mais de um neurônio entre qualquer entrada e qualquer saída da rede, conforme figura 6 abaixo.

Figura 6 – Modelo de uma Rede Neural de múltiplas camadas



Freiman (2004) explica que existem várias técnicas que tentam encontrar a arquitetura ideal através da diminuição de neurônios redundantes e do compartilhamento de pesos, porém nenhuma conseguiu resultados convincentes para todas as aplicações. E conclui que, “a verdade é que a arquitetura ideal das RNA’s ainda continua sendo determinada principalmente pela experimentação manual e pela experiência e sensibilidade do projetista”.

Conclui-se assim, que o desenvolvimento de uma Rede Neural ainda é um processo de tentativa e erro. A seleção da rede envolve a escolha da topologia da rede, da função de transferência e do algoritmo de aprendizagem.

5.6.7. Processo de Aprendizagem

De todas as propriedades interessantes das Redes Neurais Artificiais, nenhuma captura tão bem uma característica humana como a habilidade de aprender.⁸⁹ O processo de aprendizagem, além de auxiliar na melhora de seu desempenho, faz com que as Redes Neurais sejam capazes de fornecer soluções a determinado problema.⁹⁰ Conforme afirma Tafner (1995), a Rede Neural é capaz de modificar-se em função da necessidade de aprender a informação que lhe foi apresentada.

O processo de aprendizagem nas Redes Neurais acontece internamente por meio do ajuste dos pesos sinápticos das conexões durante a exposição dos exemplos, em resposta à quantidade de erros gerados pela rede. Dessa forma, o principal parâmetro utilizado para representar o conhecimento adquirido pelas Redes Neurais é o peso associado a cada ligação entre dois neurônios.

Para a compreensão do processo de aprendizagem, dois conceitos são importantes: o número de ciclos e taxa de aprendizagem. O número de ciclos refere-se ao número de vezes que os padrões de treinamento serão apresentados às Redes Neurais, a fim de que se faça a atualização dos pesos. A taxa de aprendizagem controla a intensidade das alterações dos pesos. De acordo com Freitas (2002), uma alta taxa de aprendizado acelera o processo de aprendizado, mas pode reduzir a capacidade de generalização da Rede Neural.

Denomina-se algoritmo de aprendizado a um conjunto de regras bem definidas para a solução de um problema de aprendizado. Existem muitos tipos de algoritmos de

⁸⁹ Ver Bocanegra (2002).

⁹⁰ O aprendizado ocorre quando a rede atinge uma solução generalizada para uma classe de problemas.

aprendizado específicos para determinados modelos de Redes Neurais, diferindo entre si, principalmente pelo modo como os pesos são modificados.

Na definição de Freitas (2002), “é dado o nome de *algoritmo de treinamento*, ou *algoritmo de aprendizado*, ao conjunto de procedimentos utilizados para ajustar os parâmetros das redes neurais de forma que ela possa realizar uma determinada função”.

As Redes Neurais são treinadas para aprender a partir dos dados de entrada. Assim como o cérebro humano, elas aprendem a partir de experiências (dados históricos) e não através de programação⁹¹.

Segundo Freiman (2004), ao invés de especificar todos os detalhes de uma computação, tem-se a possibilidade de treinar uma rede para fazer esta computação.

Sendo assim, o objetivo do treinamento de uma Rede Neural Artificial é fazer com que a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas desejado ou, no mínimo, um conjunto de saídas consistentes. Cada conjunto de entrada ou saída é chamado de *vetor*. O treinamento é realizado pela aplicação seqüencial dos vetores de entrada (e em alguns casos também os de saída), enquanto os pesos da rede são ajustados de acordo com um procedimento de treinamento pré-determinado. Durante o treinamento, os pesos da rede gradualmente convergem para determinados valores, tal que a aplicação dos vetores de entrada produza as saídas necessárias.⁹²

Os dois principais⁹³ paradigmas de aprendizado são:

- aprendizado supervisionado;
- aprendizado não-supervisionado.

⁹¹ Uma Rede Neural é capaz de generalização, não de deduções ou adivinhações.

⁹² Ver Freiman (2004).

⁹³ Freitas (2002) acrescenta outro principal paradigma de aprendizado: o aprendizado por reforço, no qual, ao contrário do que ocorre no aprendizado supervisionado, não são fornecidas à rede respostas corretas, mas somente um sinal de reforço, informando se a resposta fornecida pela rede está certa ou errada.

O aprendizado supervisionado é aquele que utiliza um conjunto de pares (entrada-saída), em que para cada padrão de entrada é especificado um padrão de saída desejado. O aprendizado ocorre no momento em que, a partir dos cálculos efetuados com o padrão de entrada e pesos correntes, a saída gerada pela rede for diferente da saída desejada. O algoritmo de treinamento, segundo alguns critérios, ajusta os pesos da rede de forma a reduzir o erro. Essa dinâmica é repetida inúmeras vezes para todo o conjunto de dados de entradas e saídas, até que a taxa atinja uma faixa considerada satisfatória. Nesse paradigma de aprendizado, o objetivo é realizar os ajustes dos parâmetros de tal forma que a saída calculada pelas Redes Neurais seja igual à saída desejada.

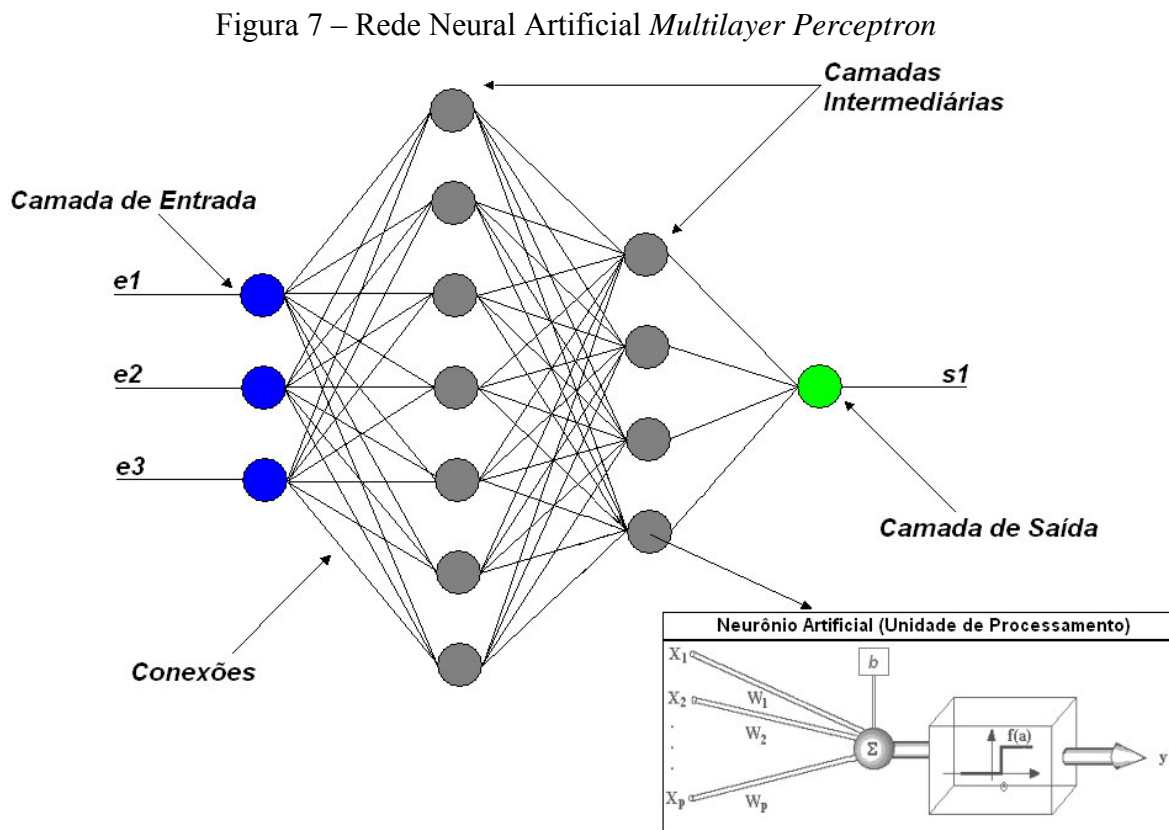
O aprendizado não-supervisionado, também conhecido como auto-supervisionado, classifica os padrões similares sem utilizar os pares entrada e saída, isto é, no treinamento da rede são usados apenas valores de entrada, não fazendo comparações para determinar a resposta ideal. Nesse paradigma de aprendizado, os ajustes dos parâmetros são feitos com base nas regularidades estatísticas dos dados de entrada. Ao captar essas regularidades, as Redes Neurais são capazes de identificar padrões e estabelecer novas classes de dados. Em outras palavras, a rede trabalha essas entradas e se organiza de modo a classificá-las mediante algum critério de semelhança. Esse tipo de rede utiliza os neurônios como classificadores, e os dados de entrada como elementos de classificação.

5.6.8. Redes *Multilayer Perceptron*

As Redes *Multilayer Perceptron* são redes acíclicas (*feedforward*) com uma ou mais camadas intermediárias e constituem os modelos neurais artificiais mais utilizados e conhecidos atualmente.

Tipicamente, a arquitetura do tipo *perceptron* de múltiplas camadas consiste de um conjunto de unidades sensoriais que formam uma camada de entrada, uma ou mais camadas intermediárias ou escondidas de unidades computacionais e uma camada de saída. Os sinais de entrada são propagados camada a camada pela rede em uma direção positiva, ou seja, da entrada para a saída⁹⁴.

A figura 7 abaixo ilustra um *perceptron* de múltiplas camadas.



⁹⁴ O fluxo de sinais através da rede é feito positivamente, da esquerda para a direita, camada a camada.

Segundo Freitas (2002), devido a presença das camadas intermediárias, os modelos de Redes *Multilayer Perceptron* permitem a solução de problemas mais complexos. Para Cybenko (1988)⁹⁵, uma rede com uma camada intermediária pode implementar qualquer função contínua, já a utilização de duas camadas intermediárias permite a aproximação de qualquer função matemática.

Bocanegra (2002) afirma que as redes do tipo *Multilayer Perceptron* têm sido utilizadas com sucesso para a solução de vários problemas envolvendo altos graus de não-linearidade.

O método de aprendizagem mais popular aplicado às Redes *Multilayer Perceptron* é o algoritmo *backpropagation*. Este algoritmo é baseado numa regra de aprendizagem, denominada Regra Delta Generalizada, que ajusta o erro durante o treinamento, conforme será visto a seguir.

5.6.9. Algoritmo *Backpropagation*

Descoberto em meados da década de 70, o algoritmo de retropropagação consiste, basicamente, em fornecer variações para alterar os pesos da Rede Neural Artificial, com o objetivo de minimizar o erro obtido na saída através do aprendizado do vetor de treinamento (entrada-saída). Em outras palavras, o erro gerado pelos neurônios na camada de saída é distribuído para os demais neurônios da rede realizando o ajuste de pesos.

Sua popularidade estende-se desde 1986, e hoje é um dos algoritmos mais populares em razão de apresentar pouca dificuldade para o seu desenvolvimento, sendo

⁹⁵ *Apud* Freitas (2002).

em parte responsável pelo ressurgimento do interesse na área de Redes Neurais Artificiais.

Através deste algoritmo, o processo de aprendizagem é realizado em duas etapas, onde cada etapa percorre a rede em um sentido. A primeira é a etapa *forward*, em que os valores de saída da rede são calculados a partir dos valores de entrada fornecidos. Na segunda etapa, a *backward*, os pesos associados a cada conexão são atualizados conforme as diferenças entre os valores de saída obtidos e os valores desejados, da última camada até a camada de entrada.⁹⁶ Os pesos conectados às unidades de saída são então ajustados para reduzir este erro.

Para isso, este algoritmo utiliza o método do gradiente descendente⁹⁷, no qual dada uma medida de erro $E(w)$, procura-se melhorar o conjunto de pesos w_{ij} , deslizando para baixo na superfície definida no espaço W .⁹⁸ Dessa forma, tem-se que:

$$\Delta w_{ij} = -\eta \left(\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \right)$$

onde η é conhecido como a *taxa de aprendizado*, i refere-se ao neurônio i da camada posterior e j da camada anterior.

