

Sandra Freire de Almeida

**ANÁLISE DINÂMICA EXPERIMENTAL DA RIGIDEZ DE  
ELEMENTOS DE CONCRETO SUBMETIDOS À  
DANIFICAÇÃO PROGRESSIVA ATÉ A RUPTURA**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Titular João Bento de Hanai

São Carlos  
Junho, 2005



Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

A447a Almeida, Sandra Freire de  
Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos  
de concreto submetidos à danificação progressiva até a  
ruptura / Sandra Freire de Almeida. -- São Carlos, 2005.

Dissertação (Mestrado) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos-Universidade de São Paulo, 2005.

Área: Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Tit. João Bento de Hanai.

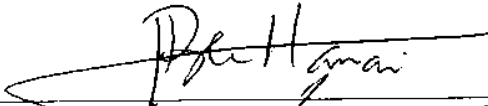

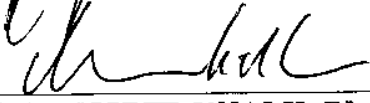
1. Concreto. 2. Dinâmica. 3. Módulo de elasticidade  
dinâmico. 4. Freqüência natural. 5. Ensaio de vibração.  
6. Rigidez equivalente. I. Título.

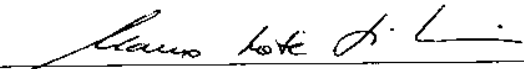



**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidata: Engenheira **SANDRA FREIRE DE ALMEIDA**

Dissertação defendida e julgada em 29-06-2005 perante a Comissão Julgadora.

 _____ Prof. Titular <b>JOÃO BENTO DE HANAI (Orientador)</b> (Escola de Engenharia de São Carlos/USP)	<u>APROVADA</u>
 _____ Dr. <b>LUIZ EDUARDO TEIXEIRA FERREIRA</b> (Consultor Autônomo)	<u>Aprovada</u>
 _____ Prof. Associado <b>MOUNIR KHALIL EL DEBS</b> (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)	<u>Aprovada</u>

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MARCIO ROBERTO SILVA CORRÊA**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Civil (Engenharia de Estruturas)

  
\_\_\_\_\_  
Profª. Titular **MARIA DO CARMO CALIJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação



Aos meus pais João e Maria Bernadete  
e à minha irmã Patrícia,  
pessoas fundamentais na minha trajetória.





## **Agradecimentos**

---

Agradeço a Deus por tudo.

À minha família pelo constante apoio, compreensão, amor e incentivo.

Ao meu orientador, Prof. João Bento de Hanai, pelos ensinamentos, pela confiança e pelo apoio fundamental no decorrer da pesquisa.

Ao amigo Dr. Petrus Gorgônio Bulhões da Nóbrega pela “co-orientação”, entusiasmo, dedicação, paciência, companheirismo e sinceridade.

Aos Profs. José Samuel Giongo e Mounir Khalil El Debs pelas valiosas contribuições no Exame de Qualificação. Ao Prof. Toshiaki Takeya pelo auxílio nos ensaios experimentais.

Aos colegas do departamento que contribuíram com informações, materiais, ou na execução dos ensaios experimentais: Petrus Nóbrega, Rejane Canha, Josafá de Oliveira Filho, Alexandre Sudano, Vladimir Ferrari e Paulo Camolesi.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas: Amaury, Fabiano, Mário, Rodrigo, Ademilson, Mauri e Valdir pela colaboração e cordialidade durante os ensaios. Ao Engº Dr. Luiz Vicente Vareda pela amizade e inúmeras contribuições técnicas.

Ao Prof. Paulo Sérgio Varoto e ao Engº Leopoldo Oliveira do LabDin (SEM) pelo suporte e auxílio com a análise dinâmica experimental e equipamentos.

Às professoras da Escola Politécnica da UFBA, Mônica da Guarda e M.Anita Martinelli pelo grande incentivo e nos momentos iniciais do mestrado.

Às grandes e eternas amigas da sala 1, Fabiana Stripari e Larissa Kirchhof, pelo carinho e alegria, e a Luciana Pizzo pela atenção, colaboração, incentivo e por compartilhar os momentos bons e também os difíceis.

Aos amigos da turma “setmestrado2003”, em especial, Sandra Lima, Daniane, César, Fernando, Caio, Kenneth, Vladimir, Geilson, Edson, Michel e Giovano pelos ótimos momentos de descontração e carinho.

Aos amigos de todas as horas: Wesley Góis, Selma Nóbrega, Tatianne Kotinda, Eduardo, Gustavo Codá, Fernanda Nascimento, Marta Paes, Tatiana Fonseca, Lezzir, Daniela, Walter e Suzana, Claudius, Oscar Begambre, Alexandre Buttler e Fernanda Giannotti.

Às amigas da república, Ava Brandão e Ana Elisa Périco, pelo companheirismo, pela confiança e amizade. A Adelvan Santos por compartilhar os momentos iniciais em São Carlos.

À Odebrecht, à Escola Politécnica da UFBA e ao Sinduscon-BA pelo prêmio “Emílio Odebrecht”, que representou uma grande ajuda e estímulo.

Aos funcionários da secretaria e biblioteca e aos professores do Departamento de Engenharia de Estruturas pela constante disposição e paciência.

Aos amigos do AFS de SP e da BA pela inspiração e motivação, em especial, a Margarida Feres pelo carinho maternal.

Ao Depto. de Eng. de Estruturas da EESC-USP pela oportunidade e pelas instalações.

À CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou a realização desta pesquisa.

À FAPESP pelo auxílio à pesquisa, que contribuiu para a melhoria dos recursos no laboratório.



"Um homem precisa viajar. Por sua conta, não por meio de histórias, imagens, livros ou TV.  
Precisa viajar por si, com seus olhos e pés, para entender o que é seu.  
Para um dia plantar as suas árvores e dar-lhes valor. Conhecer o frio para desfrutar o calor. E o oposto.  
Sentir a distância e o desabrigo para estar bem sob o próprio teto.  
Um homem precisa viajar para lugares que não conhece para quebrar essa arrogância  
que nos faz ver o mundo como o imaginamos, e não simplesmente como é ou pode ser;  
que nos faz professores e doutores do que não vimos, quando deveríamos ser alunos, e simplesmente ir ver."

Amyr Klink (trecho do livro "*Mar sem Fim*")



## SUMÁRIO

---

<b>RESUMO .....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>iii</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>x</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Generalidades.....	1
1.2. Objetivos .....	4
1.3. Justificativa .....	5
1.4. Metodologia .....	8
1.5. Apresentação do trabalho.....	9
<b>2. PROPRIEDADES DO CONCRETO.....</b>	<b>11</b>
2.1. Módulo de elasticidade .....	11
2.1.1. Módulo de Elasticidade Dinâmico.....	20
2.2. Coeficiente de Poisson - estático e dinâmico.....	26
2.3. Propriedades de elementos de concreto – Rigidez à flexão .....	27
<b>3. PROPRIEDADES DINÂMICAS.....</b>	<b>33</b>
3.1. Generalidades.....	33
3.2. Equações de movimento .....	34
3.2.1. Sistemas com 1 grau de liberdade (1 GDL).....	34
3.2.2. Sistemas com múltiplos graus de liberdade (MGDL).....	37
3.2.3. Sistemas contínuos.....	38
3.3. Frequência Natural e Modos de Vibração.....	39
3.4. Amortecimento.....	41

3.5.	Ressonância.....	43
3.6.	Análise Modal.....	44
3.7.	Função de Resposta em Frequência (FRF).....	45
3.8.	Análise de sinais.....	46
3.8.1.	Transformadas de Fourier.....	46
3.8.2.	Aspectos diversos.....	47
<b>4.</b>	<b>ENSAIOS NÃO-DESTRUTIVOS.....</b>	<b>49</b>
4.1.	Generalidades.....	49
4.2.	Ensaio dinâmico.....	51
4.3.	Ensaio dinâmico para a obtenção do módulo de elasticidade.....	55
<b>5.</b>	<b>ENSAIOS-PILOTO.....</b>	<b>65</b>
5.1.	Generalidades.....	65
5.2.	Estudo do sistema de aquisição de dados e dos sensores.....	72
5.2.1.	Ensaio piloto com vigas de concreto armado.....	73
5.2.1.1.	Descrição dos modelos.....	73
5.2.1.2.	Descrição dos ensaios.....	74
➤	<i>Ensaio estático:</i> .....	74
➤	<i>Ensaio dinâmico:</i> .....	75
5.2.1.3.	Resultados:.....	77
➤	<i>Ensaio estático:</i> .....	77
➤	<i>Ensaio dinâmico:</i> .....	78
5.2.1.4.	Análise dos resultados.....	81
5.3.	Estudo das dimensões ideais do modelo e dos métodos de ensaio.....	81
5.3.1.	Estudo do cilindro 15 cm x 30 cm.....	82
5.3.1.1.	Análise dos resultados.....	83
5.3.2.	Ensaio de prismas 15 cm x 15 cm x 50 cm e diferentes tipos de apoio.....	83
5.3.2.1.	Descrição do modelo e dos ensaios.....	84
5.3.2.2.	Resultados.....	84
5.3.2.3.	Análise dos resultados.....	86
5.3.3.	Ensaio-piloto do prisma (15cmx15cmx75cm) com danificação progressiva....	87
5.3.3.1.	Descrição dos modelos.....	87
5.3.3.2.	Descrição dos ensaios.....	88
➤	<i>Ensaio estático</i> .....	88
➤	<i>Ensaio dinâmico em seqüência aos incrementos de carregamento estático..</i>	90
5.3.3.3.	Resultados.....	91
➤	<i>Ensaio estático</i> .....	91

➤	<i>Ensaios dinâmicos em seqüência aos incrementos de carregamento estático – prA</i>	94
➤	<i>Ensaios dinâmicos intercalados aos incrementos de carregamento estático - prB</i>	95
5.3.3.4.	Análise dos resultados	98
5.4.	Discussão dos resultados – Ensaios-piloto	99
<b>6.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL</b>	<b>103</b>
6.1.	Generalidades	103
6.2.	Parte 1 – Ensaios de prismas	104
6.2.1.	Descrição dos modelos	104
6.2.2.	Descrição dos ensaios	107
➤	<i>Ensaios estáticos</i>	107
➤	<i>Ensaios dinâmicos</i>	109
6.2.3.	Resultados	113
➤	<i>Ensaios estáticos</i>	113
➤	<i>Ensaios dinâmicos</i>	120
6.2.4.	Análise dos resultados	124
6.3.	Parte 2 – Ensaios de vigas de concreto armado	126
6.3.1.	Descrição dos modelos	127
6.3.2.	Descrição dos ensaios	130
➤	<i>Ensaios estáticos</i>	130
➤	<i>Ensaios dinâmicos</i>	132
6.3.3.	Resultados	136
➤	<i>Ensaios estáticos</i>	136
➤	<i>Ensaios dinâmicos</i>	137
6.3.4.	Análise dos resultados	143
6.4.	Discussão dos resultados – Partes 1 e 2	144
<b>7.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>149</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>153</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR</b>	<b>155</b>
	<b>APÊNDICE A – MÁQUINAS, SISTEMAS E INSTRUMENTOS</b>	<b>157</b>
	<b>APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO</b>	<b>161</b>





## RESUMO

---

ALMEIDA, S. F. (2005). *Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

Uma das aplicações da análise modal experimental é a avaliação da integridade estrutural. O ensaio dinâmico fornece os valores de frequência natural, cujas variações podem ser utilizadas para identificar a presença e a magnitude do dano e determinar a rigidez equivalente de peças já fissuradas. Atualmente, as pesquisas sobre o efeito dinâmico nas estruturas civis estão se tornando mais frequentes. Dentre os vários aspectos de interesse relacionados ao comportamento dinâmico das estruturas de concreto armado, cita-se como relevante a questão da danificação progressiva de seus elementos. Com a evolução da fissuração, existe uma diminuição da frequência natural e um aumento do amortecimento. Essa variação dos parâmetros permite obter os valores de rigidez equivalente para os diversos estágios de fissuração da peça, o que pode indicar a proximidade da ruptura. Neste trabalho foi avaliada a integridade de elementos estruturais de concreto, discutindo os resultados da análise modal experimental em função do nível de danificação. Foram realizados ensaios em elementos de concreto simples para avaliação do módulo de elasticidade, tanto pelo método estático como pelo método dinâmico, observando a sua variação em função da microfissuração, resistência à compressão e idade do concreto. Os ensaios experimentais foram realizados em corpos-de-prova cilíndricos e prismáticos, sendo os resultados dos ensaios de vibração livre comparados aos resultados obtidos com os ensaios estáticos usuais. Também foram realizados ensaios estáticos e dinâmicos em vigas de concreto armado, de tamanho reduzido, para análise do comportamento de parâmetros dinâmicos ao longo de um processo de danificação. Demonstra-se a viabilidade dos ensaios não-destrutivos dinâmicos para a determinação das propriedades do material e dos elementos de concreto armado, além das vantagens econômicas, facilidade de execução e confiabilidade.