Ressalta-se que mesmo conhecendo o erro global da rede, não é possível determinar os pesos exatos para poder corrigi-lo. No entanto, com base nesta informação, pode-se estabelecer a direção na qual os pesos devem ser ajustados para

⁹⁶ Ver Freitas (2002).

⁹⁷ Conforme esclarece Smith (1993), “*The gradient descent method of changing these coefficients is designed to produce the set of coefficients that minimizes the error of the model.*”

⁹⁸ Wasserman (1989) *apud* Freiman (2004).

minimizar o erro quadrado total da saída da rede. Conhecida esta direção, é possível ajustar os pesos até que o menor erro global seja atingido⁹⁹.

O ajuste de um peso w_{ij} que define seu valor para a próxima iteração é definido por:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \Delta w_{ij}(n)$$

A variação Δw_{ij} que é aplicada ao peso w_{ij} deve ser proporcional ao sinal de entrada x_j , definido pelos sinais de saída da camada anterior ponderados pelos pesos, e ao erro gerado na saída, sendo representada na forma a seguir:

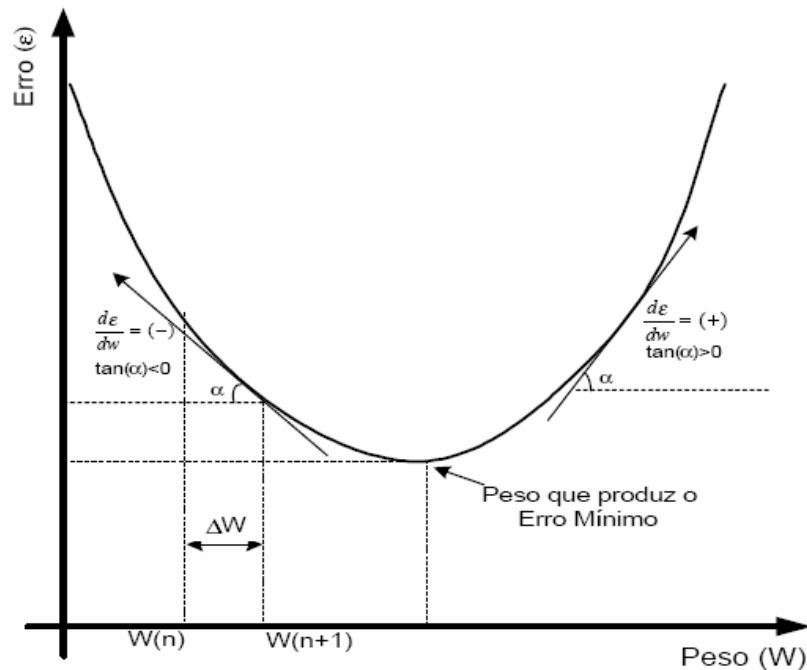
$$\Delta w_{ij}(n) = \eta \delta_j(n) x_j(n)$$

onde δ_j é o gradiente local do erro para o neurônio j .

O gradiente local do erro é determinado através do método gradiente decrescente, responsável pela distribuição do erro da camada de saída para as camadas anteriores. O ajuste dos pesos (Δw) deve ser realizado na direção contrária ao gradiente, conforme gráfico 5 abaixo.

⁹⁹ Nas palavras de Smith (1993), “*Backpropagation provides a way of using examples of a target function to find the coefficients that make a certain mapping function approximate the target function as closely as possible.*”

Gráfico 5 – Função erro para um único peso



Percebe-se, assim, que se o peso $w(n)$ (valor do peso na iteração n) está à esquerda do erro mínimo, o ajuste Δw deve ser positivo para que $w(n+1)$ (valor do peso da próxima iteração) esteja mais próximo do valor de w que minimiza o erro. No entanto, se o peso $w(n)$ está à direita do erro mínimo, o ajuste Δw deve ser negativo.

Como já citado, o objetivo do treinamento da rede é ajustar os pesos, de modo que a aplicação de um conjunto de entradas produza um conjunto de saídas desejadas. Assim, antes de se iniciar o processo de treinamento, todos os pesos devem ser inicializados randomicamente com valores pequenos, garantindo dessa forma que a rede não ficará saturada com grandes valores de pesos e prevenindo-se contra certas patologias de treinamento, conforme afirma Freiman (2004).

Dessa forma, o algoritmo pode ser dividido nos seguintes passos:

1. iniciar os pesos sinápticos com valores randômicos;
2. aplicar padrão de entrada, com seu respectivo valor desejado de saída (x_j), e verificar a saída da rede (s_j);
3. calcular o erro na saída $e_j = x_j - s_j$;
4. se $e_j = 0$, ou seja, o valor esperado foi igual ao valor apresentado pela rede como resposta, volta ao 2º passo; já se $e_j \neq 0$, ou seja, o valor esperado é diferente do valor apresentado pela rede como resposta, deve-se ajustar os pesos da rede de maneira a minimizar o erro;
5. repetir do 2º passo em diante para cada vetor do conjunto de treinamento, até o erro se tornar aceitavelmente baixo para o conjunto inteiro.

Freitas (2001) destaca que para a realização do processo de aprendizagem das redes MLP, é necessário definir alguns parâmetros de treinamento do algoritmo *backpropagation* relacionados ao momento de parar o treinamento e à frequência de ajuste dos pesos, quais sejam:

- parar após n ciclos;
- parar após o erro médio atingir um nível mínimo predeterminado;
- parar após a taxa de acertos atingir um nível predeterminado;
- uma combinação dos critérios acima.

Nas palavras de Freiman (2004), “o treinamento deve ser interrompido quando a rede apresentar uma boa capacidade de generalização e quando a taxa de erro for suficientemente pequena, ou seja, menor que um erro admissível”. E finaliza dizendo

que, “deve-se encontrar um ponto ótimo de parada com erro mínimo e capacidade de generalização máxima”.

No entanto, apesar do grande sucesso das aplicações do algoritmo de retropropagação e da sua enorme popularidade, alguns problemas ainda o acompanham, como:

- longo período de treinamento, principalmente para problemas complexos, em que não há garantias de que, depois deste tempo, o treinamento tenha sido feito com sucesso;
- mínimos locais, já que a superfície do erro geralmente é cheia de vales e desníveis e o algoritmo emprega um tipo de gradiente descendente, existindo sempre a possibilidade de ficar preso em um mínimo local;
- a rede poder se especializar nos padrões de treinamento e perder sua capacidade de generalização (*overfitting*);
- paralisação da rede, pois durante o treinamento os pesos podem ser ajustados para valores muito grandes, os quais vão levar a derivada da função de ativação a zero, impedindo a rede de aprender o conjunto de treinamento.

Em comentários às deficiências apresentadas pelo algoritmo *backpropagation*, Freitas (2002) reconhece que este “pode ser extremamente lento na solução de problemas mais complexos, embora seja capaz de solucioná-los”. Segundo o autor, para contornar e evitar o *overfitting* pode ser utilizada a técnica de *early stopping* que consiste em treinar a Rede Neural com uma determinada amostra de dados (*grupo de treinamento*) e validar o desempenho da rede, periodicamente, utilizando outra amostra

de dados (*o grupo de validação*). Quando os resultados obtidos com a validação atingirem um nível satisfatório, o treinamento é interrompido.

Em virtude disso, algumas alterações têm sido propostas nos últimos anos no intuito de melhorar seu desempenho, mas, de acordo com Freiman (2004), até agora nenhuma solucionou de forma definitiva e confiável os problemas do *backpropagation*.

5.6.10. Conclusão

Já foi dito que as Redes Neurais possuem certas características exclusivas de sistemas biológicos, como a capacidade de aprendizado e generalização. Sobre o assunto, Freiman (2004) comenta que apesar do modelo simples de neurônio artificial ignorar diversas características do neurônio natural, como a não consideração dos atrasos de tempo que afetam a dinâmica do sistema e a não inclusão dos efeitos de sincronismo ou de modulação de frequência, as Redes Neurais Artificiais possuem atributos semelhantes aos do sistema biológico, podendo-se dizer que a essência do funcionamento do neurônio natural foi absorvida.

No entanto, estas não são as únicas vantagens atribuídas as Redes Neurais Artificiais. Há inúmeras outras que podem ser citadas, dentre as quais destacam-se: a capacidade de encontrar soluções eficientes para problemas do mundo real; sua habilidade em lidar com dados ruidosos, incompletos ou imprecisos; sua capacidade de análise e reconhecimento de padrões; a capacidade de resolver problemas práticos sem a necessidade da definição de regras ou de modelos precisos; e a capacidade de buscar a solução através de um método próprio de treinamento e auto-aprendizado.

Tais atributos incentivam analistas e estudiosos na escolha da técnica das Redes Neurais como a apropriada para a obtenção de resultados reais, apesar das deficiências anteriormente apresentadas. Até porque, o fato de sua estrutura possuir como principal força a habilidade de adaptação e aprendizagem, permite que as Redes Neurais possam lidar com dados imprecisos e situações não totalmente definidas.

Uma rede treinada de maneira razoável tem a habilidade de generalizar quando é apresentada a entradas que não estão presentes em dados já conhecidos por ela.

Como se sabe, as Redes Neurais podem ter várias entradas e várias saídas, sendo facilmente aplicáveis à sistemas com muitas variáveis. As conexões entre os neurônios formam uma rede de elementos de processamento, fazendo com que as informações armazenadas por uma Rede Neural sejam compartilhadas por todas as suas unidades permitindo, que mesmo que parte da rede seja destruída, a informação ali contida ainda esteja presente, e possa ser recuperada. Essa redundância na representação de informações transforma-se em outra vantagem das Redes Neurais, tendo em vista que torna o sistema tolerante a falhas, diferentemente de outros modelos como o Black & Scholes.

Mas o grande diferencial das Redes Neurais Artificiais, quando comparada a outros métodos, é a sua capacidade de modelar e prever sistemas não-lineares, principalmente quando aplicada no mercado financeiro.

Nota-se, assim, que mesmo com algumas restrições, as Redes Neurais têm demonstrado sua potencialidade em diversas aplicações, superando expectativas e gerando resultados até então não alcançados com qualquer outra técnica, seja computacional ou convencional.

6. METODOLOGIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS EMPÍRICOS

Cumpra agora aplicar todo o conhecimento obtido utilizando ambos os modelos apresentados no apuração de opções pertencentes aos grupos de opções dentro do preço (*in the money*), no preço (*at the money*) e fora do preço (*out the money*) a fim de descobrir, através do comportamento de cada modelo, qual aquele que apresenta resultados condizentes com os realmente verificados no mercado e que estabeleça de forma satisfatória as relações entre as diferentes variáveis envolvidas. Sendo assim, neste capítulo será feita uma análise comparativa entre o Modelo de Black & Scholes e as Redes Neurais, apresentando os cálculos realizados e verificando se, no período estudado, a taxa de câmbio proporciona alguma influência no apuração de opções e em que dimensões.

6.1. Introdução

No intuito de facilitar a compreensão e alcançar o objetivo final desta dissertação, serão apresentados os dados a serem utilizados nesta pesquisa, a forma utilizada no ajuste das variáveis de entrada, cada fase percorrida no desenvolvimento da Rede Neural, definindo seu modelo e comparando-o ao Modelo de Black & Scholes. A definição do modelo a ser utilizado visa fornecer uma ferramenta de auxílio ao investidor, proporcionando-lhe maior segurança na tomada de decisão.

6.2. Dados

Para construir o modelo de apreçamento de opções baseado em Redes Neurais e compará-lo ao Modelo de Black & Scholes, foram utilizados os dados referentes às opções de compra sobre as ações da Telemar Participações PN, negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), que corresponde à Bolsa de maior movimentação financeira do mercado de capitais do Brasil.¹⁰⁰ A escolha dessas opções se justifica pelo fato da ação da Telemar Participações PN ser o título de maior liquidez no mercado brasileiro e de maior negociação na BOVESPA, não apenas no período analisado¹⁰¹.