*Palavras-chave: concreto, dinâmica, módulo de elasticidade dinâmico, frequência natural, ensaio de vibração, rigidez equivalente.*

## ABSTRACT

---

ALMEIDA, S. F. (2005). *Dynamic experimental analysis of concrete elements stiffness subjected to progressive damage*. MSc. Thesis – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

Structural integrity assessment may be performed by experimental modal analysis. The dynamic tests provide natural frequencies values whose changes may be used to identify existent damage and to estimate the equivalent stiffness of cracked elements. Nowadays more researches about dynamic effects on civil structures are becoming available. Among all aspects related to the dynamic behaviour of reinforced concrete structures, the progressive damage of their elements is one of great relevance. According to the damage progress, the natural frequencies decrease and the damping factors increase. These dynamic characteristics changes allow getting the equivalent stiffness values for the various degrees of cracking, even indicating the closeness to failure. The objective of this research is to assess the concrete elements integrity and to discuss the results from experimental modal analysis due to different damage levels. There were carried through dynamic and static experiments to evaluate the modulus of elasticity of concrete. It was observed its changes related to concrete micro-cracking, compression strength and age. The experimental testings had been carried through in cylindrical and prismatic specimens. The results obtained from free vibration tests were compared with the ones obtained from the usual static tests. Reinforced concrete beams were also subjected to static and dynamic testings to assess the behavior of the dynamic parameters throughout a damage process. The dynamic non-destructive tests can be used to find out concrete and reinforced beam properties, beyond its economic advantages, easiness to do and trustworthiness.

*Keywords: concrete, dynamic, dynamic modulus of elasticity, natural frequency, vibration testings, equivalent stiffness.*

## **LISTA DE FIGURAS**

---

### **Capítulo 2**

Figura 2.1 - Comportamento tensão-deformação da pasta de cimento, do agregado e do concreto.....	12
Figura 2.2 – Representação esquemática do comportamento tensão-deformação do concreto sob compressão uniaxial.....	13
Figura 2.3 – Comportamento tensão-deformação do concreto sob carregamento cíclico de compressão. Fonte: Adaptada de Mehta & Monteiro (1994, fig 3.16). .....	14
Figura 2.4 – Representação esquemática dos módulos de elasticidade: tangente ( $E_{c,tg}$ ), tangente inicial ( $E_{c,0}$ ) e secante ( $E_{c,s}$ ). Fonte: Adaptada da NBR 8522:1994 (fig 1). .....	15
Figura 2.5 – Diferentes valores do módulo de elasticidade secante para um mesmo concreto. ..	20
Figura 2.6 – Exemplos de relação entre tensão e deformação de corpos-de-prova cilíndricos de concretos de diferentes resistências. Fonte: Adaptada de Neville (1982,fig9.4). ..	20
Figura 2.7 – Relação entre os módulos estático e dinâmico do concreto em idades diferentes. Fonte: Neville (1982, fig 6.8). .....	23
Figura 2.8 – Relação entre os módulos estático e dinâmico de concretos com diferentes resistências. Fonte: Neville (1982, fig 6.7). .....	23
Figura 2.9 – Relação entre o módulo dinâmico e a respectiva resistência à compressão. Fonte: Neville (1982, fig 6.9). .....	24
Figura 2.10 – Representação esquemática do ensaio de impacto (HAN & KIM, 2004). .....	25
Figura 2.11 – Representação esquemática do comportamento de uma viga de concreto armado submetida à flexão simples – Estádios I e II.....	28

### **Capítulo 3**

Figura 3.1 – Sistema de 1 GDL – massa-mola, sem amortecimento.....	35
Figura 3.2– Sistema de 1 GDL – massa-mola, com amortecimento.....	35
Figura 3.3 – Modo de vibração. Fonte: Nóbrega (2004).....	39
Figura 3.4 – Vibração livre de sistemas com 1 GDL. Fatores de amortecimento. ....	42
Figura 3.5 – Amplitude na ressonância. Fonte: Adaptado de Mast (2001).....	44
Figura 3.6 – Função de Resposta em Frequência: a) FRF de ponto e b) FRF de transferência. ..	45
Figura 3.7 – Sinal no tempo e espectro de frequência obtido após FFT.....	46
Figura 3.8 – Tipos de janelas e sinal resultante. Fonte: Nóbrega (2004).....	47

### **Capítulo 4**

Figura 4.1 – Disposição esquemática dos equipamentos para ensaio da frequência de ressonância.....	58
Figura 4.2 – Posição dos sensores e dos pontos de aplicação da excitação. Fonte: Adaptada da ASTM C-215:1991.....	59

Figura 4.3 - Comparação do $E_{c,d}$ determinado com a frequência longitudinal e a transversal. Fonte: Malhotra (1986, fig 5.10).....	63
--	----

## Capítulo 5

Figura 5.1 – Vista lateral das vigas, com indicação da posição dos extensômetros (em cm).....	74
Figura 5.2 – Disposição dos extensômetros removíveis.....	75
Figura 5.3 – Máquina de compressão, <i>Sistema 5000</i> e computador para aquisição de dados.....	75
Figura 5.4– Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Vigas.....	75
Figura 5.5– <i>Sistema 6000</i> e computador para aquisição de dados. ....	76
Figura 5.6 – Vigas de concreto armado instrumentadas com extensômetros colados e acelerômetro.....	76
Figura 5.7 – Equipamentos para carregamento à flexão da viga 1.....	77
Figura 5.8 – Detalhes da viga 1 – Ensaio à flexão. ....	77
Figura 5.9 – Comportamento do $E_{c,d}$ ao longo do tempo até a ruptura – Viga 1.....	79
Figura 5.10 – Comportamento do $E_{c,d}$ ao longo do tempo – Viga 2.....	80
Figura 5.11 – Módulos de elasticidade estático e dinâmico das vigas ao longo do tempo.....	80
Figura 5.12 – Ensaio dinâmico realizados com o corpo-de-prova 15 cm x 30 cm, no LabDin. .....	82
Figura 5.13 – Espectro da força de entrada e da resposta do acelerômetro.....	83
Figura 5.14 – FRF – Função de Resposta em Frequência. ....	83
Figura 5.15 – Ensaio com o prisma – frequência longitudinal – molas.....	85
Figura 5.16 – Ensaio com o prisma – frequência transversal – EPS.....	85
Figura 5.17 – Ensaio com o prisma – frequência transversal – madeira.....	85
Figura 5.18 – Ensaio com o prisma – freq. transversal – suspenso por fios de nylon. ....	85
Figura 5.19 – Variação do tipo de apoio no valor do $E_{c,d}$ – Frequência transversal – impacto vertical.....	86
Figura 5.20 – Variação do tipo de apoio no valor do $E_{c,d}$ – Frequência transversal – impacto lateral.....	86
Figura 5.21 – Variação do tipo de apoio no valor do $E_{c,d}$ , em relação ao valor máximo – Frequência transversal – impacto vertical. ....	86
Figura 5.22 – Variação do tipo de apoio no valor do $E_{c,d}$ , em relação ao valor máximo – Frequência transversal – impacto lateral. ....	86
Figura 5.23 – Variação do tipo de apoio no $E_{c,d}$ – Frequência longitudinal. ....	86
Figura 5.24 – Disposição esquemática dos sensores nos prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm. ...	88
Figura 5.25 – Disposição dos extensômetros removíveis no corpo-de-prova cilíndrico.....	89
Figura 5.26 – Corpo-de-prova cilíndrico após a ruptura. ....	89
Figura 5.27 – Disposição dos extensômetros removíveis no prisma prB.....	89
Figura 5.28 – Prisma prB na máquina de ensaio Instron.....	89
Figura 5.29 – Prisma prB após a ruptura. ....	89
Figura 5.30 - Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Prismas. .....	90
Figura 5.31 – Ensaio dinâmico no prisma prA.....	90
Figura 5.32 –Ensaio dinâmico – prA.....	90
Figura 5.33 – Fluxograma dos procedimentos de ensaio. ....	91
Figura 5.34 – Diagrama tensão – deformação do concreto aos 13 dias.....	92
Figura 5.35 – Diagrama tensão – deformação do concreto aos 16 dias – Ensaio cíclico. ....	92
Figura 5.36 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB com 36,96% da carga máxima... ..	93
Figura 5.37 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB com 58,86% da carga máxima... ..	93
Figura 5.38 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB na ruptura.....	93
Figura 5.39 – Redução do módulo de elasticidade ao longo da aplicação do carregamento.....	93
Figura 5.40 – Espectro resultante do sinal medido pelo acelerômetro. ....	94
Figura 5.41 – Espectro resultante do sinal medido pelo extensômetro. ....	94

Figura 5.42 – Redução do módulo de elasticidade dinâmico, em relação ao módulo no estado íntegro, ao longo da aplicação do carregamento – prA.....	95
Figura 5.43 – Redução do módulo de elasticidade dinâmico, em relação ao módulo no estado íntegro, ao longo da aplicação do carregamento – prB.....	97

## Capítulo 6

### Parte 1

Figura 6.1 – Prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm. ....	106
Figura 6.2 – Forma metálica - prisma. Mesa vibratória.....	106
Figura 6.3 – Moldagem do prisma.....	106
Figura 6.4 – Formas metálicas – CPs cilíndricos. Mesa vibratória.....	106
Figura 6.5 – Prismas antes e depois da aplicação de massa plástica para regularização dos topos. ....	106
Figura 6.6 – Ensaio estático do CP cilíndrico na Instron.....	108
Figura 6.7 – Ensaio estático do CP cilíndrico no atuador.....	108
Figura 6.8 – Prisma na máquina de ensaio Instron e sistema de aquisição.....	109
Figura 6.9 – Prisma sendo ensaiado no atuador servo-hidráulico.....	109
Figura 6.10 – Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Prisma a) Vibração transversal e b) Vibração longitudinal. ....	111
Figura 6.11 – Ensaio dinâmico – amostra íntegra.....	112
Figura 6.12 – Acelerômetro piezoelétrico.....	112
Figura 6.13 – Mola de apoio.....	112
Figura 6.14 – Ensaio dinâmico – após a ruptura do corpo-de-prova. ....	112
Figura 6.15 – Ensaio dinâmico – frequência longitudinal. ....	112
Figura 6.16 – Fluxograma dos procedimentos de ensaio.....	112
Figura 6.17 – Aplicação do carregamento estático – prisma. ....	113
Figura 6.18 – Posicionamento dos extensômetros removíveis. ....	113
Figura 6.19 – Prisma após a ruptura. ....	113
Figura 6.20 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série BR, 28 dias; b) CP1. ....	115
Figura 6.21 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série MR, 28 dias; b) CP1. ....	115
Figura 6.22 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série AR, 124 dias; b) CP1. ....	116
Figura 6.23 – Variação do módulo estático série BR, 28 dias, CPs cilíndricos.....	116
Figura 6.24 – Variação do módulo estático série MR, 28 dias, CPs cilíndricos.....	116
Figura 6.25 – Variação do módulo estático série AR, 124 dias, CPs cilíndricos.....	116
Figura 6.26 - Diagrama tensão-deformação – prismas, série BR, 28 dias. ....	117
Figura 6.27 - Diagrama tensão-deformação – prismas, série MR, 28 dias. ....	117
Figura 6.28 – Diagrama tensão-deformação – prismas, série AR, 124 dias. ....	118
Figura 6.29 – Variação do módulo estático série BR, 28 dias, prismas.....	118
Figura 6.30 – Variação do módulo estático série MR, 28 dias, prismas.....	118
Figura 6.31 – Variação do módulo estático série AR, 124 dias, prismas.....	119
Figura 6.32 – Detalhes da ruptura do prisma – série AR, 124 dias.....	119
Figura 6.33 – Abertura da fissura.....	119
Figura 6.34 – Regularização da superfície com massa plástica. ....	119
Figura 6.35 – Ruptura por esmagamento do concreto. ....	119
Figura 6.36 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série BR.....	122
Figura 6.37 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série MR.....	122
Figura 6.38 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série AR.....	122

## Parte 2

Figura 6.39 – Detalhamento das vigas.....	128
Figura 6.40 – Posição esquemática dos extensômetros colados no aço e no concreto.....	128
Figura 6.41 – Fôrma de madeira das vigas. Mesa vibratória.....	129
Figura 6.42 – Armadura das vigas.....	129
Figura 6.43 – Detalhe dos extensômetros colados no aço – barras inferiores.....	129
Figura 6.44 – Concretagem das vigas: adensamento.....	129
Figura 6.45 – Fôrmas metálicas dos prismas.....	130
Figura 6.46 – Fôrma metálica dos CPs cilíndricos.....	130
Figura 6.47 – Disposição esquemática dos prismas – Ensaio para determinação do módulo estático.....	131
Figura 6.48 – Dispositivo de flexão de quatro pontos – Prismas – Módulo estático.....	132
Figura 6.49 – Ensaio estático para determinação do módulo de elasticidade – Prisma 50 cm..	132
Figura 6.50 – Detalhe do dispositivo de ensaio. Prisma 50 cm.....	132
Figura 6.51 – Ensaio estático para determinação do módulo de elasticidade – Prisma 75 cm..	132
Figura 6.52 – Disposição esquemática dos transdutores de deslocamento e do sistema de aplicação do carregamento - Ensaio estático das vigas.....	133
Figura 6.53 – Fluxograma dos ensaios das vigas de concreto armado.....	134
Figura 6.54 – Viga de concreto armado – Transdutores de deslocamento - Ensaio estático-dinâmico.....	135
Figura 6.55 – Aplicação do carregamento estático – Atuador servo-hidráulico.....	135
Figura 6.56 – Primeira fissura.....	135
Figura 6.57 – Aplicação do carregamento estático.....	135
Figura 6.58 – Detalhe da fissuração da viga.....	135
Figura 6.59 – Aplicação do carregamento estático.....	135
Figura 6.60 – Ensaio dinâmico de vibração livre.....	135
Figura 6.61 – Diagrama tensão-deformação do concreto – Ensaio com CPs cilíndricos.....	136
Figura 6.62 – Diagrama força-deslocamento – Ensaio com prismas 15cm x 15cm x 50cm..	136
Figura 6.63 – Redução do módulo dinâmico para cada viga de concreto armado.....	139
Figura 6.64 – Redução da frequência e do módulo dinâmico – Média dos ensaios das vigas de concreto armado.....	139
Figura 6.65 – Redução da rigidez à flexão das vigas de concreto armado – Ensaio dinâmico.....	140
Figura 6.66 – Diagrama força-deslocamento da viga V3ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.....	140
Figura 6.67 – Diagrama força-deslocamento da viga V4ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.....	140
Figura 6.68 – Diagrama força-deslocamento da viga V5ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.....	141
Figura 6.69 – Diagrama força-deformação – viga V3ca – extensômetros.....	141
Figura 6.70 – Diagrama força-deformação – viga V4ca – extensômetros.....	141
Figura 6.71 – Diagrama força-deformação – viga V5ca – extensômetros.....	141
Figura 6.72 – FRF obtida do ensaio dinâmico.....	142
Figura 6.73 – Função coerência.....	142
Figura 6.74 – Sinal de entrada.....	142
Figura 6.75 – Sinal medido pelo acelerômetro.....	142

## **LISTA DE TABELAS**

---

### **Capítulo 2**

Tabela 2.1 – Índices de correção do módulo de elasticidade em função da natureza do agregado. .....	18
--	----

### **Capítulo 3**

Tabela 3.1 – Modos de vibração de sistemas contínuos, viga livre-livre, com indicação das coordenadas dos pontos nodais. ....	40
---	----

### **Capítulo 4**

Tabela 4.1 – Valores do fator de correção T. Fonte: ASTM C-215:1991.....	61
--	----

### **Capítulo 5**

Tabela 5.1 – Pesquisas experimentais com métodos dinâmicos. ....	65
Tabela 5.2 – Pesquisas experimentais para determinação das propriedades dos materiais. ....	67
Tabela 5.3 – Pesquisas experimentais relacionadas à detecção de dano e à investigação dos métodos. ....	68
Tabela 5.4 – Pesquisas experimentais – Rigidez de elementos de concreto armado. ....	69
Tabela 5.5 – Ensaio dinâmico realizados em estrutura reais. ....	69
Tabela 5.6 – Propriedades das vigas de concreto armado.....	73
Tabela 5.7 – Freqüências naturais estimadas das vigas. ....	73
Tabela 5.8 – Resultados dos ensaios estáticos – Corpos-de-prova cilíndricos. ....	78
Tabela 5.9 - Freqüência natural do 1º modo e módulo de elasticidade dinâmico – Viga 1. ....	78
Tabela 5.10 - Freqüência natural do 1º modo e módulo de elasticidade dinâmico – Viga 2. ....	79
Tabela 5.11 – Valores de freqüência fundamental transversal – prisma.....	84
Tabela 5.12 – Valores de freqüência fundamental longitudinal – prisma.....	84
Tabela 5.13 – Valores do módulo de elasticidade estático e resistência à compressão (em MPa). ....	92
Tabela 5.14 – Módulo de elasticidade estático (em MPa) obtido com os ensaios cíclicos do prisma prB. ....	93
Tabela 5.15 – Etapas reais do carregamento estático – prA. ....	94
Tabela 5.16 – Valores da primeira freqüência transversal e do módulo de elasticidade dinâmico – prA.....	95
Tabela 5.17 – Etapas reais do carregamento estático – prB (cíclico). ....	96
Tabela 5.18 – Valores das freqüências transversal e longitudinal do 1º modo de vibração e os respectivos módulos de elasticidade dinâmico – prB.....	96
Tabela 5.19– Módulo dinâmico e módulo estático obtido no ensaio do prisma – prB.....	97



## Capítulo 6

### Parte 1

Tabela 6.1 – Programação dos ensaios experimentais – Prismas de concreto simples. ....	104
Tabela 6.2 – Resumo dos dados para construção dos modelos. ....	105
Tabela 6.3– Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos CPs cilíndricos. .....	107
Tabela 6.4 – Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos prismas. ....	108
Tabela 6.5 – Resumo das informações sobre os ensaios dinâmicos. ....	110
Tabela 6.6 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série BR. ....	113
Tabela 6.7 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série MR. ....	114
Tabela 6.8 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série AR. ....	114
Tabela 6.9 – Módulo de elasticidade estático obtido com os critérios da norma NBR 6118:2003. .....	115
Tabela 6.10 – Resultados dos ensaios dinâmicos. ....	120
Tabela 6.11 – Relações entre os módulos. ....	120
Tabela 6.12 – Evolução das propriedades do concreto em relação aos 7 dias. ....	121
Tabela 6.13 – Comparação com indicações das referências. ....	123
Tabela 6.14 – Relação $E_c / E_{c,d}$ para diferentes resistências. ....	123
Tabela 6.15 – Relação $E_c / E_{c,d}$ em diferentes idades – série BR. ....	124
Tabela 6.16 – Relação $E_c / E_{c,d}$ em diferentes idades – série MR. ....	124
Tabela 6.17 – Relação $E_c / E_{c,d}$ em diferentes idades – série AR. ....	124

### Parte 2

Tabela 6.18 – Programação dos ensaios experimentais – Vigas de concreto armado. ....	126
Tabela 6.19 – Resumo dos dados para construção dos modelos. ....	127
Tabela 6.20– Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos CPs cilíndricos. .....	130
Tabela 6.21 – Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos prismas. ....	131
Tabela 6.22 – Resumo das informações sobre os ensaios dinâmicos. ....	133
Tabela 6.23 – Resultados dos ensaios estáticos. ....	136
Tabela 6.24 - Resultados dos ensaios dinâmicos. ....	137
Tabela 6.25 – Resultados dos ensaios dinâmicos – ao longo da aplicação do carregamento. ....	138
Tabela 6.26 – Valores de rigidez à flexão – Ensaios de vigas de concreto armado. ....	142
Tabela 6.27 – Redução do módulo de elasticidade – Parte 1. ....	144
Tabela 6.28 – Redução do módulo e da rigidez – Parte 2. ....	145



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

---

ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
Aceler.	–	acelerômetro
ACI	–	American Concrete Institute
ASTM	–	American Society for Testing and Materials
ca	–	concreto armado
CP(s)	–	corpo(s)-de-prova
cs	–	concreto simples
EESC	–	Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo
Extens.	–	extensômetro elétrico de resistência
FRF	–	função de resposta em frequência
GDL	–	grau de liberdade
LabDin	–	Laboratório de Dinâmica do Departamento de Engenharia Mecânica
LE-EESC	–	Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia de Estruturas
LmABC	–	Laboratório de Materiais Avançados à Base de Cimento
LVDT	–	Linear Variable Differential Transformer – transdutor de deslocamento
MGDL	–	múltiplos graus de liberdade
NBR	–	Norma Brasileira
SET	–	Departamento de Engenharia de Estruturas

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

### ➤ Alfabeto romano - minúsculas

- a – deslocamento máximo (flecha)
- c – coeficiente de amortecimento, de sistemas de 1GDL
- d – diâmetro do corpo-de-prova
- $f$  – frequência natural transversal
- $f_1$  – frequência natural do primeiro modo de vibração
- $f_n$  – frequência natural do n-ésimo modo de vibração
- $f'$  – frequência natural longitudinal
- $f''$  – frequência natural torcional
- $f_{long}$  – frequência fundamental longitudinal (ensaios desta pesquisa)
- $f_{trans}$  – frequência fundamental transversal (ensaios desta pesquisa)
- $f_c$  – resistência à compressão do concreto
- $f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto
- $f_{cm}$  – resistência média à compressão do concreto
- $f_{cub}$  – resistência à compressão do concreto, obtida em cubos
- $f_{ct}$  – resistência à tração do concreto
- $f(t)$  – força externa de excitação, sistemas de 1 GDL
- i – raio de giração da seção
- k – constante elástica de rigidez, de sistemas de 1 GDL
- $\ell$  – comprimento
- m – massa
- n – número de graus de liberdade
- $x(t)$  – deslocamento no tempo, sistemas de 1 GDL
- $\dot{x}(t)$  – velocidade no tempo, sistemas de 1 GDL
- $\ddot{x}(t)$  – aceleração no tempo, sistemas de 1 GDL

### ➤ Alfabeto romano - maiúsculas

- A – área da seção transversal
- $A_s$  – área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
- $A'_s$  – área da seção transversal da armadura longitudinal de compressão
- $E_c$  – módulo de elasticidade estático do concreto
- $E_{c,0}$  – módulo de elasticidade tangente inicial do concreto

$E_{c,d}$	–	módulo de elasticidade dinâmico do concreto
$E_{c,f}$	–	módulo de elasticidade à flexão do concreto
$E_{c,pr}$	–	módulo de elasticidade do concreto, obtido em prismas (ensaios desta pesquisa)
$E_{c,s}$	–	módulo de elasticidade secante do concreto
$E_{c,tg}$	–	módulo de elasticidade tangente do concreto
$E_{c,30\%}$	–	módulo de elasticidade secante, obtido até 30% da tensão máxima
$E_{c,40\%}$	–	módulo de elasticidade secante, obtido até 40% da tensão máxima
$EI$	–	rigidez à flexão
$E_cI$	–	rigidez à flexão de um elemento de concreto
$E_{c,d}I$	–	rigidez à flexão dinâmica de um elemento de concreto
$F(t)$	–	vetor das forças externas, de sistemas de MGDL
$G_c$	–	módulo de elasticidade transversal do concreto
$G_{c,d}$	–	módulo de elasticidade transversal dinâmico do concreto
$I$	–	momento de inércia da seção transversal do elemento
$K$	–	matriz de rigidez, de sistemas de MGDL
$M$	–	matriz de massa, de sistemas de MGDL
$M_f$	–	momento fletor de fissuração
$M_u$	–	momento fletor último
$M_y$	–	momento fletor relativo ao escoamento da armadura
$R$	–	fator de forma
$T$	–	fator de correção que depende da relação entre o raio de giração e o comprimento da amostra e do coeficiente de Poisson
$X(t)$	–	vetor dos deslocamentos no tempo, de sistemas de MGDL
$\dot{X}(t)$	–	vetor das velocidades no tempo, de sistemas de MGDL
$\ddot{X}(t)$	–	vetor das acelerações no tempo, de sistemas de MGDL

➤ **Alfabeto grego - minúsculas**

$\varepsilon$	–	deformação
$\varepsilon_c$	–	deformação específica do concreto
$\nu$	–	coeficiente de Poisson
$\nu_d$	–	coeficiente de Poisson dinâmico
$\xi$	–	fator de amortecimento
$\rho$	–	taxa geométrica de armadura longitudinal
$\rho_c$	–	massa específica do concreto
$\sigma$	–	tensão aplicada
$\sigma_c$	–	tensão de compressão do concreto
$\sigma_n$	–	tensão superior considerada para o cálculo do módulo secante
$\phi$	–	modo de vibração
$\omega$	–	freqüência angular, dada em rad/s
$\omega_n$	–	freqüência angular natural não-amortecida, dada em rad/s
$\omega_d$	–	freqüência angular natural amortecida, dada em rad/s



## 1.1. Generalidades

A principal preocupação dos engenheiros projetistas sempre foi a garantia do dimensionamento adequado dos elementos estruturais para que resistam aos carregamentos estáticos usuais. Mesmo em projetos de edifícios altos, pontes, passarelas, viadutos, estádios, ginásios ou indústrias, que podem sofrer a influência de carregamentos dinâmicos como a ação do vento, o tráfego de veículos, o movimento das pessoas ou de máquinas, a verificação do comportamento e o dimensionamento da estrutura são realizados usualmente por meio de análise estática ou estática equivalente.