Os valores considerados correspondem ao período de 02 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, obtidos diretamente da BOVESPA, CETIP e BACEN. Posteriormente foram organizados no Microsoft Excel, para o cálculo do Modelo Black & Scholes e uso na Rede Neural através do programa *Neural Net Analyzer*. No entanto, para se aferir o poder preditivo do Modelo de Black & Scholes sobre o prêmio justo de opções de compra lançadas sobre a ação acima mencionada, considerou-se as opções com vencimento no período compreendido entre janeiro/2006 a junho/2006.

Os dados organizados contêm as principais variáveis que influenciam o preço das opções sobre ações: o preço corrente da ação, o preço de exercício da opção, o tempo até o vencimento da opção, a volatilidade do preço da ação e a taxa de juro livre de risco, sendo acrescentada, num segundo momento, a taxa de câmbio na Rede Neural, exclusivamente. Dentre essas variáveis, somente a volatilidade precisou ser estimada.

¹⁰⁰ Vale destacar que “atualmente, a BOVESPA é o maior centro de negociações com ações da América Latina, destaque que culminou com um acordo histórico para a integração de todas as bolsas brasileiras em torno de um único mercado de valores - o da BOVESPA”. (BOVESPA, 2006)

¹⁰¹ Cabe ressaltar que as séries de opções com liquidez no ambiente de negociação na Bolsa de Valores de São Paulo são do tipo americanas, mas comportam-se como opções européias, ou seja, acabam sendo exercidas apenas no seu vencimento, permitindo que sejam precificadas utilizando o Modelo de Black & Scholes, conforme comentado no capítulo 5, item 5.2, do presente estudo.

Para tanto, adotou-se a volatilidade histórica e utilizou-se para o seu cálculo o estimador não viesado de mínima variância uniforme.

Ressalta-se que antes de serem apresentados à Rede, os dados foram submetidos a um pré-processamento a fim de normalizá-los em uma escala entre [0, 1], seguindo a fórmula de Normalização Relativa (NR) apresentada abaixo:

$$NR = \frac{(x - Menor(x)) \times LI}{(Maior(x) \times LS) - (Menor(x) \times LI)}$$

onde, FI é o limite inferior e FS é o limite superior, com valores de 0,7 e 1,3, respectivamente.

O objetivo da normalização é diminuir a influência causada por valores que se destacam excessivamente em relação aos demais, ou seja, diminuir a distância entre os valores de variáveis muito espaçadas.

6.2.1. Ajustes no preço de exercício

Como se sabe, uma das premissas básicas do Modelo Black & Scholes é de que a ação não paga dividendos até o vencimento da opção.¹⁰² Sendo assim, havendo distribuição de proventos, os ajustes no preço de exercício tornam-se necessários para a avaliação de opções.¹⁰³

Após tornar pública a distribuição de dividendo e/ou subscrição, o ativo-subjacente da opção passa a ser negociado *ex direito* e as séries são ajustadas. Já em

¹⁰² Sobre o assunto, ver capítulo 5, item 5.5 (Modelo Black & Scholes).

¹⁰³ Ver capítulos 2 e 5, item 5.2 do presente estudo.

relação a eventos societários como bonificações e desdobramentos, o ajuste ocorre somente no momento do exercício.

6.2.2. Tempo até o vencimento da opção

Na determinação do tempo até o vencimento da opção, considerou-se apenas os dias úteis em que houve negociação na BOVESPA.

6.2.3. Volatilidade do preço da ação

No cálculo da volatilidade histórica, considerou-se inicialmente o retorno das ações da Telemar Participações PN como o retorno continuamente composto, isto é, o retorno logarítmico dos preços das ações:

$$r_i = \ln(S_i / S_{i-1})$$

onde S_i é o preço da ação na data i .

Posteriormente, foi calculada a volatilidade histórica (σ), através do estimador não viesado de mínima variância uniforme, como o desvio-padrão dos retornos diários continuamente capitalizados das ações da referida empresa apurados durante os 20 dias de negociação anteriores ao dia de cálculo da volatilidade histórica.

Assim, a volatilidade histórica foi estimada de acordo com a fórmula:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n-1}}$$

onde, n é o número de observações de retornos (neste caso, $n = 20$) e r é a média dos valores de r_i , que corresponde ao retorno continuamente capitalizado.

6.2.4. Taxa de juro livre de risco

A taxa de juro livre de risco utilizada foi a taxa de depósito interfinanceiro (DI) de 1 dia, apurada pela CETIP e divulgada na forma de taxa média diária ao ano de 252 dias úteis.

Para a sua utilização a taxa DI foi transformada para o regime de capitalização contínua, da seguinte forma:

$$r_{contínua} = \ln(1 + r_{composta})$$

onde, $r_{contínua}$ corresponde a taxa do DI em regime de capitalização contínua e $r_{composta}$ a taxa do DI em regime de capitalização composta.

6.2.5. Taxa de câmbio

Na tentativa de verificar o impacto da taxa de câmbio no apreçamento de opções através da técnica das Redes Neurais, utilizou-se as cotações de fechamento de venda R\$/US\$ no período de 02 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, divulgadas e disponibilizadas pelo BACEN.

A cotação de fechamento P_{tax} , acima mencionada, corresponde à taxa média ponderada dos negócios realizados no mercado interbancário de câmbio com liquidação em dois dias úteis, conforme Comunicado nº. 6.815/99 do BACEN.

6.3. Definição do modelo de Redes Neurais

A definição do modelo de Rede Neural requer análise, experiência e conhecimento técnico do projetista, afinal inexistente procedimento sistemático e determinado para a configuração e especificação dos parâmetros relacionados a uma Rede Neural.

Neste trabalho foram analisados e testados diversos modelos de Redes Neurais, optando-se por uma Rede Neural *feedforward*, com algoritmo de treinamento *backpropagation* para realizar a previsão de preços das opções de ações da Telemar Participações PN, com registro de negociação de seus valores mobiliários na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA).

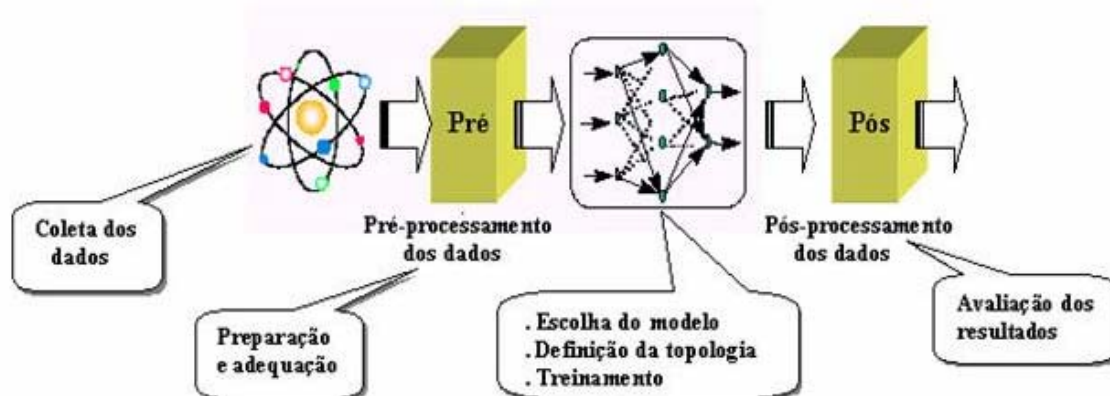
6.3.1. Fases para o desenvolvimento de uma Rede Neural Artificial

Em regra, as Redes Neurais são criadas e desenvolvidas através de um *software* exclusivamente voltado para esse fim. No entanto, há casos em que o próprio projetista desenvolve um código para a solução de determinado problema.

O desenvolvimento de um modelo baseado em Redes Neurais compõe-se de diversas fases, organizadas da seguinte forma, conforme figura 8: definição do

problema, coleta dos dados de treinamento e de previsão, pré e pós-processamento dos dados, projeto da estrutura da rede, treinamento, previsão e validação.

Figura 8 – Fases do desenvolvimento de uma Rede Neural Artificial.



Fonte: Thomé (2003)¹⁰⁴

Inicialmente define-se o problema a ser solucionado, tecendo uma análise cuidadosa a seu respeito, a fim de minimizar ambigüidades e erros. Posteriormente, faz-se a coleta dos dados de entrada de forma que estes sejam capazes de caracterizar exatamente o problema, tendo em vista que a sua capacidade de resolução, o desempenho do treinamento e a confiabilidade nos resultados dependem da qualidade da representação dos dados adotados.

Os valores coletados podem ser divididos em duas maneiras: (1) separando os dados em dados de treinamento, utilizados para o treinamento da rede, e dados de previsão, utilizados para verificar seu desempenho sob condições reais de utilização; (2) criando uma subdivisão no conjunto de dados de treinamento, denominada de validação.

¹⁰⁴ Apud Freiman (2004).

O conjunto de validação é utilizado para testar a eficiência da rede quanto à sua capacidade de generalização durante o treinamento.

Como comentado anteriormente, uma das características das Redes Neurais é de que ela é capaz de generalização e não de deduções ou adivinhações. Sendo assim, esses conjuntos são dispostos aleatoriamente para evitar tendências relacionadas à ordem de apresentação de dados.

Pode ser necessário, ainda ajustá-los a fim de torná-los mais apropriados à sua utilização na rede. Referido ajuste é feito na fase de pré-processamento, que inclui o tratamento dos dados incompletos, e através de normalizações, escalonamentos e conversões.

6.3.2. Análise de modelos de Redes Neurais

Para a realização deste trabalho, foi escolhido o *software Neural Net Analyzer*. Utilizando as funções deste *software* foram desenvolvidos e comparados diferentes modelos de Redes *Multilayer Perceptron* e algoritmo de treinamento *backpropagation*, que se diferenciavam, pelo número de neurônios e camadas, algoritmos de treinamento, funções de ativação e variáveis de entrada e saída.

Para a escolha da quantidade de variáveis de entrada e saída foi analisado o comportamento da rede após a inclusão ou exclusão de uma ou mais variáveis. A decisão do número de camadas de entrada e camadas intermediárias levou em consideração o fato de que quanto maior número de camadas, maior a complexidade e o tempo de processamento da rede.

Logo, para alcançar o objetivo desejado deve-se resolver o problema com a menor topologia possível para que o desempenho da rede não seja comprometido pela dimensionalidade, alcançando a generalização.

Partindo-se da premissa de que as Redes Neurais devem proporcionar resultados satisfatórios e condizentes com a realidade, também foram feitas análises de correlação entre as variáveis de entrada e as de saída da rede, no intuito de selecionar as relações mais importantes para a compreensão do problema em estudo.

A função de ativação deve ser contínua, diferenciável e, de preferência, não decrescente para que o algoritmo *backpropagation* possa ser utilizado. Sendo assim, na camada intermediária foi empregada a função sigmoideal logística.

Para a avaliação do desempenho da Rede Neural, utilizou-se o erro quadrático médio (*MSE – mean squared error*), que é a média do somatório dos quadrados dos erros de cada caso, tanto do conjunto de treinamento, quanto do conjunto de previsão e representado pela da seguinte forma:

$$MSE = \left[\frac{i}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{Cm_i - Ct_i}{Cm_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

onde Cm é o preço de fechamento observado, Ct é o preço teórico obtido pelo modelo e N é o número total de observações.

É normal se adotar a raiz quadrada do erro quadrático médio (*RMSE*) no cálculo do erro da rede. O cálculo do *RMSE* pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{\sum (y - \tilde{y})^2}{n}\right)}$$

onde, y representa as saídas reais normalizadas; \tilde{y} , as saídas normalizadas previstas pela rede; e n , o número de casos.

Para alguns modelos de Redes Neurais foi utilizada a técnica de *early stopping*, conforme Anexos 1, 2 e 3. Sendo assim, cada amostra de dados foi dividida em três grupos: um grupo de treinamento, ao qual destinou-se 60% dos dados; um grupo de validação, com 25%; e um grupo de previsão, para o qual foram destinados 15% na sua formação. Independentemente de o modelo utilizar ou não o grupo de validação, a periodicidade dos dados de cada grupo foi a mesma para cada modelo.