Atualmente, as pesquisas sobre o efeito dinâmico nas estruturas civis estão se tornando mais freqüentes, visto que o conforto humano e a durabilidade estão começando a fazer parte dos critérios de projeto. Nóbrega (2004) enumera outros fatores que contribuem para uma maior relevância da análise dinâmica para os projetos de estruturas civis: a necessidade de economia dos recursos energéticos, a prática de novos partidos arquitetônicos, o desenvolvimento tecnológico dos materiais de construção, a adoção de técnicas e sistemas construtivos inovadores em tempo e forma de execução, o envelhecimento e a degradação das edificações já construídas, a mudança na intensidade e na forma de atuação de alguns carregamentos e o uso de recursos computacionais e técnicas numéricas que possibilitam análises mais complexas e refinadas e a verificação mais precisa do comportamento e da segurança da estrutura. No campo experimental, modernos equipamentos, sensores e sistemas de aquisição de dados já estão sendo utilizados para identificar vibrações excessivas e possíveis danos na estrutura ou no modelo físico estudado. Apesar desses avanços, a determinação de certas propriedades dinâmicas dos materiais pode ser bastante limitada ou ainda não

possuem comprovação experimental, como por exemplo, o amortecimento de estruturas de concreto e a determinação dos seus modos de vibração.

Segundo Moreira (2002), existe uma preocupação crescente dos pesquisadores e engenheiros projetistas em identificar e compreender corretamente o comportamento da estrutura com respeito a solicitações dinâmicas. Há muitos anos a análise dinâmica se tornou uma importante etapa do dimensionamento de obras civis em vários países, em virtude, principalmente, da ocorrência de freqüentes abalos sísmicos ou ações excepcionais do vento nesses locais e da crescente utilização de elementos estruturais mais esbeltos, mais leves e, conseqüentemente, menos rígidos, sendo mais sensíveis a ações dinâmicas.

Para a realização de uma investigação estrutural mais apurada, Nóbrega (2004) cita algumas etapas a serem seguidas:

- a determinação do efeito dinâmico das ações;
- a definição dos limites admissíveis para a estrutura, relacionados com a segurança e o conforto humano (freqüência natural mínima, velocidade máxima e aceleração máxima);
- a análise do processo de envelhecimento / degradação ao longo do tempo e sua interferência nas características dinâmicas;
- a consideração da influência dinâmica da infraestrutura;
- a determinação das condições reais de vínculo.

No caso da verificação de uma construção já existente, antes mesmo da fase de análise, encontram-se dificuldades no processo de identificação estrutural, de calibração de modelos numéricos e de determinação dos danos localizados e generalizados e das condições de contorno reais. Os ensaios usuais de investigação física e os procedimentos da análise estática não são suficientes para o estudo destes problemas. Técnicas complementares experimentais e computacionais, que consistem de ensaios dinâmicos de vibração livre ou forçada e subsequente análise modal, podem quantificar corretamente as ações e seus efeitos, verificar as solicitações na estrutura e a sua resposta, avaliar o conforto humano frente às vibrações, e determinar a integridade estrutural (NÓBREGA, 2004).

A estrutura, ao sofrer danos, pode comprometer o atendimento aos requisitos dos estados limites de serviço, envolvendo aspectos relativos à aparência, durabilidade, ou

causando desconforto aos usuários com a ocorrência de vibrações excessivas. A sensibilidade das edificações existentes tem sido cada vez mais questionada, tendo em vista uma maior conscientização dos proprietários e usuários que requerem construções mais seguras e duradouras e uma melhor qualidade de vida (MOREIRA, 2002).

A análise dinâmica pode ser um importante procedimento para a verificação da integridade e da segurança da estrutura, ou seja, uma maneira de identificar e localizar danos, além de detectar mudanças na sua deformabilidade. Qualquer estrutura íntegra possui frequências e modos de vibração particulares, daí a existência de danos (fissuras e conseqüente perda de rigidez) leva à modificação dos modos de vibração. O ensaio dinâmico fornece os valores de frequência, entre outros parâmetros, cujas variações podem ser utilizadas para identificar a presença e a magnitude do dano e determinar a rigidez equivalente de peças já fissuradas. As alterações nas condições da estrutura, ao longo da sua vida útil, podem ser analisadas por meio de monitoramento dinâmico realizado em determinados intervalos de tempo. Os resultados experimentais podem ser comparados aos resultados obtidos por meio de simulação computacional em programas baseados no Método dos Elementos Finitos e na Mecânica do Dano.

Dentre os vários aspectos de interesse relacionados ao comportamento dinâmico da estrutura, cita-se como relevante a questão da danificação progressiva de elementos de concreto armado. Com o aumento gradual do carregamento e a evolução da fissuração, existe uma diminuição da frequência natural e um aumento do amortecimento. Essa variação dos parâmetros permite obter os valores de rigidez equivalente para os diversos estágios de fissuração da peça, o que talvez possa indicar a proximidade da ruptura. As medidas dinâmicas indicam, inclusive, a evolução do processo de danificação mesmo em estágios iniciais do carregamento, enquanto que visualmente as microfissuras ainda não são perceptíveis. Segundo Abeele & Visscher (2000), o início e a propagação da microfissuração em estruturas de concreto armado ocorrem para intensidades de carregamento bem inferiores em relação à carga de ruptura, acentuando o seu comportamento não-linear.

Com os ensaios dinâmicos é possível determinar a influência de certas variáveis no valor da rigidez do elemento e também da interação entre elas, como, por exemplo, o módulo de elasticidade ( $E_c$ ) e o momento de inércia da seção ( $I$ ). Pode-se interpretar que a microfissuração do concreto causa uma modificação na sua estrutura interna, aumentando a deformabilidade e reduzindo o valor do módulo de elasticidade do material, enquanto que o efeito da microfissuração, em elementos de concreto armado,

afeta principalmente as características geométricas da seção (momento de inércia, por exemplo). Nas estruturas, o módulo de elasticidade não pode ser tratado de forma isolada, e sim, associado a uma característica geométrica do elemento, constituindo a rigidez ( $E_c I$ ). Enquanto a determinação estática do módulo de elasticidade do material já é bastante difundida e utilizada, a determinação da rigidez do elemento de concreto armado, que é altamente influenciada pela fissuração, ainda pode suscitar incertezas. Certas propriedades do elemento influenciam o valor da rigidez, tais como: taxa de armadura, aderência entre o concreto e o aço e condições de contorno.

Os ensaios não-destrutivos apresentam a vantagem de fornecer informações integradas e globais da estrutura a respeito da rigidez e do amortecimento, podendo ser repetidos e comparados ao longo do tempo. Apesar das vantagens proporcionadas pela realização de ensaios não-destrutivos dinâmicos em elementos de concreto, existem poucas pesquisas, no Brasil, que empregam esses métodos na avaliação da perda de rigidez.

Nesse trabalho, foi avaliada a influência da idade e da resistência à compressão de elementos de concreto simples, nos valores da frequência natural, e conseqüentemente, nos valores do módulo de elasticidade obtidos para diferentes intensidades de danificação. Os ensaios experimentais foram realizados em corpos-de-prova cilíndricos e prismáticos e aplicados métodos estáticos e dinâmicos para a determinação do módulo de elasticidade, observando sua variação em função da microfissuração. Os resultados dos ensaios de vibração livre em modelos prismáticos foram comparados aos resultados obtidos com os ensaios estáticos usuais. Também foram realizados ensaios estáticos e dinâmicos em vigas de concreto armado, de tamanho reduzido, para análise do comportamento de parâmetros dinâmicos ao longo de um processo de danificação.

## 1.2. Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar, por meio de técnicas de análise dinâmica experimental, a condição de integridade ou nível de danificação de elementos estruturais de concreto, investigando especialmente a modificação de suas propriedades modais de vibração. Os objetivos específicos deste estudo são:

- 1) Analisar comparativamente os valores do módulo de elasticidade do concreto, obtidos por métodos experimentais estáticos e dinâmicos, em diferentes corpos-



- de-prova, observando sua variação em função do seu estado de microfissuração, resistência à compressão e idade do concreto;
- 2) Analisar as alterações dos valores da frequência natural, e conseqüentemente, do módulo de elasticidade e da rigidez axial do concreto, decorrentes da introdução de níveis crescentes de danificação por compressão simples nos corpos-de-prova;
  - 3) Analisar o comportamento dinâmico de vigas de concreto armado (de tamanho reduzido), observando a variação dos parâmetros modais em função da intensidade de danificação por fissuração e determinar a rigidez à flexão equivalente nos diferentes estágios de sollicitação;
  - 4) Consolidar a metodologia experimental compatível com os sistemas de aquisição de dados, instrumentos e sensores disponíveis no Laboratório de Estruturas (LE-EESC), buscando o tipo adequado de excitação, o formato e as dimensões apropriadas dos corpos-de-prova etc., de forma a conhecer as limitações e garantir a confiabilidade das técnicas aplicadas e dos resultados obtidos;
  - 5) Colaborar na formação do grupo de pesquisa sobre Análise Dinâmica Experimental no Departamento de Engenharia de Estruturas.

### **1.3. Justificativa**

O Laboratório de Estruturas (LE-EESC) do Departamento de Engenharia de Estruturas (SET) da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC-USP) possui vasta experiência na área de análise experimental estática das estruturas, com inúmeras pesquisas realizadas, instalações, equipamentos e recursos humanos com qualidade reconhecida em âmbito nacional e internacional. O estudo de modelos de concreto por meio de ensaios dinâmicos representa o início de uma importante linha de pesquisa no laboratório, incrementando as atividades já desenvolvidas.

A análise dinâmica experimental é uma ferramenta de grande importância para as atividades de Engenharia de Estruturas relacionadas à avaliação e à verificação da integridade e da segurança estrutural, visto que, atualmente, a modificação, o reforço ou a recuperação de estruturas danificadas está se tornando cada vez mais necessário. O emprego dos resultados de ensaios dinâmicos na verificação do projeto e em estudos para avaliação da estrutura em tempo qualquer, visa satisfazer aos limites estabelecidos

em normas, tanto para a capacidade última do elemento como para a garantia do comportamento adequado em serviço e da durabilidade da estrutura.

Os ensaios não-destrutivos dinâmicos para a determinação das propriedades dos materiais estão cada vez mais sendo empregados na Engenharia Civil, por apresentarem baixo custo, facilidade de execução, rapidez, confiabilidade e fornecerem respostas integradas e globais, comparáveis àquelas obtidas da análise computacional. Dessa forma, é imprescindível a inserção do LE-EESC nesse contexto atual, com a sua capacitação na realização de ensaios de vibração em modelos físicos e matemáticos, ao lado dos ensaios estáticos usuais.

O Quadro 1 apresenta um conjunto resumido de referências composto por premissas iniciais, ações de pesquisa e limitações de abrangência, que forneceram uma orientação inicial para a elaboração dos objetivos e da metodologia propostos neste trabalho.

Quadro 1 – Quadro de referência para a pesquisa

Premissa	Ação	Limitações de abrangência
<p>A análise dinâmica experimental é capaz de identificar mudanças na deformabilidade de estruturas, em particular das estruturas de CA, pela observação de alterações nos valores de parâmetros modais, como a frequência natural, modos de vibração e amortecimento.</p>	<p>Ensaar modelos físicos de elementos estruturais de CA, para caracterizar seu comportamento dinâmico nos seus diversos estágios de solitação, observando a variação dos parâmetros modais em função do nível de dano do concreto, e consequente alteração da rigidez. Comparar os resultados experimentais com resultados teóricos obtidos analiticamente ou numericamente.</p>	<p>Serão analisados especialmente elementos em forma de vigas submetidas à flexão simples e elementos axialmente comprimidos, com introdução de danos progressivos.</p>
<p>O módulo de elasticidade do concreto pode ser avaliado por meio de ensaios estáticos e dinâmicos. Pode-se entender que a microfissuração por compressão do concreto modifica uma característica intrínseca do material, diminuindo o seu módulo de elasticidade.</p>	<p>Ensaar vigas e corpos-de-prova cilíndricos de concreto para avaliação do módulo de elasticidade, tanto pelo método estático como pelo método dinâmico. Estabelecer correlações entre os resultados experimentais e os teóricos e entre os obtidos por métodos estáticos e dinâmicos. Observar a variação do módulo de elasticidade dinâmico em função da microfissuração, da idade e da resistência à compressão.</p>	<p>Somente uma ou duas classes de resistência do concreto serão avaliadas, tendo em vista a intenção de se ter um panorama mais amplo neste momento, para depois eventualmente detalhá-lo.</p>
<p>O LE-EESC possui vasta experiência na realização de ensaios experimentais estáticos. A realização desta pesquisa por meio de ensaios dinâmicos representa um importante avanço das atividades desenvolvidas.</p>	<p>Estabelecer metodologia experimental compatível com os sistemas de aquisição de dados, equipamentos e sensores disponíveis no Laboratório de Estruturas. Analisar o tipo adequado de excitação, formatos e dimensões dos corpos-de-prova, parâmetros dos sistemas, etc.</p>	<p>Existem vários parâmetros envolvidos na experimentação dinâmica que merecem ser analisados. Nesta pesquisa, só serão estudados aqueles que interferem de forma bastante significativa nos resultados.</p>

## 1.4. Metodologia

A metodologia adotada nessa pesquisa consistiu em:

- Revisão bibliográfica sobre temas relativos à pesquisa: análise dinâmica experimental, propriedades elásticas do concreto, rigidez equivalente, danificação e integridade estrutural;
- Realização de ensaios-piloto no LE-EESC e no LabDin<sup>1</sup>, em barras metálicas, em elementos de concreto simples e concreto armado, com diferentes dimensões e formatos, para a verificação dos sistemas de aquisição de dados, dos instrumentos e dos sensores disponíveis e para a avaliação dos procedimentos a serem adotados;
- Definição dos procedimentos experimentais e das dimensões dos modelos;
- Realização de ensaios experimentais estáticos para a determinação das propriedades do material concreto e para a comparação entre os dois métodos;
- Realização de ensaios experimentais dinâmicos de vibração livre em modelos prismáticos de concreto simples, para a determinação da frequência natural, em diferentes etapas do carregamento. Estes ensaios foram intercalados aos ensaios estáticos de compressão uniaxial, com a finalidade de provocar gradualmente um estado de danificação nos elementos;
- Realização de ensaios em vigas de concreto armado, de tamanho reduzido, submetidas a ensaios de vibração livre e de flexão simples, para analisar o comportamento dinâmico de elementos estruturais, em diferentes estágios de sollicitação e para a determinação da rigidez equivalente;
- Avaliação dos resultados e redação das conclusões.

---

<sup>1</sup> Laboratório de Dinâmica do Departamento de Engenharia Mecânica – EESC, USP.

## 1.5. Apresentação do trabalho

O conteúdo de cada capítulo desta dissertação e a ordem em que são apresentados são os seguintes:

Capítulo 1: **Introdução** – introdução ao tema, apresentação da motivação para o estudo das propriedades dinâmicas, relatados os objetivos, a justificativa, e o resumo da metodologia adotada neste trabalho.

Capítulo 2: **Propriedades do Concreto** – revisão bibliográfica a respeito das propriedades do concreto, especialmente sobre o módulo de elasticidade dinâmico.

Capítulo 3: **Propriedades Dinâmicas** – apresentação simplificada dos conceitos teóricos fundamentais da Análise Dinâmica e alguns dos parâmetros utilizados em ensaios dinâmicos experimentais.

Capítulo 4: **Ensaio Não-destrutivo** – revisão bibliográfica sobre a aplicação dos métodos não-destrutivos dinâmicos, entre eles, o ensaio da frequência de ressonância utilizado nesta pesquisa.

Capítulo 5: **Ensaio-piloto** – descrição dos ensaios-piloto, a justificativa da escolha dos modelos, das condições de contorno e dos procedimentos adequados para a utilização dos sistemas de aquisição de dados, dos instrumentos e dos sensores disponíveis.

Capítulo 6: **Programa Experimental** – descrição dos modelos físicos e procedimentos experimentais e apresentação dos resultados e particularidades dos ensaios estáticos e dinâmicos realizados. Neste capítulo também são feitas a análise e a discussão dos resultados.

Capítulo 7: **Considerações finais** – apresentação das conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

**Referências bibliográficas** – livros, artigos e normas citados neste trabalho.

**Bibliografia complementar** – artigos ou textos necessários para o desenvolvimento da dissertação, sem citação.

Apêndice A: **Máquinas, Sistemas e Instrumentos** – detalhes e características dos equipamentos utilizados.

Apêndice B: **Planilhas de cálculo** – apresentação dos cálculos realizados no programa experimental.



## PROPRIEDADES DO CONCRETO

---

### 2.1. Módulo de elasticidade

A rigidez de um material sólido pode ser avaliada com base nas suas propriedades elásticas. O módulo de elasticidade representa a relação entre a tensão aplicada e a deformação instantânea dentro de um limite de proporcionalidade. Quando se trata de concreto, este parâmetro é uma importante propriedade mecânica e imprescindível nos cálculos para a determinação das deformações e tensões de projeto, apesar do comportamento não-linear deste material.

Essa não-linearidade leva alguns autores a utilizar o termo módulo de deformação ao invés de módulo de elasticidade, pois o concreto não possui um comportamento perfeitamente elástico. Apesar do primeiro parecer mais adequado e da norma brasileira NBR 8522:1984<sup>1</sup>, que determina os procedimentos para a obtenção deste parâmetro, utilizar a expressão módulo de deformação, na maioria das pesquisas e normas técnicas, e, inclusive a norma brasileira de Projetos de Estruturas de Concreto, NBR 6118:2003, o termo módulo de elasticidade do concreto é utilizado para designar a relação entre a tensão aplicada e a deformação resultante. Portanto, esse será o termo empregado nesta pesquisa. São também encontradas outras denominações, principalmente na literatura estrangeira, tais como: “*Young’s modulus*”, módulo de deformação elástica de Young, “*Young’s modulus of elasticity*”, “*elastic modulus*”, etc.

Para o projeto estrutural, o limite de elasticidade indica a deformação máxima permitida antes do material adquirir deformação permanente e também é uma maneira de identificar o grau de restrição à deformação. Portanto, o valor do módulo também é

---

<sup>1</sup> ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). **NBR 8522:1984** – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro.

empregado nos cálculos para estimar a retração por secagem e a fluência e afastar a possibilidade de fissuração. Com o intuito de projetar estruturas mais adequadas, são realizados ensaios em corpos-de-prova para obter o módulo de elasticidade e, conseqüentemente, para estimar o comportamento e analisar a qualidade de estruturas construídas com o mesmo material.

Como o concreto é um material heterogêneo, mudanças na microestrutura, como aumento do volume de vazios ou da quantidade de microfissuras na zona de transição, podem exercer grande influência nas suas propriedades, principalmente na resistência e na deformabilidade. A zona de transição é o elo de ligação entre os dois constituintes do concreto: a matriz de argamassa e o agregado graúdo. A rigidez do material composto não reflete totalmente a rigidez de cada um dos seus constituintes, tanto que o diagrama tensão-deformação do concreto fica compreendido entre os diagramas, quase sempre lineares, do agregado e da pasta de cimento (Figura 2.1). Portanto, a curvatura do gráfico tensão-deformação do concreto, ou seja, a não-linearidade do diagrama é explicada pela existência da zona de transição e de suas microfissuras, que surgem mesmo em situações de serviço e levam à perda progressiva de rigidez.

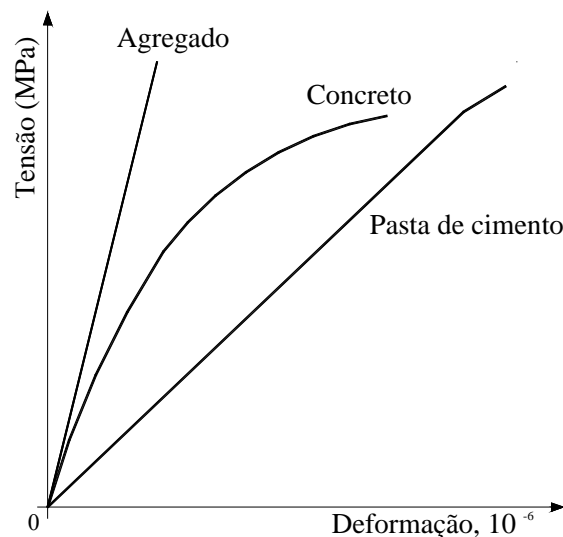


Figura 2.1 - Comportamento tensão-deformação da pasta de cimento, do agregado e do concreto.

A existência de microfissuras na zona de transição, mesmo com a estrutura descarregada, acarreta uma baixa resistência desta região. Segundo Mehta & Monteiro (1994, p.39), “a quantidade de microfissuras depende de inúmeros parâmetros, incluindo a distribuição granulométrica e tamanho do agregado, teor de cimento, relação água/cimento, grau de adensamento do concreto fresco, condições de cura, umidade



ambiente e história térmica do concreto”. Com a evolução da fissuração, ocorre uma redução da área da seção transversal que resiste ao carregamento aplicado, surgindo tensões localizadas. O concreto mostra ter um comportamento pseudoplástico, pois a deformação cresce mais do que a tensão aplicada e nem é totalmente recuperada após a retirada da carga. Deste modo, o valor do módulo de elasticidade não é constante para qualquer intervalo, diminuindo à medida que a tensão aumenta.

O diagrama tensão-deformação pode ser dividido em quatro etapas do carregamento (expressas como porcentagem da resistência final) e depende do processo de microfissuração progressiva do concreto sob carga (MEHTA & MONTEIRO, 1994), como pode ser observado na Figura 2.2.

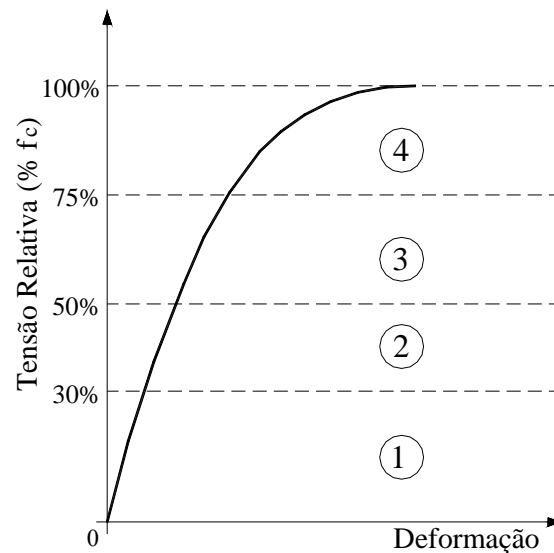


Figura 2.2 – Representação esquemática do comportamento tensão-deformação do concreto sob compressão uniaxial.

- 1ª etapa – A relação tensão-deformação é considerada elástico-linear com cargas até 30% da resistência ( $f_c$ ), pois as microfissuras existentes na zona de transição permanecem inalteradas. Essas fissuras surgem por causa das deformações entre a matriz e o agregado graúdo, provocadas pela diferença entre os seus módulos de elasticidade;
- 2ª etapa – Com o acréscimo da tensão, aumenta a quantidade e o tamanho das microfissuras, mas até 50%  $f_c$ , elas ainda permanecem estáveis na zona de transição e desprezíveis na matriz;

- 3ª etapa – De 50% a 60%  $f_c$  surgem fissuras na matriz. Até 75%  $f_c$ , o sistema de fissuras na zona de transição torna-se instável e as da matriz começam a proliferar e propagar em maior intensidade;
- 4ª etapa – Acima de 75%  $f_c$ , começa o processo de crescimento espontâneo das fissuras, sob tensão constante. A partir dessa intensidade de carregamento pode ocorrer a ruptura do material sem incremento de carga, pois o sistema de fissuras torna-se contínuo em virtude da rápida propagação e união das fissuras tanto na matriz como na zona de transição.