A tabela abaixo (Tabela 4) apresenta os parâmetros de rede submetidos a variações e os valores atribuídos aos mesmos, bem como a descrição dos algoritmos de treinamento avaliados. Objetivando analisar o desempenho de cada modelo de Rede Neural no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do preço¹⁰⁵, utilizou-se, nesta primeira etapa, o conjunto de dados correspondente ao período de 02/01/2004 a 30/05/2004, dividido em três amostras, quais sejam: opções fora do preço ($P \leq 0,95 \times PE$), no preço ($0,95 \times PE < P \leq 1,05 \times PE$) e dentro do preço ($P > 1,05 \times PE$), sendo P o preço do ativo-objeto e PE preço de exercício.

¹⁰⁵ Estes conceitos são também chamados pelo mercado financeiro como *moneyness*.

Tabela 4 – Parâmetros considerados no processo de construção e avaliação das Redes Neurais

Parâmetro	Valores atribuídos
Número de Camadas Intermediárias	1 a 5
Número de neurônios na camada intermediária	3 a 5
Variáveis de entrada	Preço de fechamento corrente da ação, preço médio corrente da ação, preço de exercício da opção, tempo até o vencimento da opção, volatilidade do preço da ação, taxa de juro livre de risco, taxa de câmbio
Variáveis de saída	Premio da opção de compra
Funções de ativação na camada intermediária	Sigmoidal logística, linear e tangente hiperbólica
Funções de ativação na camada de saída	Sigmoidal logística, linear e tangente hiperbólica
Normalização dos dados	Relativa no intervalo [0,1], com limite inferior 0,7 e limite superior 1,3.
Número de épocas	20.000 a 100.000
Taxa de aprendizado	0,0001 a 0,01
Taxa de momento	0,001 a 0,05
Tolerância dos erros	Erro total máximo por interação = 0,001 Erro total máximo, por exemplo (padrão) = 0,001

6.4. Arquitetura da Rede Neural

O modelo escolhido é um modelo de Rede *Multilayer Perceptron*, com uma camada de entrada formada por cinco parâmetros, uma camada intermediária com três neurônios e uma camada de saída com apenas um neurônio. Ao acrescentar mais um

parâmetro na camada de entrada, qual seja, o câmbio, a camada intermediária passou a conter quatro neurônios.

Nos neurônios estão presentes pesos e *bias* com valores gerados aleatoriamente pelo *software*, com parâmetros de valor central 0 (zero) e intervalo 0,25. As conexões entre os neurônios são do tipo *feedforward* ou acíclica e a rede é completamente conectada. (Anexos 3 e 4)

6.5. Comparação entre os modelos

Para comparar o desempenho do modelo baseado em Redes Neurais com o Modelo de Black & Scholes foram utilizados os dados pertencentes ao período de 02 de janeiro de 2004 a 30 de maio de 2006, ordenados seqüencialmente pelo tempo. Dessa amostra, foram extraídos os dados do grupo de treinamento da Rede Neural e os dados correspondentes ao grupo de previsão, aplicado aos modelos para a realização do estudo comparativo.

6.5.1. Grupo de previsão

Para compor o grupo de previsão, foram escolhidas séries de opções com vencimento no primeiro semestre de 2006, e cada vencimento foi dividido em três grupos distintos:

- Grupo A - opções fora do preço ($P \leq 0,95 \times PE$);
- Grupo B – opções no preço ($0,95 \times PE < P \leq 1,05 \times PE$); e
- Grupo C – opções dentro do preço ($P > 1,05 \times PE$).

Para tanto, analisou-se cada série de opções e calculou-se o grau de *moneyness* de cada uma de suas cotações no período.¹⁰⁶ Dessa forma, para cada vencimento escolheu-se a série que possuísse mais do que 20 cotações e que mais tempo houvesse permanecido em um dos grupos acima, desconsiderando os últimos 13 dias de negociação anteriores ao preço de exercício, em função da alta volatilidade dos preços.

A Tabela 5 relaciona as séries escolhidas, informando o vencimento, o preço de exercício, série e o seu grau de representatividade para o grupo de *moneyness* às quais foram relacionadas. As séries das opções apresentadas abaixo foram apreçadas pelo Modelo de Black & Scholes e pela Rede Neural desenvolvida, sendo posteriormente acrescida, nesta última, a taxa de câmbio. A partir dos resultados obtidos, realizaram-se comparações entre os referidos modelos, analisando o impacto da volatilidade do Dólar no apreçamento de opções através de indicadores estatísticos.

Tabela 5 – Séries de opções escolhidas para apreçamento pelas RNA's e Black & Scholes

Grupo	Vencimento	Preço de Exercício	Série	Representatividade
Fora do Preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	100,00%
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	100,00%
	Março	36,00	TNLPC36	84,85%
	Abril	34,00	TNLPD34	100,00%
	Maio	34,00	TNLPE34	96,97%
	Junho	32,49	TNLPF34	70,97%
No Preço	Janeiro	42,00	TNLPA42	96,97%
	Fevereiro	42,00	TNLPB42	80,95%
	Março	40,00	TNLPC40	83,72%
	Abril	38,00	TNLPD38	74,42%
	Maio	38,00	TNLPE38	82,35%
	Junho	36,49	TNLPF38	58,82%
Dentro do Preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	100,00%
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	100,00%
	Março	44,00	TNLPC44	97,78%
	Abril	44,00	TNLPD44	100,00%
	Maio	42,00	TNLPE42	96,97%
	Junho	42,49	TNLPF44	100,00%

¹⁰⁶ O grau de *moneyness* refere-se à relação entre o preço de exercício da opção e o preço à vista da ação, ou seja: $Money\text{ness} = S / X \cdot e^{-r(T)}$, onde S é o preço da ação, X é o preço de exercício, r é a taxa de juro livre de risco e T é o tempo até o vencimento da opção em anos.

6.5.2. Grupo de treinamento

As amostras de dados para treinamento da Rede Neural consistiram de valores dos doze meses anteriores ao mês da primeira cotação presente no grupo de dados da série a ser analisada.

Procurando aprimorar o processo de aprendizagem, bem como o de previsão, cada grupo de dados para treinamento foi subdividido em subgrupos, de acordo com o grau de *moneyness*, adotando o mesmo critério da previsão. Assim, para o desenvolvimento do estudo foram construídos trinta e duas redes de treinamento, das quais dezoito referem-se à Rede Neural Artificial com os cinco parâmetros contidos no Modelo Black & Scholes e as demais, à Rede Neural Artificial adicionada o parâmetro taxa de câmbio, aqui diferenciada pela sigla RNA_US\$.

Por exemplo, para apreçar a série de opções com vencimento em 19 de junho de 2006 e preço de exercício de R\$ 36,49, correspondente ao Grupo B (opções no preço), a Rede Neural foi treinada com dados das cotações diárias das opções e ações da Telemar Participações PN do período de abril de 2005 a março de 2006 também do Grupo B, pois essa série foi avaliada a partir de 03 de abril de 2006. Para série de opções com vencimento em 15 de maio de 2006 e preço de exercício de R\$ 34,00, contidos no Grupo A (opções fora do preço), os dados para treinamento da rede pertenciam ao período de março de 2005 a fevereiro de 2006 do Grupo A, já que a cotação mais antiga, pertencente ao grupo de dados dessa série, é de 14 de março de 2006. Para as demais séries, segue-se o mesmo procedimento.

Portanto, pode-se dizer que para cada série de opções, foram construídas três Redes Neurais com a mesma arquitetura (número de camadas, neurônios etc.) para ambos os grupos RNA e RNA_US\$.

6.6. Análise dos Resultados Empíricos

Em razão da quantidade dos dados a serem apresentados e com o intuito de facilitar a compreensão dos resultados obtidos, optou-se por separar a presente análise em duas etapas: Black & Scholes *versus* Redes Neurais Artificiais e Redes Neurais Artificiais *versus* Redes Neurais Artificiais com variável Dólar.

Para cada série de opções agrupadas, são comparados os resultados de desempenho estatístico do erro de generalização relativos aos preços teóricos gerados pelos modelos acima e os preços reais observados no mercado. Para mensurar as diferenças entre os valores dos preços utilizou-se o erro absoluto médio (EAM), o erro quadrático médio (EQM) e a raiz quadrada do erro quadrático médio (REQM).

As tabelas apresentadas nos itens seguintes comparam os EAM, EQM e REQM resultantes do apreamento de séries pertencentes, respectivamente, aos grupos de opções fora do preço, no preço e dentro do preço. Com base nesses valores é possível analisar o comportamento de cada modelo durante a vida da opção, proporcionando ao investidor maior confiabilidade na tomada de decisões financeiras na medida em que os resultados obtidos pelo modelo capturam a variabilidade do preço da ação no decorrer de sua vida.

6.6.1. Modelo Black & Scholes *versus* Redes Neurais Artificiais

a) Grupo A – Fora do preço

Na Tabela 6 abaixo, são apresentados os valores referentes aos EAM, EQM e REQM estimados para série de opções com maior liquidez e tempo fora do preço. Para esse grupo obteve-se um resultado satisfatório em relação a assertiva comentada anteriormente de que a técnica de Rede Neural superaria o Modelo de Black & Scholes no apreamento de opções. Em quatro das seis séries analisadas, todos os tipos de indicadores de erros analisados apresentaram valores inferiores se comparados ao Modelo *benchmark* Black & Scholes. Estatisticamente, as Redes Neurais foram 67% melhores que o modelo criado em 1973.

Tabela 6 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais

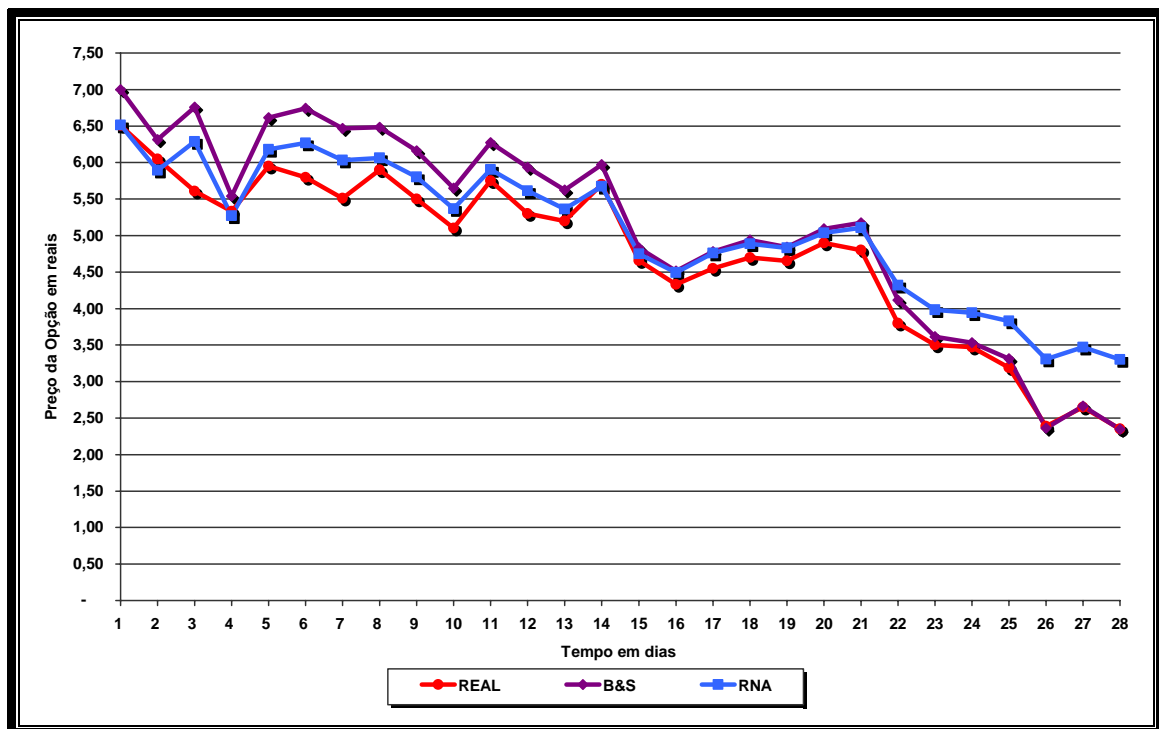
Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
Fora do Preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	0,3364	0,2084	0,1556	0,0941	0,3944	0,3068
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	0,3777	0,3428	0,2303	0,1856	0,4799	0,4308
	Março	36,00	TNLPC36	0,4056	0,3793	0,2033	0,1960	0,4509	0,4428
	Abril	34,00	TNLPD34	0,2800	0,5147	0,1040	0,3654	0,3225	0,6045
	Maior	34,00	TNLPE34	0,2835	0,4472	0,1298	0,2881	0,3603	0,5367
	Junho	32,49	TNLPF34	0,7253	0,3966	0,6696	0,2016	0,8183	0,4490

Pode-se observar que o menor EQM obtido foi de 0,0941 na série de opção de janeiro com preço de exercício de R\$38,00, resultante da aplicação das Redes Neurais.