O comportamento frágil de elementos de concreto é evidenciado pelo surgimento da parte descendente dos diagramas tensão-deformação ( $\sigma \times \epsilon$ ) obtidos de ensaios de compressão com carregamento aplicado a uma velocidade constante, ou seja, ocorre um decréscimo da tensão e um aumento da deformação antes da ruptura (amolecimento ou “softening”).

O progresso da microfissuração na zona de transição e na matriz faz com que a resistência a carregamentos repetidos seja menor do que a carregamentos monotônicos. O módulo de elasticidade também é afetado por este efeito, pois para intensidades de tensão entre 50% e 75% da resistência final, quanto maior o número de ciclos de carregamento mais as curvas de descarregamento apresentam não-linearidade, ou seja, o material perde suas propriedades elásticas (Figura 2.3). Por outro lado, como ocorre um aumento da deformação enquanto a carga está atuando, carregamentos e descarregamentos sucessivos reduzem a fluência num corpo-de-prova durante o ensaio.

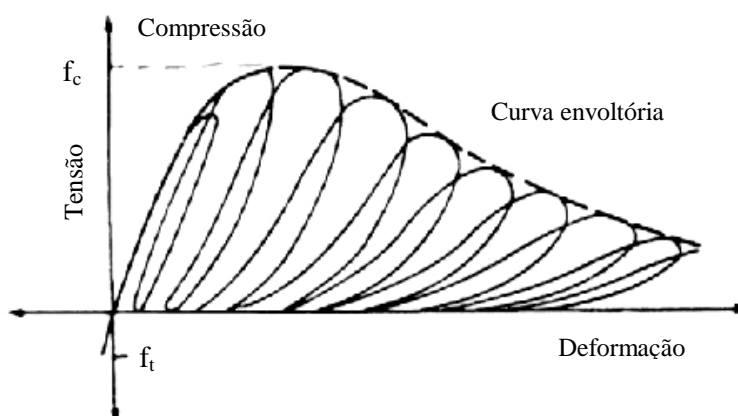


Figura 2.3 – Comportamento tensão-deformação do concreto sob carregamento cíclico de compressão.  
Fonte: Adaptada de Mehta & Monteiro (1994, fig 3.16).

O módulo de elasticidade estático ( $E_c$ ) é a declividade da curva tensão-deformação obtida quando o concreto é submetido a carregamento uniaxial de compressão ou tração, com velocidade controlada (é também conhecido como módulo de elasticidade longitudinal). De acordo com a reta utilizada na sua determinação, o módulo estático pode ser tangente ou secante (Figura 2.4).

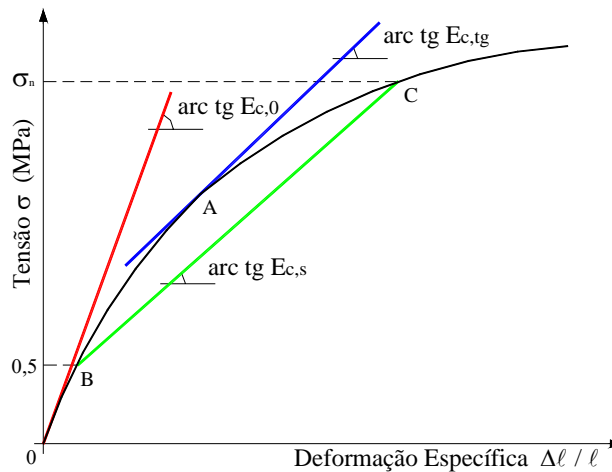


Figura 2.4 – Representação esquemática dos módulos de elasticidade: tangente ( $E_{c,tg}$ ), tangente inicial ( $E_{c,0}$ ) e secante ( $E_{c,s}$ ). Fonte: Adaptada da NBR 8522:1994 (fig 1).

- Módulo tangente ( $E_{c,tg}$ ) cujo valor numérico é a inclinação da reta tangente ao diagrama em um ponto A qualquer (Figura 2.4), que se aplica a pequenas variações da carga em relação ao ponto considerado. O módulo tangente inicial ( $E_{c,0}$ ) é dado pela inclinação da reta tangente à curva na origem. Apesar de não ser muito utilizado, seu valor é importante, pois os coeficientes de segurança que são aplicados à resistência do material, ou à intensidade de carga, fazem com que o concreto trabalhe, nas condições de serviço, com uma tensão inferior a 40% da resistência. Nessa faixa de trabalho, o módulo de elasticidade apresenta pouca variação;
- Módulo secante ( $E_{c,s}$ ) é a inclinação da reta secante ao diagrama definida da origem (ou de um valor mínimo) ao ponto que equivale à tensão considerada. Existem diferentes valores limites para o cálculo do módulo secante e não há uma padronização dos métodos experimentais para a sua determinação. Os valores mínimos e máximos estabelecidos pela norma britânica BS 1881: parte 121:1983<sup>2</sup> são, respectivamente, o ponto equivalente a tensão de 0,5 MPa e o

<sup>2</sup> Informação obtida em Neville (1997).

correspondente a 33% da resistência final. A norma americana ASTM C-469:1994<sup>3</sup> estabelece uma deformação mínima igual a  $50 \times 10^{-6}$  e uma tensão máxima que equivale a 40% da resistência. A expressão fornecida pela norma brasileira NBR 8522:1984 para a determinação do valor numérico do módulo é:

$$E_{c,s} = \frac{\sigma_n - \sigma_{inf}}{\varepsilon_n - \varepsilon_0} \quad (\text{Equação 2.1})$$

na qual:

- $\sigma_n$  é a tensão considerada para o cálculo do módulo secante;
- $\sigma_{inf} = 0,5 \text{ MPa}$ ;
- $\varepsilon_n$  é a deformação específica correspondente à tensão  $\sigma_n$ ;
- $\varepsilon_0$  é a deformação específica correspondente à tensão  $\sigma_{inf}$ ;

A norma brasileira não estabelece claramente um valor limite máximo para a determinação do módulo secante. Podem ser consideradas tensões entre 10% e 80% da resistência final ( $f_c$ ). Nesta pesquisa, foram utilizados  $\sigma_n = 30\% f_c$  e  $\sigma_n = 40\% f_c$ .

Alguns autores e normas utilizam o termo módulo corda, que é o obtido pela declividade da reta traçada entre dois pontos do diagrama, enquanto consideram o módulo secante como aquele obtido pelo segmento de reta que parte da origem à tensão considerada. O emprego do primeiro evita a utilização de pontos do trecho inicial do diagrama, que pode apresentar uma certa concavidade para cima, decorrente do fechamento de pequenas fissuras pré-existentes.

A norma brasileira NBR 8522:1984 prescreve as recomendações para o ensaio de corpos-de-prova para a determinação do módulo de elasticidade longitudinal – tangente, tangente inicial e secante – de acordo com três planos de carga distintos, além de indicar a aplicação de cada um deles. A norma americana ASTM C469:1994, além dos procedimentos para obtenção do módulo corda, também menciona os métodos para obtenção do coeficiente de Poisson. Ambas tratam de ensaios de compressão uniaxial com taxa constante de carregamento estático em amostras cilíndricas de concreto. Outros valores para os limites das retas secante e corda podem ser encontrados em normas estrangeiras ou em outras publicações. A norma brasileira NBR 6118:2003 indica qual módulo deve ser empregado em diferentes etapas do projeto estrutural:

---

<sup>3</sup> AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (1994). **C469-94**: Standard test method for static modulus of elasticity and Poisson's ratio of concrete in compression. Philadelphia.

- Módulo secante – para análises elásticas: determinação de esforços solicitantes e verificação dos estados limites de serviço; para avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal;
- Módulo tangente inicial – para avaliação do comportamento global da estrutura e cálculo das perdas de protensão.

O módulo de elasticidade estático também pode ser determinado por meio de ensaio em uma viga carregada no meio do vão, simplesmente apoiada nas extremidades. Apesar da realização de um procedimento experimental completamente diferente, o módulo na tração (ensaio à flexão) possui aproximadamente o mesmo valor do módulo obtido no ensaio à compressão de amostras cilíndricas (NEVILLE, 1982). No entanto, o diagrama tensão-deformação do ensaio de tração direta começa a apresentar não-linearidade com valores de tensão relativa menores do que o ensaio de compressão. O módulo de elasticidade à flexão ( $E_{c,f}$ ), que pode ser empregado para projetos e análises de pavimentos, é dado pela seguinte expressão:

$$E_{c,f} = \frac{F \cdot \ell^3}{48 \cdot I \cdot a} \quad (\text{Equação 2.2})$$

onde:

- $a$  é a flecha no meio do vão em virtude da força  $F$ ;
- $\ell$  é o comprimento do vão;
- $I$  é o momento de inércia.

O valor médio da resistência à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ) pode ser utilizado para estimar o valor aproximado do módulo de elasticidade tangente na origem por meio de expressões empíricas, pois ambas propriedades são afetadas pela porosidade e pela resistência das fases constituintes, entre outros fatores. Como o valor médio da resistência ( $f_{cm}$ ) não é conhecido na fase de projeto, pode-se empregar nas equações o valor da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ). Assim faz a NBR 6118:2003 (p.20), enfatizando que esse procedimento deve ser adotado “quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias”. Essa norma indica também que o valor do módulo secante ( $E_{c,s}$ ) tem valor igual a 85% do módulo tangente inicial ( $E_{c,0}$ ), sendo que essa redução tem como finalidade considerar as deformações plásticas iniciais. As expressões apresentadas pela NBR 6118:2003 (eq. 2.3 e 2.4) podem ser aplicadas para estimar  $E_c$  durante a fase de projeto da estrutura:

$$E_{c,0} = 5600\sqrt{f_{ck}}, \text{ com } E_{c,0} \text{ e } f_{ck} \text{ dados em MPa} \quad (\text{Equação 2.3})$$

$$E_{c,s} = 0,85 \cdot E_{c,0} \quad (\text{Equação 2.4})$$

Outras normas também apresentam expressões que relacionam o módulo de elasticidade e a resistência à compressão do concreto. Estas relações foram desenvolvidas para concretos com agregados a base de quartzo, portanto, ao se utilizar outros tipos de agregado, é necessária a correção do valor do módulo por um fator multiplicador  $\alpha$ , cujos valores são apresentados na Tabela 2.1. O ACI Building Code 318 (1992)<sup>4</sup> estabelece que, para concreto com massa específica entre 1442 e 2483 kg/m<sup>3</sup> e com resistência até 41 MPa, o módulo pode ser determinado por:

$$E_c = w_c^{1,5} \cdot 0,0428 f_c'^{1/2} \quad (\text{Equação 2.5})$$

sendo:

- $E_c$  é o módulo de elasticidade, dado em MPa;
- $w_c$  é a massa específica, dada em kg/m<sup>3</sup>;
- $f_c'$  é a resistência à compressão aos 28 dias, dada em MPa.

Segundo o CEB-Fip Model Code<sup>5</sup>, para concreto de peso normal e com resistência até 80 MPa, o módulo de elasticidade pode ser obtido pela seguinte expressão:

$$E_{c,0} = \alpha \cdot (2,15 \times 10^4) \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (\text{Equação 2.6})$$

sendo:

- $E_{c,0}$  é o módulo de elasticidade tangente inicial, aos 28 dias, dado em MPa;
- $f_{cm}$  é a resistência média à compressão aos 28 dias, dada em MPa;
- $\alpha$  é o fator de correção em função do tipo de agregado graúdo (Tabela 2.1).

Tabela 2.1 – Índices de correção do módulo de elasticidade em função da natureza do agregado.

Natureza do agregado graúdo	$\alpha$
Basalto, diabásio e calcário sedimentar denso	1,1 a 1,2
Granito e gnaisse	1,0
Calcário metamórfico e metasedimento	0,9
Arenito	0,7

<sup>4</sup> AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1992). Building Code Requirements for Reinforced Concrete: reported by ACI Committee 318. In: *ACI Manual of Concrete Practice*, part 3. Detroit.

<sup>5</sup> COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne: Thomas Telford (Boletim 213/214).