No gráfico abaixo (Gráfico 6) mostra o comportamento dos preços na série de opções fora do preço com vencimento em fevereiro de 2006 para ambos os modelos. Entre o 1º e 14º dia a Rede Neural obteve melhor resultado que o apresentado pelo

modelo de Black & Scholes, no entanto na janela entre o 15º ao 22º dia ambos os modelos apreçam opções com valores próximos ao preço de mercado. Após esta data o Modelo Black & Scholes mostrou um alisamento satisfatório em relação aos preços de mercado, ainda que na média as Redes Neurais tenham demonstrado melhores resultados.

Gráfico 6 – Preços reais e teóricos de uma série de opções fora do preço com vencimento em fevereiro de 2006



b) Grupo B – No preço

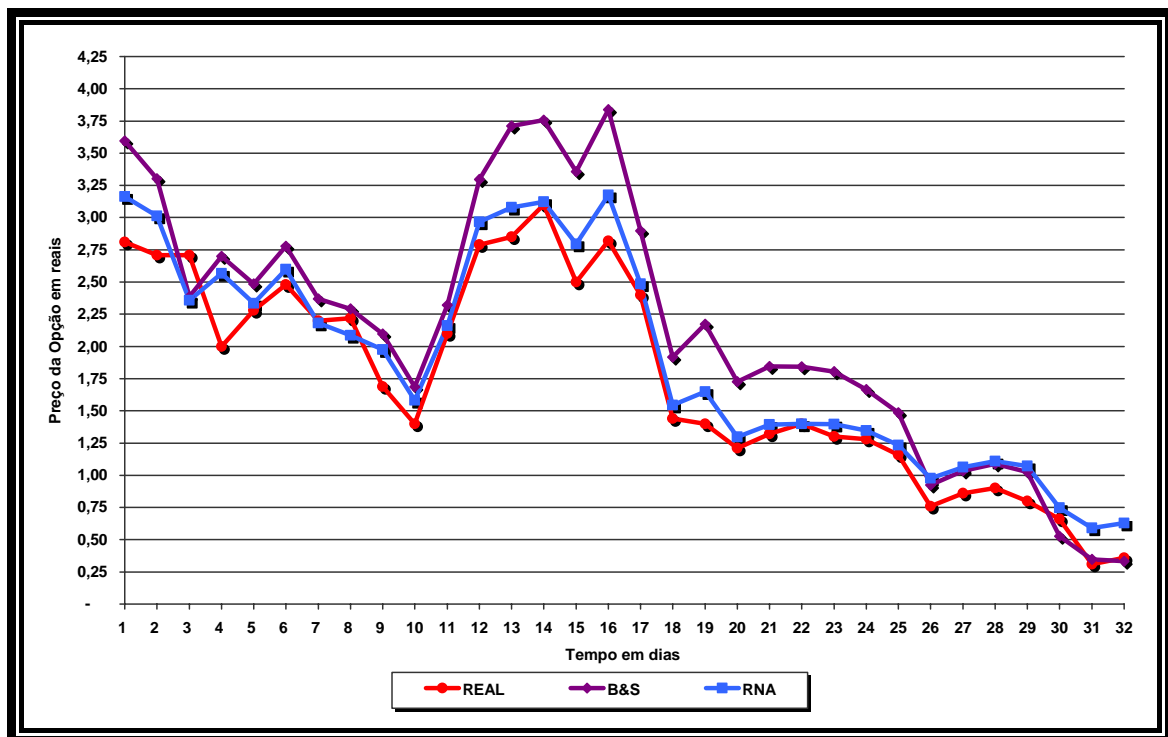
Neste grupo de séries, nota-se um resultado ainda superior ao Grupo A, pois demonstra que em 83% os erros apresentados pelas Redes Neurais foram menores que os referentes ao Modelo de Black & Scholes. Ou seja, cinco das seis séries analisadas, as Redes Neurais obtiveram melhores respostas, conforme Tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções no preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais

Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
No Preço	Janeiro	42,00	TNLPA42	0,1386	0,1789	0,0283	0,0492	0,1683	0,2218
	Fevereiro	42,00	TNLPB42	0,2681	0,2456	0,1000	0,0757	0,3162	0,2751
	Março	40,00	TNLPC40	0,4701	0,3231	0,2765	0,1320	0,5258	0,3633
	Abril	38,00	TNLPD38	0,4178	0,1838	0,2411	0,0496	0,4911	0,2228
	Maiο	38,00	TNLPE38	0,3395	0,1758	0,1607	0,0465	0,4008	0,2156
	Junho	36,49	TNLPF38	0,6446	0,3382	0,4631	0,1514	0,6805	0,3891

A superioridade no apreçamento de opções neste grupo utilizando a técnica das Redes Neurais pode ser facilmente observada no gráfico abaixo (Gráfico 7), no qual são comparados os preços reais de mercado com os preços projetados pelos modelos analisados de uma série de opção com vencimento em abril e preço de exercício de R\$38,00. Observa-se que na janela intermediária, ou seja, entre os dias 12 e 26, a diferença dos valores obtidos pelos modelos são maiores que R\$0,80.

Gráfico 7 – Preços reais e teóricos de uma série de opções no preço com vencimento em abril de 2006



c) Grupo C – Dentro do preço

O grupo de opções dentro do preço alcançou resultado semelhante ao grupo anterior em relação ao percentual de superioridade da Rede Neural, diferenciando-se apenas nos meses de vencimento, conforme mostra a Tabela 8 seguinte.

Tabela 8 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelos modelos de Black & Scholes e Redes Neurais Artificiais

Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				B&S	RNA	B&S	RNA	B&S	RNA
Dentro do Preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	0,0634	0,0494	0,0077	0,0037	0,0878	0,0611
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	0,0770	0,1384	0,0120	0,0272	0,1098	0,1648
	Março	44,00	TNLPC44	0,1982	0,1703	0,0650	0,0439	0,2549	0,2096
	Abril	44,00	TNLPD44	0,2413	0,1047	0,1065	0,0238	0,3263	0,1544
	Mai	42,00	TNLPE42	0,1644	0,0676	0,0544	0,0097	0,2332	0,0985
	Junho	42,49	TNLPF44	0,2897	0,1863	0,1356	0,0687	0,3682	0,2622

Tecendo breve comentário comparativo entre ambos os modelos, percebe-se que EAM apresentado nas séries de opções com vencimento em abril e junho e preço de exercício de R\$44,00 e R\$42,49, respectivamente, distanciam-se demasiadamente entre si, de tal forma que nos permite afirmar novamente a superioridade do modelo de Redes Neurais, também explicitada nos grupos anteriores.

6.6.2. Redes Neurais Artificiais *versus* Redes Neurais Artificiais com Dólar

a) Grupo A – Fora do preço

Analisando a influência da taxa de câmbio no apreçamento de opções fora do preço, percebe-se expressiva melhora quando acrescentada esta variável no modelo desenvolvido para as Redes Neurais, principalmente no resultado obtido através da verificação do resultado do EQM. Tal fato corrobora com as afirmativas feitas anteriormente, pelo menos em um ponto de vista, o das opções fora do preço. Logo,

deve-se levar em consideração a volatilidade da taxa de câmbio no cálculo do apereamento dessas opções.

Como exemplo, extrai-se a opção com vencimento em abril e preço de exercício R\$ 34,00, onde o índice de EQM no apereamento de opções acrescida da variável Dólar é menor que o obtido na Rede Neural calculada com os mesmos parâmetros do Modelo Black & Scholes, como mostra a Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apereamentos das séries de opções fora do preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$

Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
Fora do Preço	Janeiro	38,00	TNLPA38	0,2084	0,2325	0,0941	0,0802	0,3068	0,2833
	Fevereiro	36,00	TNLPB36	0,3428	0,3259	0,1856	0,1741	0,4308	0,4172
	Março	36,00	TNLPC36	0,3793	0,4298	0,1960	0,2470	0,4428	0,4970
	Abril	34,00	TNLPD34	0,5147	0,4385	0,3654	0,2896	0,6045	0,5382
	Maiο	34,00	TNLPE34	0,4472	0,4019	0,2881	0,2355	0,5367	0,4852
	Junho	32,49	TNLPF34	0,3966	0,3714	0,2016	0,1802	0,4490	0,4245

Nota-se assim que, estatisticamente, o resultado foi 83% positivo em relação aos EQM calculados.

b) Grupo B – No preço

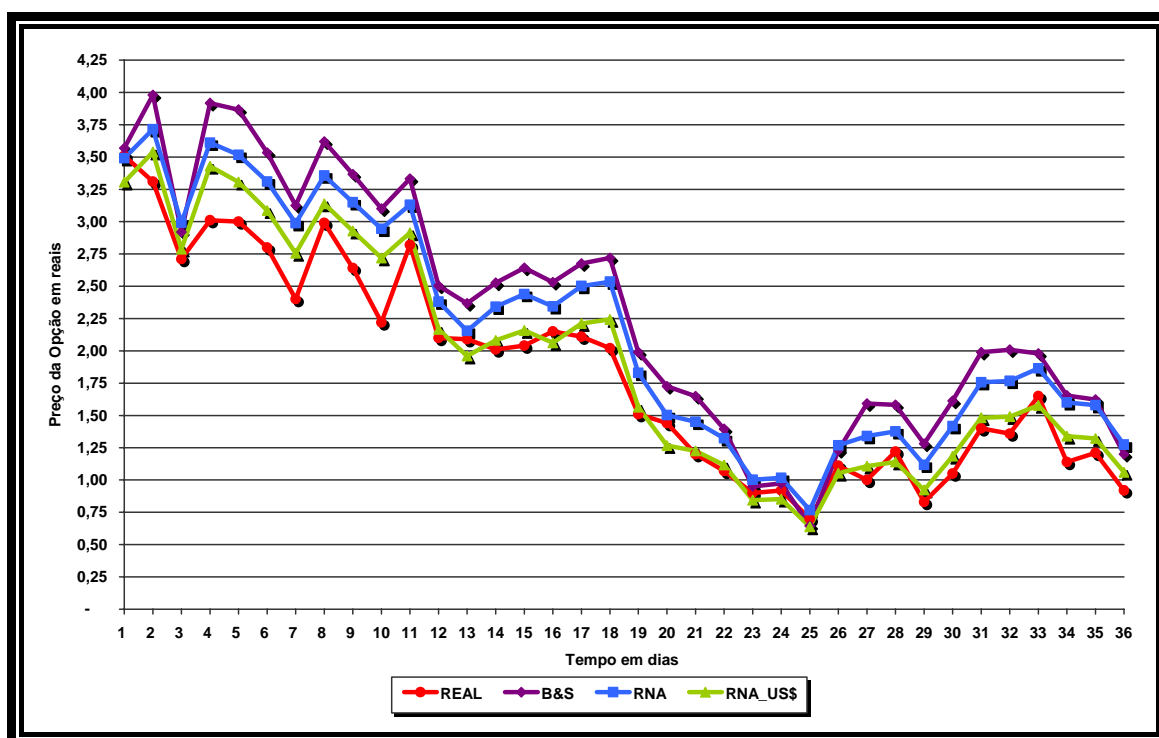
Observando a tabela abaixo (Tabela 10), percebe-se considerável melhora nos resultados obtidos nesta série de opções quando acrescentada a variável câmbio no apereamento destes derivativos. Na estimativa dos erros expostos encontrou-se um resultado favorável à técnica das RNA_US\$ de 83% para o EMA e de 67% para os EQM e REQM testados. No entanto, nos meses de maio e junho, responsáveis pela perda de eficiência do modelo RNA_US\$, as diferenças entre os erros resultantes foram pequenos, quase insignificativos, o que nos permite afirmar que na série das opções no preço a taxa de câmbio deve ser considerada, assim como nas opções fora do preço.

Tabela 10 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apereçamentos das séries de opções no preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$

Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
No Preço	Janeiro	42,00	THLPA42	0,1789	0,1599	0,0492	0,0352	0,2218	0,1877
	Fevereiro	42,00	THLPB42	0,2456	0,1354	0,0757	0,0280	0,2751	0,1674
	Março	40,00	THLPC40	0,3231	0,1498	0,1320	0,0345	0,3633	0,1858
	Abril	38,00	THLPD38	0,1838	0,1371	0,0496	0,0298	0,2228	0,1726
	Maiο	38,00	THLPE38	0,1758	0,1794	0,0465	0,0484	0,2156	0,2200
	Junho	36,49	THLPF38	0,3382	0,3380	0,1514	0,1527	0,3891	0,3908

O Gráfico 8 abaixo apresenta os preços reais do mercado comparando-os com os preços projetados pelos três modelos estudados. Analisando a janela de 3 a 11 dias, verifica-se que a técnica da RNA_US\$ demonstra melhor aderência aos preços de mercado.

Gráfico 8 – Preços reais e teóricos de uma série de opções no preço com vencimento em março de 2006



c) Grupo C – Dentro do preço

Neste grupo de opções, os erros calculados também comprovaram a assertiva de que a taxa de câmbio influencia no apreçamento de opções, ao demonstrar valores inferiores aos obtidos pelas RNA's e de forma semelhante em todos estes indicadores, ou seja, o percentual dos erros entre os EMA, EQM, REQM foram os mesmos (67%) nas opções dentro do preço.

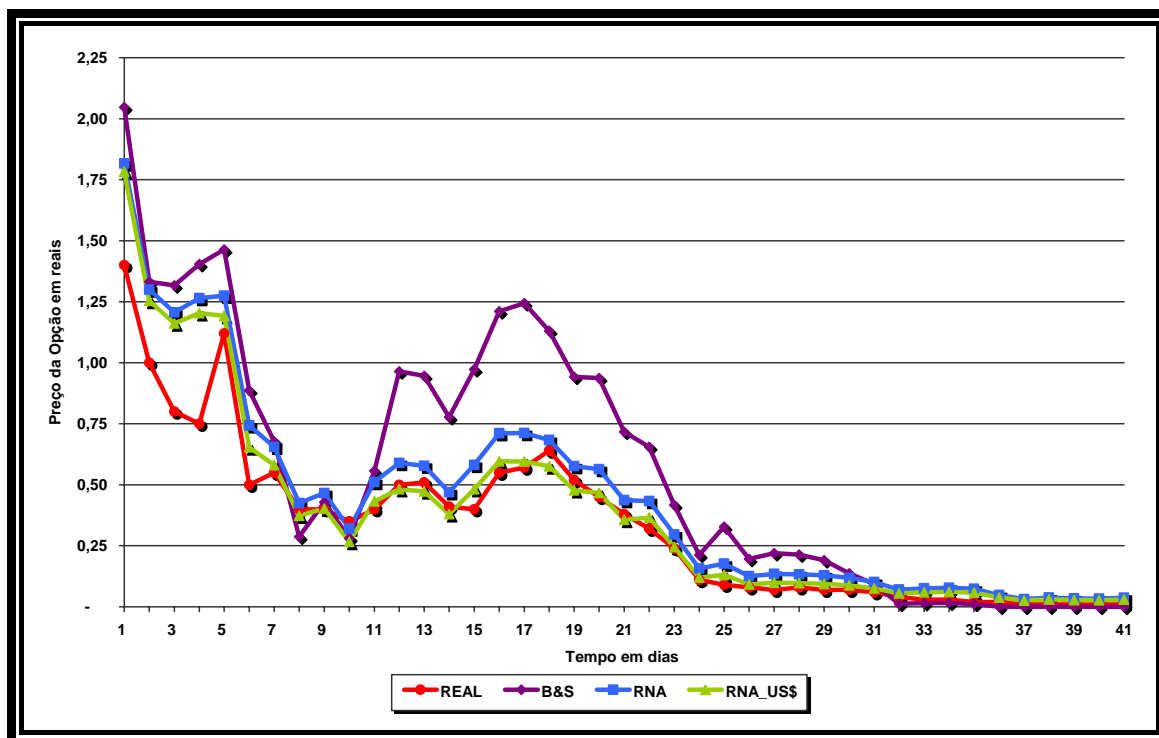
Simulando valores de preço de opções em uma série com vencimento no mês de março, verifica-se através do EAM que considerando-se R\$ 1,00 como preço de mercado, o modelo RNA apreça na média a R\$ 1,17 enquanto o modelo RNA_US\$ a R\$ 1,11. Apesar de pequena a diferença entre ambos (R\$ 0,06), em termos percentuais representa 5,41%. Este percentual pode resultar em um prejuízo maior que 50 mil reais numa operação que envolva a negociação de um lote de um milhão de opções, desconsiderando os custos de corretagem, emolumentos entre outros.

Tabela 11 – Resultados dos EAM, EQM, REQM nos apreçamentos das séries de opções dentro do preço calculadas pelas RNA's e RNA's_US\$

Grupo	Venc	Preço de Exercício	Série	ERRO ABSOLUTO MÉDIO (EAM)		ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EQM)		RAIZ QUADRADA DO EQM (REQM)	
				RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$	RNA	RNA_US\$
Dentro do Preço	Janeiro	48,00	TNLPA48	0,0494	0,0573	0,0037	0,0040	0,0611	0,0631
	Fevereiro	46,00	TNLPB46	0,1384	0,0995	0,0272	0,0145	0,1648	0,1205
	Março	44,00	TNLPC44	0,1703	0,1123	0,0439	0,0220	0,2096	0,1484
	Abril	44,00	TNLPD44	0,1047	0,0654	0,0238	0,0150	0,1544	0,1227
	Maior	42,00	TNLPE42	0,0676	0,0742	0,0097	0,0113	0,0985	0,1064
	Junho	42,49	TNLPF44	0,1863	0,1837	0,0687	0,0678	0,2622	0,2604

Pelo gráfico abaixo, é possível verificar a superioridade no apreçamento realizado pelos modelos de Redes Neurais Artificiais no período do 10º ao 24º dia, principalmente naquelas que utilizaram a variável câmbio. Como exemplo, destaca-se no 17º dia a diferença de R\$0,65 entre os EAM dos modelos de apreçamento do B&S e da RNA_US\$.

Gráfico 9 - Preços reais e teóricos de uma série de opções dentro do preço com vencimento em abril de 2006



Pode-se afirmar, assim, a relevância da taxa de câmbio no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do preço, tendo em vista que apresentou 72% de EAM, EQM e REQM menores do que os calculados pela RNA. Destaca-se ainda, que o grupo fora do preço foi o que melhor se adequou a esta variável.

Por fim, os comentários realizados acima e percentuais destacados podem ser observados pela tabela abaixo¹⁰⁷.

Tabela 12 – Número de acertos entre B&S/RNA e RNA/RNA_US\$ nas séries de opções fora do preço, no preço e dentro do preço

¹⁰⁷ Na Tabela 12, RNA/B&S representa o percentual de acertos em que a RNA superou o Modelo Black & Scholes; e RNA_US\$/RNA representa o percentual de acertos em que a RNA_US\$ superou a RNA.

Vencimento	Fora do Preço		No Preço		Dentro do Preço	
	RNA / B&S	RNA_USS / RNA	RNA / B&S	RNA_USS / RNA	RNA / B&S	RNA_USS / RNA
Janeiro	77%	52%	34%	59%	52%	52%
Fevereiro	75%	75%	15%	85%	5%	100%
Março	50%	8%	8%	92%	66%	100%
Abril	40%	90%	75%	63%	71%	93%
Maiο	40%	80%	78%	41%	77%	29%
Junho	76%	62%	80%	50%	75%	69%

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Entendida como a dispersão de dados em torno de seu valor esperado, a volatilidade representa uma medida de risco para o investidor. Analisar as oscilações do mercado frente aos acontecimentos atuais é extremamente importante na alocação de recursos.

A volatilidade é uma variável presente em diversos ativos financeiros e resultante do comportamento político, econômico e social do país. Em razão da sua importância no cenário mundial, surgiu o interesse de seu estudo, não apenas a fim de estimá-la, mas também na determinação de preços de derivativos, principalmente de opções.

O Modelo de Black & Scholes foi o precursor no cálculo do apreamento de opções e considerado de maior sucesso em finanças. No entanto, constataram-se diferenças significativas nos resultados obtidos entre o valor da opção calculado pelo modelo e o realmente verificado no mercado. Dessa forma surgiram diversas técnicas na tentativa de obter uma resposta satisfatória e encontrar um modelo capaz de substituir o Black & Scholes em sua finalidade, dentre elas destacam-se as Redes Neurais Artificiais.

A premissa deste trabalho foi verificar se a técnica de Redes Neurais supera o Modelo criado em 1973 na determinação de preço de opções, alcançando preços mais condizentes com a realidade.

Para tanto, foi desenvolvida uma análise comparativa entre os resultados apresentados por ambos os modelos utilizando-se séries de opções fora do preço, no preço e dentro do preço.

Posteriormente, decidiu-se verificar o impacto da volatilidade da taxa de câmbio no apreçamento de opções devido a sua influência na economia brasileira, adotando-se para isso o mesmo critério de avaliação entre os modelos. Referida análise somente foi possível através da técnica das Redes Neurais, em decorrência das limitações apresentadas pelo Modelo de Black & Scholes.

A determinação em alocar os dados em três diferentes tipos de séries, conforme o grau de *moneyness*, realizando o treinamento da rede de forma separada por grupo, melhorou substancialmente o desempenho da Rede Neural Artificial. Notou-se assim, que o comportamento dos preços das opções se distinguem de acordo com o grupo a que pertencem.

A partir dos resultados encontrados, foi constatado que o modelo baseado em Redes Neurais sobrepuja o Modelo Black & Scholes no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do preço. Dentre esses grupos, o modelo desenvolvido obteve melhor desempenho quando aplicado à séries de opções no preço e dentro do preço, se comparado ao Modelo precursor. No entanto, os valores que mais se aproximaram da realidade, alcançando o menor erro médio, foram das opções dentro do preço, pelo cálculo do EQM, para ambos os modelos estudados.

Esse equilíbrio entre as séries de opções no preço e dentro do preço pode também ser observado nos resultados obtidos no cálculo dos respectivos Erros Absolutos Médios, Erros Quadráticos Médios e das Raízes Quadradas dos Erros Quadráticos Médios.

Da análise comparativa entre os valores encontrados pela RNA e pela RNA_U\$\$ extrai-se que a taxa de câmbio, quando inserida na técnica de Redes Neurais, influencia positivamente no apreçamento de opções fora do preço, no preço e dentro do

preço, sendo de forma mais expressiva no primeiro grupo, em que mais vezes alcançou o mínimo nos erros verificados e mais se aproximou da realidade. No entanto, nos meses em que a taxa de câmbio não demonstrou melhora quando comparada à RNA percebe-se uma diferença ínfima entre os resultados obtidos pelos diversos indicadores de erro analisados, o que permite afirmar que a taxa de cambio é uma variável dependente do cálculo do apreamento de opções que mais se ajusta aos preços reais ocorridos no mercado.

Conclui-se assim que a técnica da Rede Neural supera o Modelo de Black & Scholes no apreamento de todos os grupos de opções estudados, posto apresentar resultados mais condizentes com a realidade, transmitindo assim maior segurança ao investidor na tomada de decisão. E mais, ao adicionar a variável câmbio no modelo de Rede Neural desenvolvido obtem-se resposta ainda mais favorável nos preços teóricos das séries de opções fora do preço, no preço e dentro do preço.