Os valores obtidos com tais expressões devem servir apenas como estimativa, pois as propriedades da zona de transição, o estado de umidade durante o ensaio e o tempo de cura do corpo-de-prova não exercem a mesma influência na resistência à compressão e no módulo de elasticidade. Pode-se afirmar que o módulo aumenta com o aumento da resistência, mas não na mesma proporção. Em idades maiores, para o mesmo concreto, o módulo cresce mais rapidamente do que a resistência (por causa da zona de transição mais densa, atingida com um maior tempo de cura) e o seu valor em corpos-de-prova secos é menor se comparado ao de corpos-de-prova úmidos, pois durante a secagem ocorre um aumento da microfissuração na zona de transição, alterando o comportamento do diagrama tensão-deformação. Segundo Neville (1982), geralmente ocorre o contrário com os módulos dinâmicos.

Além destes, pode-se citar alguns fatores que também influenciam o valor do módulo de elasticidade do concreto, tais como: as propriedades dos materiais constituintes (porosidade, dimensão máxima, forma, textura superficial, granulometria, composição mineralógica, módulo de elasticidade do agregado, etc.); a dosagem da mistura e o fator água/cimento; a porosidade da matriz; os espaços vazios e as microfissuras da zona de transição; os parâmetros de ensaio, como condições de umidade do corpo-de-prova e taxa de aplicação da carga. Destaca-se entre estes fatores a quantidade de agregado graúdo na mistura, pois sendo o módulo de elasticidade do agregado (de peso normal) maior do que o da matriz, quanto maior o teor de agregado, maior o módulo de elasticidade do concreto, para uma mesma resistência.

A velocidade de aplicação da carga afeta a magnitude das deformações, a taxa de propagação das fissuras e a curvatura do diagrama, podendo alterar inclusive o grau da não-linearidade. Se imposta uma carga instantânea ou um carregamento com alta velocidade de aplicação, menores serão as deformações, maiores os valores do módulo de elasticidade e da resistência à compressão. O gráfico tensão-deformação resultante pode ser relacionado ao comportamento de um material elástico, enquanto que carregamentos mais lentos induzem um comportamento elasto-plástico.

Na utilização do módulo secante obtido de dados experimentais, é necessária a indicação dos pontos de tensão utilizados na sua determinação, pois quanto maior o valor da tensão superior ( $\sigma_n$ ) num mesmo corpo-de-prova, menor o módulo de elasticidade secante ( $E_{c,s}$ ), conforme apresentado na Figura 2.5. Para concretos de diferentes resistências (Figura 2.6), o  $E_{c,s}$  é tanto maior quanto maior a resistência do concreto, pois sob uma mesma tensão, as deformações do concreto mais resistente são

menores, e conseqüentemente maior a inclinação do diagrama em relação ao eixo das deformações. Os concretos de alta resistência apresentam maior módulo de elasticidade e ruptura frágil, enquanto os de menor resistência possuem maior acomodação plástica e maiores deformações antes da ruptura.

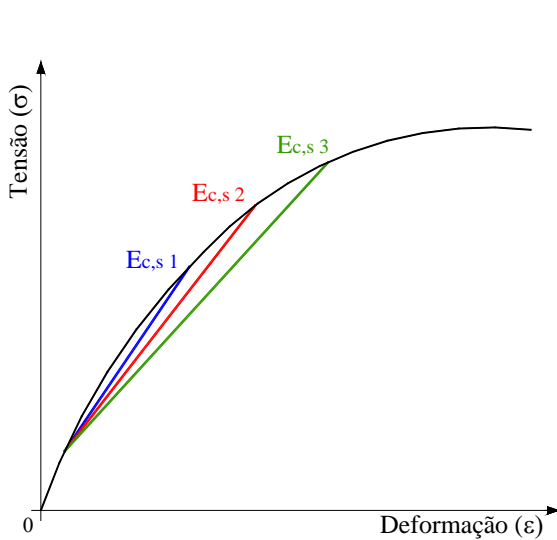


Figura 2.5 – Diferentes valores do módulo de elasticidade secante para um mesmo concreto.

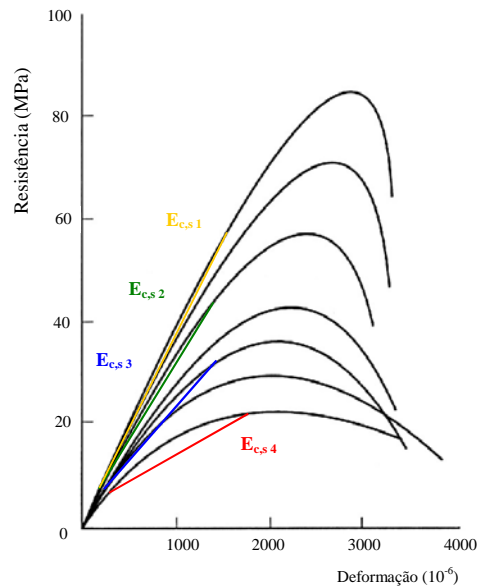


Figura 2.6 – Exemplos de relação entre tensão e deformação de corpos-de-prova cilíndricos de concretos de diferentes resistências. Fonte: Adaptada de Neville (1982, fig 9.4).

### 2.1.1. Módulo de Elasticidade Dinâmico

Como a curva tensão-deformação do concreto apresenta um comportamento não-linear, existe certa dificuldade para a determinação exata de um único valor do módulo de elasticidade estático (GARAYGORDÓBIL, 2003), portanto a utilização de métodos experimentais dinâmicos não-destrutivos, que aplicam carregamentos dinâmicos e não interferem diretamente na amostra, fornece o valor do módulo de elasticidade do material de forma mais precisa. Além disso, para a análise de deformações e tensões das estruturas carregadas dinamicamente, ou daquelas sujeitas a terremotos ou cargas de impacto, é mais adequado o uso do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ).

O  $E_{c,d}$  pode fornecer informações a respeito da deformabilidade do concreto, da rigidez de um elemento estrutural e de suas ligações com outros elementos e da integridade da estrutura, inclusive daquelas que estão submetidas a ações estáticas usuais. A qualidade e a repetibilidade, apresentadas nos resultados dos ensaios



experimentais dinâmicos, fazem com que o módulo dinâmico seja um parâmetro global, obtido de maneira integrada e com um alto grau de confiabilidade. Por ser uma propriedade que pode ser obtida num mesmo corpo-de-prova, ao longo de um determinado período, o módulo dinâmico é empregado em ensaios que avaliam as alterações do concreto submetido a ataque químico ou a ciclos de congelamento e descongelamento.

O módulo de elasticidade dinâmico está relacionado, quase totalmente, ao comportamento elástico do concreto, já que durante a vibração são aplicadas tensões muito baixas (NEVILLE, 1982), apresentando deformações instantâneas muito pequenas. Dessa forma, o  $E_{c,d}$  possui valor próximo ao módulo tangente inicial estático ( $E_{c,0}$ ) e, conseqüentemente, maior que o módulo secante estático ( $E_{c,s}$ ). Segundo Mehta & Monteiro (1994, p.86), o  $E_{c,d}$  “é geralmente 20, 30 e 40 por cento maior do que o módulo estático de deformação para concretos de alta, média e baixa resistências, respectivamente”. Essa diferença também depende dos cuidados tomados durante a realização dos ensaios e do emprego de fatores de correção nas equações para o cálculo do módulo dinâmico.

Há alguns anos, vários pesquisadores procuram estabelecer a relação entre o módulo dinâmico e o estático. Esta relação não é facilmente determinada pela análise do comportamento físico, pois a heterogeneidade do concreto influencia os dois módulos de forma diferente. Malhotra (1986) cita alguns destes trabalhos: Powers<sup>6</sup> (1938), Stanton<sup>7</sup> (1944), Witte & Price<sup>8</sup> (1944), Philleo<sup>9</sup> (1955), Sharma & Gupta<sup>10</sup> (1960), Whitehurst<sup>11</sup> (1966) e Klieger<sup>12</sup> (1957).

Algumas relações empíricas que relacionam o módulo estático ( $E_c$ ) e o dinâmico ( $E_{c,d}$ ) são apresentadas a seguir, mas não há indicação de qual módulo estático é empregado, além de serem limitadas a intervalos específicos.

---

<sup>6</sup> POWERS, T.C. (1938). Measuring Young's modulus of elasticity by means of sonic vibrations. *Proceedings*, ASTM, v.38, part II, p.460-467.

<sup>7</sup> STANTON, T.E. (1944). Tests comparing the modulus of elasticity of Portland cement concrete as determined by the dynamic (sonic) and compression (secant at 1000psi) methods. *ASTM Bulletin n° 131*, p.17-20.

<sup>8</sup> WITTE, L.P.; PRICE, W.H. (1944). Discussão do artigo de STANTON (1944), p.20-22.

<sup>9</sup> PHILLEO, R.E. (1955). Comparison of results of three methods for determining Young's modulus of elasticity of concrete. *ACI Journal, Proceedings*, v.51, n° 5, p.461-469.

<sup>10</sup> SHARMA, M.R.; GUPTA, B.L. (1960). Sonic modulus as related to strength and static modulus of high strength concrete. *The Indian Concrete Journal*, Bombay, v.34, n° 4, p.139-141.

<sup>11</sup> WHITEHURST, E.A. (1966). *Evaluation of concrete properties from sonic tests*. ACI Monograph, n° 2, American Concrete Institute/Iowa State University Press, Detroit, p.94.

<sup>12</sup> KLIEGER, P. (1957). Long-time study of cement performance in concrete. Chapter 10 – Progress report on strength and elastic properties of concrete. *ACI Journal, Proceedings*, v.54, n° 6, p.481-504.

➤ Código Britânico de Prática de Uso Estrutural do Concreto CP 110:1972:

- para concretos com teor de cimento menor que 500 kg/m<sup>3</sup> ou para concretos com agregados de peso normal:

$$E_c = 1,25E_{c,d} - 19 \text{ (em GPa)} \quad \text{(Equação 2.7)}$$

- para concretos com teor de cimento maior que 500 kg/m<sup>3</sup> ou para concretos com agregados leves:

$$E_c = 1,04E_{c,d} - 4,1 \text{ (em GPa)} \quad \text{(Equação 2.8)}$$

➤ Lyndon e Balandran<sup>13</sup> (1986 apud NEVILLE, 1997):

$$E_c = 0,83E_{c,d} \quad \text{(Equação 2.9)}$$

➤ Popovics<sup>14</sup> (1975 apud NEVILLE, 1997):

$$E_c = \kappa \cdot E_{c,d}^{1,4} \cdot \rho^{-1} \quad \text{(Equação 2.10)}$$

na qual,  $\rho$  é a massa específica do concreto e  $\kappa$  é uma constante que depende das unidades de medida.

Outros pesquisadores tentaram estabelecer uma correlação entre o módulo dinâmico e a resistência do concreto, porém ainda não existe uma relação generalizada, e sim, expressões que dependem do tipo de concreto empregado. Dessa forma, a estimativa da resistência em função do valor do módulo dinâmico precisa ser baseada em resultados experimentais (MALHOTRA, 1986). A relação entre o módulo dinâmico ( $E_{c,d}$ ) e a resistência à compressão ( $f_{cub}$ ) estabelecida pelo Código Britânico CP 110:1972 é dada por:

$$E_{c,d} = 7,6f_{cub}^{0,33} + 14 \text{ (} E_{c,d} \text{ dado em GPa e } f_{cub} \text{ em MPa)} \quad \text{(Equação 2.11)}$$

Alguns dos fatores que influenciam o valor do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ) e/ou a relação entre este e o módulo estático ( $E_c$ ), ou que podem interferir na obtenção da frequência de ressonância, utilizada para calcular o  $E_{c,d}$ , são os seguintes:

- Idade – Neville (1982) mostra que para um mesmo concreto a relação entre os módulos (estático e dinâmico) aumenta com a idade, ou seja, mais se aproxima de um valor final (0,8 na Figura 2.7). Nesse caso, foram analisadas amostras

<sup>13</sup> LYDON, F.D.; BALADRAN, R.V. (1986). Some observations on elastic properties of plain concrete. *Cement and Concrete Research*, 16, n° 3, p.314-324.