Contudo, o presente estudo não teve a pretensão de esgotar o tema e abordar todos os seus conceitos e aplicabilidade. Até porque, trata-se de um assunto complexo e extenso de uma forma geral, posto lidar com técnicas que imitam artificialmente o cérebro humano, inexistindo, portanto, limites a serem alcançados. A cada momento surgem novas técnicas para o apreamento de opções com o intuito de encontrar aquela que realize a melhor previsão de preços possíveis.

Neste trabalho foi desenvolvida uma Rede Neural *feedforward*, com algoritmo de treinamento *backpropagation*. Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo de uma Rede Neural utilizando o algoritmo de aprendizagem *weight elimination*. Este algoritmo consiste em eliminar os pesos sinápticos entre os neurônios. Pode-se ainda, elaborar uma Rede Neural Artificial utilizando outras variáveis de entrada, com diferentes

topologias e variando a periodicidade dos dados de treinamento para verificar a estabilidade do mercado de capitais brasileiro em séries de treinamentos, como por exemplo, de três meses.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADLER, A. S. et al. Árvores Binomiais Implícitas: Aplicação para as Opções de Telebrás no Exercício de Abril de 1999. XXIII ENANPAD, **Anais**. Foz do Iguaçu, 1999.

APÓS G7, Japão mantém política de intervenção cambial. **UOL Economia: Universo On Line**, 09 fev. 2004. Disponível em: <<http://www1.uol.com.br/economia/reuters/ult29u32809.shl>>. Acesso em: 13 mar. 2006.

ATUALMENTE: BOVESPA é o maior centro da América Latina. **BOVESPA**. Quem somos – Histórico. Disponível em: < <http://www.bovespa.com.br/Principal.asp>>. Acesso em: 04 mai 2006.

BACHA, Edmar Lisboa e outro. **Mercado de Capitais e crescimento econômico: lições internacionais e desafios brasileiros**. Rio de Janeiro: Contra Capa Livraria, 2005.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Economia e Finanças**. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/?ECONOMIA>>. Acesso em: 12 mar. 2006.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Taxas de Câmbio**. Disponível em: <<http://www5.bcb.gov.br/pec/taxas/port/ptaxnpesq.asp?id=txcotacao>>. Acesso em: 01 jun. 2006.

BISHOP, Christopher. **Neural Networks for Pattern Recognition**. Oxford University Press, 2000.

BOCANEGRA, C. W. R. **Procedimentos para tornar mais efetivo o uso das redes neurais artificiais em planejamento de transportes**. 2002. 108p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos.

BRONSTEIN, G. et al. Modelo de Avaliação de Opções para Processos de Difusão e Salto. XXIII ENANPAD, **Anais**. Foz do Iguaçu, 1999.

CAVALCANTE, F.; RUDGE, L. F.; MISUMI, J. Y. **Mercado de capitais; o que é, como funciona**. Campus, 2005.

COSTA, César Lauro da. **Opções: operando a volatilidade**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1998.

CRUSIUS, Yeda. Flutuação da taxa de câmbio, intervenções do Banco Central e influência nas exportações. **Revista de Conjuntura**, abr./jun. 2003. Disponível em: <<http://www.yedacrusius.com.br/artigos/imagens/YedaCrusius.pdf>>. Acesso em: 13 mar. 2006.

DAMODARAN, Aswath. **Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo**. Rio de Janeiro: Qualitymark Ed., 1997.

FERREIRA, Léo da Rocha. **Taxa de câmbio social no Brasil: Mercosul e a abertura comercial**. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2004.

FLUXO cambial é o maior desde 98, e dólar atinge novo mínimo em 5 anos. **Folha de São Paulo**, São Paulo, Folha Dinheiro, p. B1, 03 mar. 2006.

FONSECA, Roberto Gianetti. O cambio em debate. **Jornal Folha de São Paulo**, São Paulo, 20 fev. 2006. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/fsp/opiniao/fz2002200609.htm>>. Acesso em: 14 mar. 2006.

FREIMAN, José Paulo. **Utilização das redes neurais artificiais na previsão de indicadores financeiros para avaliação econômica de negócios em situação de risco**. 2004. 96p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.

FREIMAN, José Paulo; P., Edson de O. **Redes Neurais Artificiais na Previsão do Valor de Commodity do Agronegócio.** V Encontro Internacional de Finanzas. Santiago, Chile, 19-21 jan. 2005.

FREITAS, S. O. **Utilização de modelo baseado em redes neurais para a precificação de opções.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2002.

GERSHENFELD, N. A. **The Nature of Mathematical Modeling.** Cambridge University Press, 1998.

HAYKIN, S. **Redes Neurais, Princípios e Prática.** 2^a ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

HULL, J. C.; WHITE, A. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. **Journal of Finance**, v. 42, p. 281-300, june 1987.

HULL, J. **Opções, Futuros e Outros Derivativos.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1998.

KNIGHT, J.; SATCHELL, S. **Forecasting Volatility in the Financial Markets.** Butterworth-Heinemann, 2002.

LACERDA, Antônio Corrêa de. Política Cambial. Comentário Econômico. **Wirtschaftskommentar**, set., 2003. Disponível em: <http://www.ahk.org.br/extranet/revista/upload_comentario/comen_econ_setembro03_port.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2006.

LEMGRUBER, Eduardo Facó. **Avaliação de Contratos de Opções.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1992.

LIPTON, Alexander. Mathematical Methods for Foreign Exchange. **A Financial Engineer's Approach.** World Scientific Publishing Company, 2001.

LOESCH, C.; SARI, S. T. **Redes neurais artificiais: fundamentos e modelos.** Blumenau: FURB, 1996.

MUNCH, Isabela Perle. **Bandas de câmbio, expectativas de desvalorização, volatilidade e crescimento econômico: uma análise comparativa entre o Brasil e outros países emergentes.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

NABNEY, Ian. Netlab. **Algorithms for Pattern Recognition.** Springer-Verlag Telos, 2001.

NATEMBERG, Sheldon. **Option volatility & pricing.** Probus Publishing Company, Chicago: 1994.

OLIVEIRA, Gustavo Aleixo de. **Informação implícita em prêmios de opções.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

SCOTT, L. O. Option Pricing when the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation, and an Application. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 22, p. 419-438, dec. 1987.

SHEPHARD, Neil. **Stochastic Volatility.** Oxford University Press, 2005.

SILVA NETO, L. A. **Opções: do Tradicional ao Exótico.** São Paulo: Atlas, 1996.

SILVA, C. R. L. **Instabilidade no mercado brasileiro de câmbio.** v. 31. São Paulo. 2001.

SILVA, Luiz Maurício da. **Mercado de Opções: conceitos e estratégias.** Rio de Janeiro: Ed. HALIP, 1996.

SMITH, K. A.; Gupta, J. N. D. Neural networks in business: techniques and applications for the operations researcher. **Computers & Operations Research**, 2000. p. 1023-1044.

SMITH, Murray. **Neural Networks for Statistical Modeling**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1993.

SOUZA SOBRINHO, Nelson Ferreira de. Extração da volatilidade do Ibovespa. **Resenha Bolsa de Mercadorias & Futuros**, n 144, 2004.

TAFNER, M. A.; XEREZ, M; FILHO, I. R. **Redes Neurais Artificiais: Introdução e Princípios de Neurocomputação**. Blumenau: EKO, 1995.

TELES, J. L.; PINHEIRO, M. A.; TEIXEIRA, V. L. VII Prêmio de Monografia. **Volatilidade: importância e utilidade no mercado financeiro**. Rio de Janeiro: Corecon, 1996. p.69-114.

VARGAS, J. V.; PISCIOTTO, M. M. Utilização de Árvores Trinomiais no cálculo de opções. **Resenha Bolsa de Mercadorias & Futuros**, n. 134, p. 39-73, 1999.

VITIELLO JÚNIOR, L. R. S. Opções de Compra: O ajustamento de dois modelos de precificação ao Mercado Brasileiro. XXII ENANPAD, **Anais**. Foz do Iguaçu, 1998.

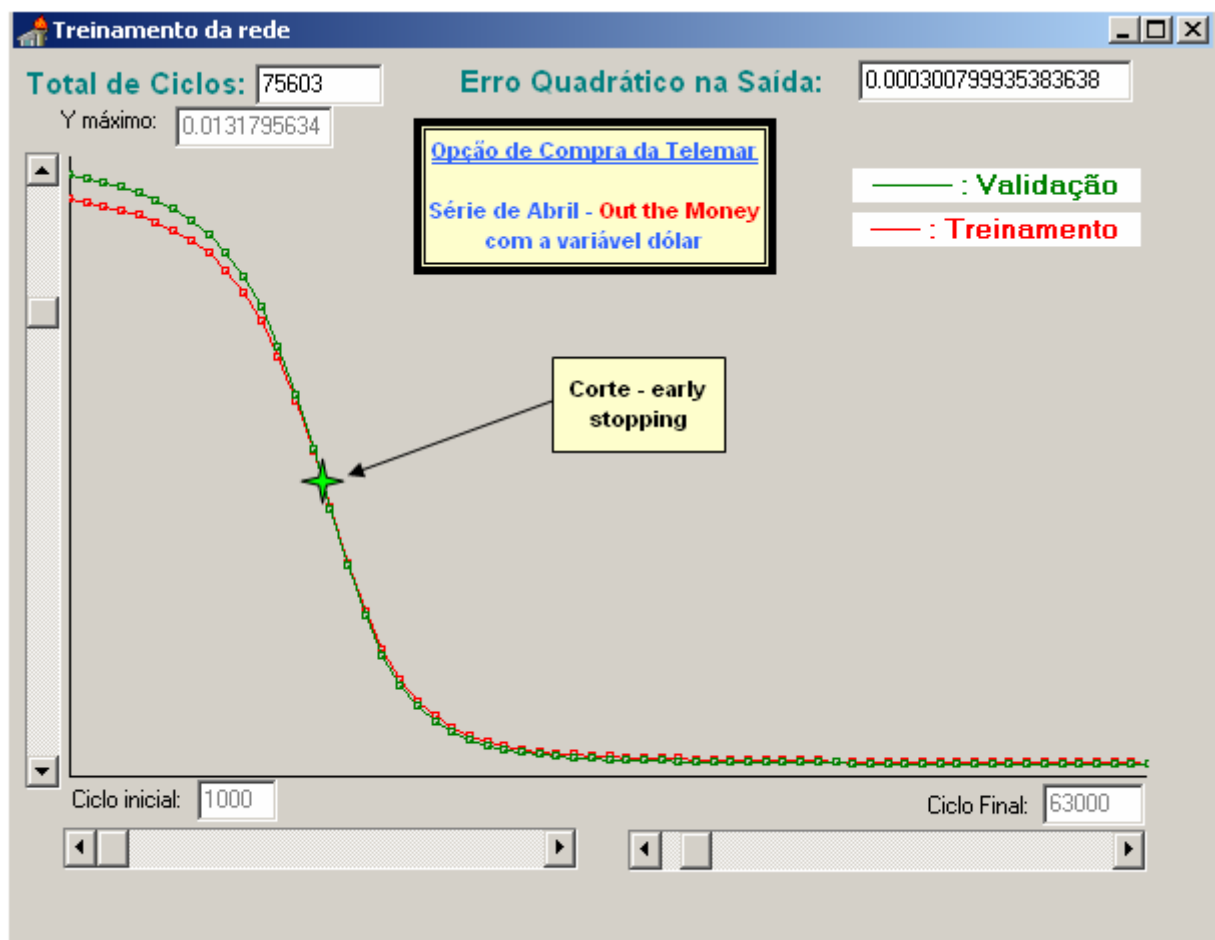
WELSTEAD, S. T. **Neural Network and Fuzzy Logic Applications in C/C++**. New York: John Wiley & Sons, 1994.

WHITE, A. Jay. Pricing Options with Futures-Style Margining. **A Genetic Adaptive Neural Network Approach**. Garland Publishing, 1999.

WIGGINS, J. B. Option Values under Stochastic Volatility: Theory and Empirical Estimates. **Journal of Financial Economics**, v. 19, p. 351-372, 1987.

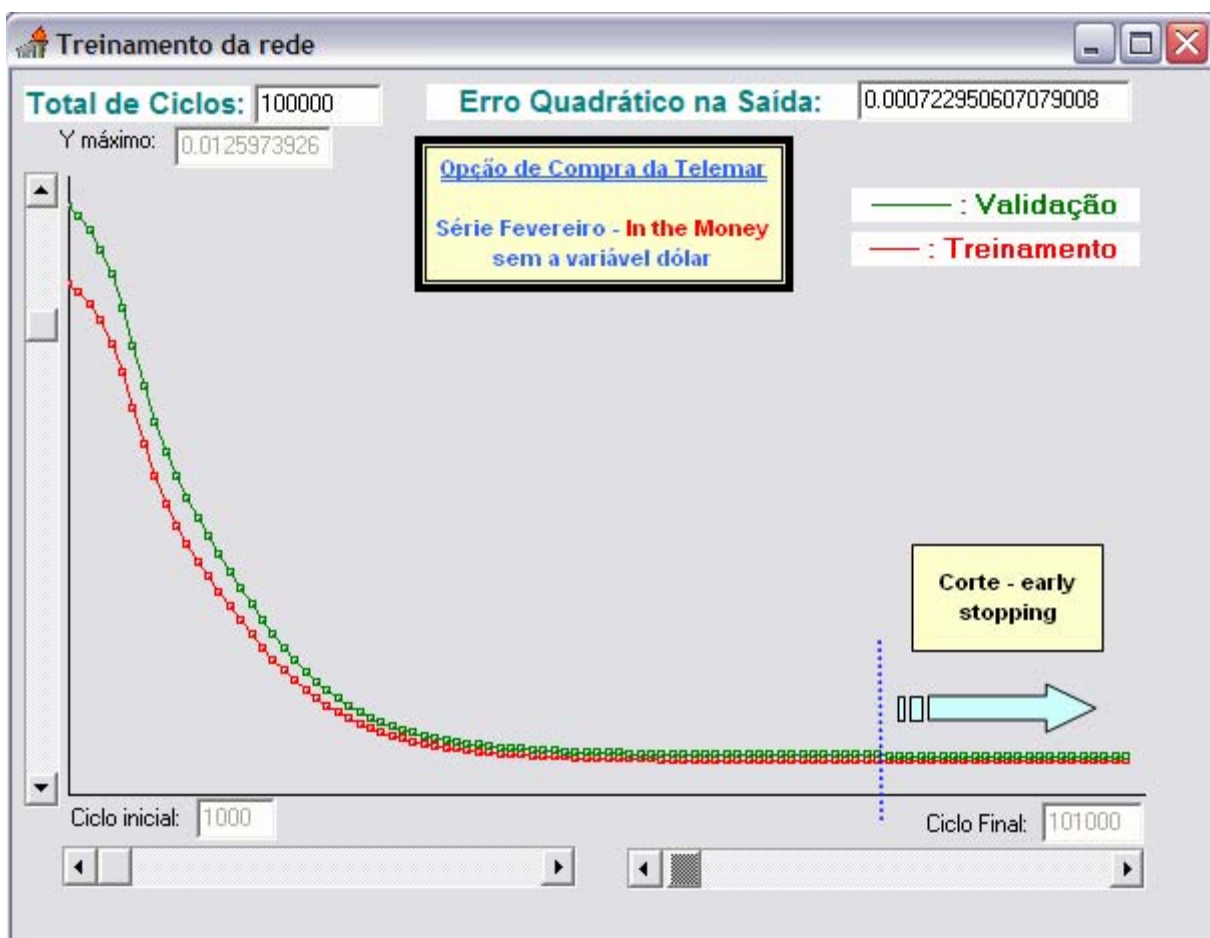
ANEXO 1

Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de abril *out the money* com modelo de RNA_US\$ na qual se aplicou o corte do *early stopping* quando a linha de treinamento cortou a linha de validação.



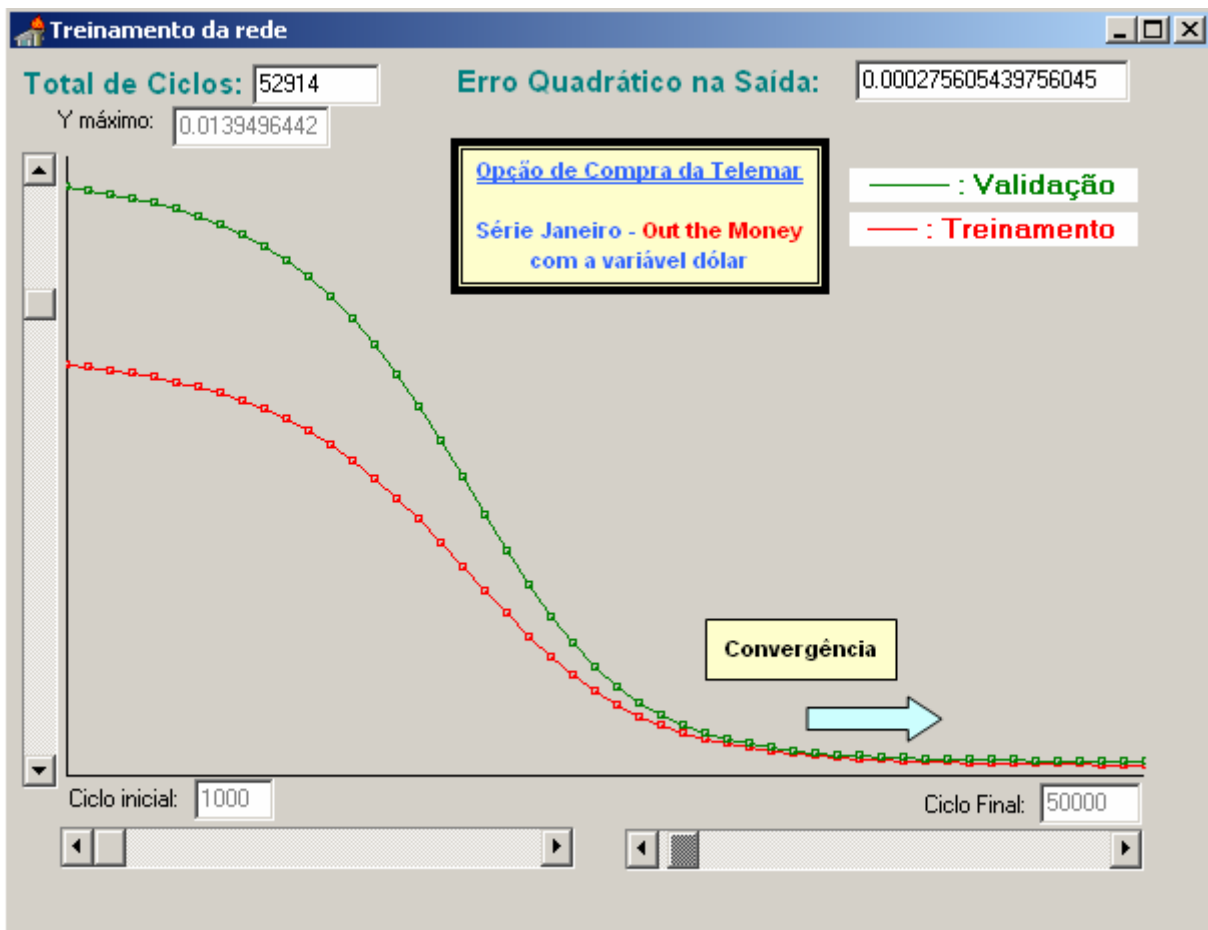
ANEXO 2

Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de fevereiro *in the money* com modelo de Rede Neural Artificial na qual foi aplicado o corte do *early stopping* uma vez que as duas linhas de validação e treinamento tendiam ao infinito paralelamente.



ANEXO 3

Gráfico gerado pelo *software Neural Net Analyzer* da série de opções de janeiro *out the money* com modelo de RNA_US\$ onde ocorre a convergência das linhas de validação e treinamento.



ANEXO 4

Tela *Training Track Board* do software *Neural Net Analyzer* na qual foram definidos para cada grupo de cada vencimento os parâmetros de treinamento da Rede Neural Artificial e a topologia utilizada, demonstrando o resultado através do erro quadrado mínimo na saída (*MSE on out put*), após o treinamento de 50.000 épocas, para uma série de janeiro, fora do preço, sem a variável Dólar.

The screenshot displays the 'Training Track Board' window. The main area shows training results for 'Total training epochs: 50000' and 'MSE on output: 0.000266873467796299'. A red arrow points to the 'Performance cost' field, which also contains the MSE value. Other parameters include 'Maximum percentual absolute error per epoch: 920.51066440275690200', 'Minimum percentual absolute error per epoch: 0.00495443054627415', and 'Medium percentual absolute error per epoch: 6.98915979445990754'. The number of patterns is '# Pat: 310'. A yellow box highlights the text 'Opção de Compra da Telemat' and 'Série Janeiro - Out the Money sem a variável dólar'.

At the bottom, there are sections for 'Parâmetros de Treinamento da Rede' and 'Parâmetros Gerais'. In the training parameters, 'Passo de treinamento' is 0.001 and 'Taxa de Momento' is 0.01, both circled in red. The general parameters include 'Número total de ciclos: 50000', 'Intervalo de ciclos entre pontos gráficos e salvamento: 1000', 'Precisão desejada na camada de saída: 0.00001', and 'Variação de peso para continuar treinando: 0.00001'. The 'Arquivos Correntes' section shows the network topology as '5 x 3 x 1' and the normalization as 'Relativa'.

ANEXO 5

Tela *Training Track Board* do software *Neural Net Analyzer* na qual foram definidos para cada grupo de cada vencimento os parâmetros de treinamento da Rede Neural Artificial e a topologia utilizada, demonstrando o resultado através do erro quadrado mínimo na saída (MSE on out put), após o treinamento de 100.000 épocas, para uma série de fevereiro, no preço, com a variável Dólar

The screenshot displays the 'Training Track Board' window. The main area shows training results for 100,000 epochs. A red arrow points to the 'MSE on output' field, which has a value of 0.000218366272695276. Other error metrics include Maximum, Minimum, and Medium percentage absolute error per epoch. A yellow box highlights the text 'Opção de Compra da Telemar' and 'Série Fevereiro - At the Money com a variável dólar'. The bottom section contains training parameters (Algorithm: BackPropagation, Step: 0.001, Rate: 0.01) and general parameters (Cycles: 100000, Precision: 0.00001). The network topology is shown as '6 x 4 x 1' with a blue arrow pointing to it.

Parameter	Value
Total training epochs	100000
MSE on output	0.000218366272695276
Performance cost	0.000218366272695276
Complexity cost	N. Aplic.
Complexity cost factor	N. Aplic.
Total module weight sum	32.8257358367139
Maximum percentage absolute error per epoch	893.98240030060685500
Minimum percentage absolute error per epoch	0.00049383794482480
Medium percentage absolute error per epoch	6.12984813614558721
Total amount of sinapses	28
Discarded sinapses	N. Aplic.
# Pat	211

Category	Parameter	Value
Parâmetros de Treinamento da Rede	Algoritmo	BackPropagation
	Função de Ativação	Logística
	Passo de treinamento	0.001
	Taxa de Momento	0.01
Parâmetros Gerais	Número total de ciclos	100000
	Intervalo de ciclos entre pontos gráficos e salvamento	1000
	Precisão desejada na camada de saída	0.00001
	Variação de peso para continuar treinando	0.00001

Arquivos Correntes	Valor
Rede:	dos\Mestrado\Tese\Calculo\Metodologia B\Treinamento\Telemar_US\$5_FEV B\nev
Pesos:	os\Mestrado\Tese\Calculo\Metodologia B\Treinamento\Telemar_US\$5_FEV B\nev
Bias:	dos\Mestrado\Tese\Calculo\Metodologia B\Treinamento\Telemar_US\$5_FEV B\nev
Padrões:	dos\Mestrado\Tese\Calculo\Metodologia B\Treinamento\Telemar_US\$5_FEV B\nev

Normalização: Relativa

Nós/Camada: 6 x 4 x 1