<sup>14</sup> POPOVICS, S. (1975). Verification of relationships between mechanical properties of concrete-like materials. *Materials and Structures*, 8, n° 45, p.183-191.

com idades até 12 meses. Han & Kim (2004) não verificaram grande influência da idade na relação entre os módulos, porém todas as amostras foram ensaiadas até os 28 dias de idade;

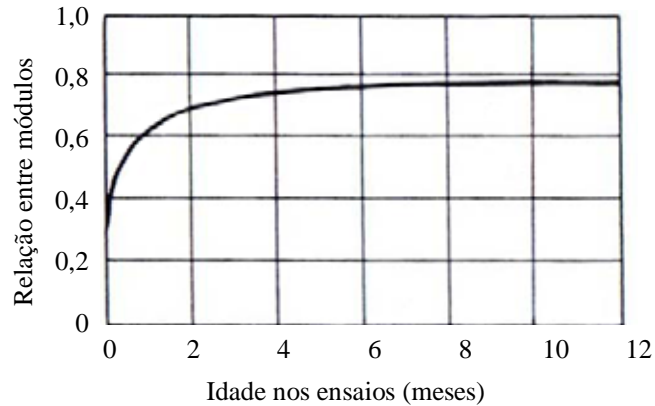


Figura 2.7 – Relação entre os módulos estático e dinâmico do concreto em idades diferentes.  
Fonte: Neville (1982, fig 6.8).

- Resistência – O módulo dinâmico aumenta com o aumento da resistência e quanto maior o  $E_{c,d}$ , menor a diferença entre  $E_{c,d}$  e  $E_c$ , pois há um aumento da linearidade do diagrama tensão-deformação, na faixa abaixo de 40% da tensão última (HAN & KIM, 2004). Kesler & Higuchi<sup>15</sup> (1953 apud MALHOTRA, 1986) também confirmaram o aumento de  $E_{c,d}$  com o aumento da resistência, desde que mantidas as mesmas condições de cura. Em concretos diferentes, a relação entre os módulos é tanto maior quanto maior a resistência do concreto (NEVILLE, 1982), como pode ser visto na Figura 2.8 e na Figura 2.9;

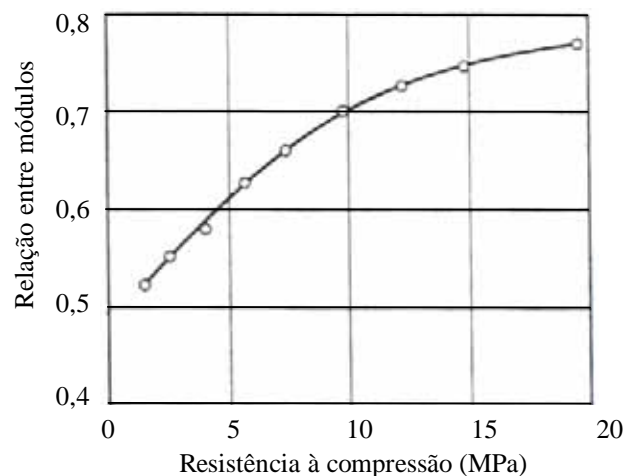


Figura 2.8 – Relação entre os módulos estático e dinâmico de concretos com diferentes resistências.  
Fonte: Neville (1982, fig 6.7).

<sup>15</sup> KESLER, C.E.; HIGUCHI, Y. (1953). Determination of compressive strength of concrete by using its sonic properties. *Proceedings*, ASTM, v.53, p.1044-1051.

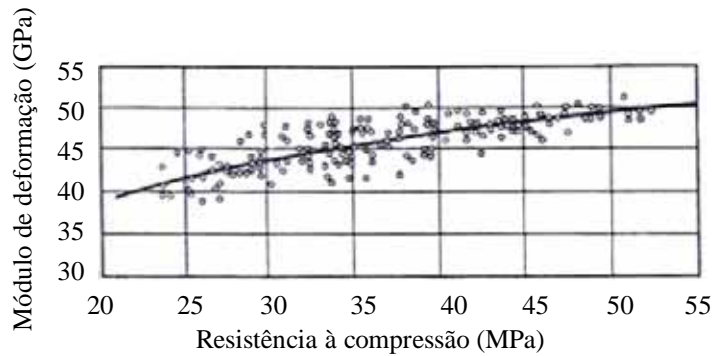


Figura 2.9 – Relação entre o módulo dinâmico e a respectiva resistência à compressão.  
Fonte: Neville (1982, fig 6.9).

- Temperatura de cura – Com o aumento da temperatura, o valor de  $E_c$  se aproxima do valor de  $E_{c,d}$  (HAN & KIM, 2004);
- Proporções da mistura e propriedades dos agregados – O módulo dos materiais constituintes afeta a deformabilidade do concreto sob ações dinâmicas. De acordo com Jones<sup>16</sup>. (1962 apud MALHOTRA, 1986), o módulo dinâmico aumenta com uma maior quantidade de agregado para um mesmo fator água/cimento, enquanto que o aumento da quantidade de água na mistura ou o teor de ar incorporado reduz o módulo dinâmico. Como também acontece com o módulo de elasticidade estático, a porosidade afeta a matriz e a zona de transição do concreto, reduzindo a sua capacidade de restringir as deformações;
- Tamanho do corpo-de-prova – Obert & Duvall<sup>17</sup>. (1941 apud MALHOTRA, 1986) apresentaram diferentes resultados de módulo dinâmico para corpos-de-prova de tamanhos bastante variados, moldados com o mesmo concreto e ensaiadas pelo método da ressonância à flexão. Quanto maior a amostra, menor a frequência de ressonância;
- Condições de cura – Obert & Duvall<sup>17</sup>. (1941 apud MALHOTRA, 1986) mostraram que a mudança no módulo com a secagem é muito pequena depois de três ou quatro dias de secagem ao ar. Segundo Kesler & Higuchi<sup>15</sup> (1953 apud MALHOTRA, 1986), quando o concreto é mantido úmido, o módulo aumenta com a idade e se o concreto é exposto à secagem, o módulo reduz com a idade. Uma recomendação geral é que seja feita cura submersa e que a amostra esteja saturada no ensaio para a obtenção de resultados satisfatórios.

<sup>16</sup> JONES, R. (1962). *Non-destructive testing of concrete*. Cambridge University Press, London, p.104.

<sup>17</sup> OBERT, L.; DUVAL, W.I. (1941). Discussion of dynamic methods of testing concrete with suggestions for standardization. *Proceedings*, ASTM, v.41, p.1053-1070.

Han & Kim (2004) obtiveram resultados experimentais a respeito dos efeitos do tipo de cimento, temperatura de cura, idade e fator água/cimento nas relações entre os módulos de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ) e estático ( $E_c$ ) do concreto, e ainda, entre o módulo dinâmico e a resistência à compressão. Os autores observaram que o tipo de cimento não causa influência na relação  $E_{c,d} / E_c$ , assim como a idade, sendo somente a temperatura de cura um fator relevante. Foi utilizado o método não-destrutivo de impacto (“*Impact-echo Method*”), baseado na velocidade da onda, para medir a frequência de ressonância das amostras e determinar o módulo dinâmico em corpos-de-prova cilíndricos de 10 cm x 20 cm. Para a realização desse ensaio foi utilizada uma esfera de aço com 8 mm de diâmetro como fonte de impacto e um acelerômetro para medir a resposta (Figura 2.10). Para a obtenção do módulo estático, foram realizados os ensaios usuais de compressão uniaxial. Quando o módulo estático corda inicial (definido, pelos autores, como a declividade da reta traçada entre os pontos de deformação equivalente a  $10 \times 10^{-6}$  e  $50 \times 10^{-6}$ ) foi utilizado, foi possível perceber que a relação entre este e o  $E_{c,d}$  é ainda mais próxima da unidade. Os autores concluíram que existe a necessidade de outras pesquisas experimentais para avaliar a influência da idade na relação entre os módulos, pois os resultados obtidos por eles encontravam-se em diferentes faixas para diferentes idades, não podendo compará-los entre si.

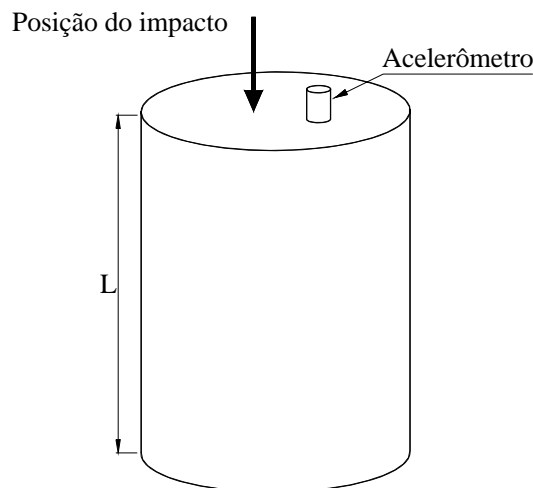


Figura 2.10 – Representação esquemática do ensaio de impacto (HAN & KIM, 2004).

Eles obtiveram experimentalmente a equação (2.12), que relaciona o módulo estático ao módulo dinâmico (em GPa):

$$E_c = E_{c,d} \cdot (1 - a \cdot e^{-b \cdot E_{c,d}}) \quad (\text{Equação 2.12})$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes obtidas do ajuste da curva experimental e dependem dos parâmetros estudados (fator água/cimento, tipo de cimento e temperatura de cura), assim como, a relação estabelecida entre o módulo dinâmico e a resistência à compressão. O valor do módulo dinâmico foi encontrado relacionando a frequência de ressonância do primeiro modo longitudinal ( $f_1$ ), o comprimento do cilindro ( $\ell$ ) e a massa específica do concreto ( $\rho_c$ ), conforme a Equação 2.13:

$$E_{c,d} = 4 \cdot \rho_c \cdot \ell^2 \cdot (f_1)^2 \quad (\text{Equação 2.13})$$

## 2.2. Coeficiente de Poisson - estático e dinâmico

O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é, “para um material sujeito à carga axial simples, a razão entre a deformação lateral e a deformação axial *dentro do intervalo elástico*” (MEHTA & MONTEIRO, 1994, p.89) e representa uma outra propriedade da deformabilidade do concreto. Geralmente, o coeficiente de Poisson para carregamento de compressão é bastante similar ao de tração, mas seu valor varia com a resistência à compressão do concreto, sendo menor para concreto de alta resistência e maior para concreto saturado e concreto carregado dinamicamente. Contudo, não se pode afirmar que o coeficiente de Poisson varia com a idade do concreto, a relação água/cimento, o tempo de cura ou a granulometria do agregado.

A expressão para o cálculo do coeficiente de Poisson utiliza o valor do módulo de elasticidade ( $E_c$ ) e do módulo de elasticidade transversal ( $G_c$ ) e o seu valor varia entre 0,15 e 0,22 para concreto normal. Segundo Neville (1982, p. 352), “as determinações dinâmicas resultam em valores mais altos, com uma média de, aproximadamente 0,24”. Conhecidos o  $E_{c,d}$  (determinado utilizando o método da frequência de ressonância de vibração longitudinal ou transversal) e o  $G_{c,d}$  (determinado pela frequência de ressonância de vibração à torção), obtém-se então o coeficiente dinâmico de Poisson. A expressão que define o coeficiente de Poisson é dada por:

$$\nu = \frac{E}{2 \cdot G} - 1 \quad (\text{Equação 2.14})$$

Ainda não existe normalização brasileira pra a determinação experimental do coeficiente de Poisson. A norma americana ASTM C-469:1994 estabelece critérios para este ensaio. Existe uma indicação de valores a serem utilizados durante a fase de projeto, feita pela NBR 6118:2003 (item 8.2.9): “para tensões de compressão menores

que  $0,5 f_c$  e tensões de tração menores que  $f_{ct}$ , o coeficiente de Poisson  $\nu$  pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal  $G_c$  igual a  $0,40 E_{c,s}$ ”.

### 2.3. Propriedades de elementos de concreto – Rigidez à flexão

Segundo Penner & Fusco (1997), o conhecimento da rigidez equivalente dos elementos de concreto armado, que compõem uma estrutura, possui grande importância para a verificação da sua estabilidade e para o cálculo das deformações. O produto de rigidez à flexão (EI) sofre alterações à medida que é aumentado o carregamento sobre o elemento, pois surgem fissuras reduzindo sua seção transversal e o material pode vir a trabalhar fora da fase elástica. Dessa forma, é necessário o estudo das propriedades mecânicas do material (módulo de elasticidade do concreto), das características geométricas da seção transversal (momento de inércia, por exemplo) e da rigidez do elemento, que além dos dois itens anteriores também sofre a influência das condições de contorno, da aderência entre o concreto e o aço e da taxa de armadura.

É importante ressaltar que a avaliação da rigidez da estrutura é tão necessária quanto o estudo das propriedades mecânicas do concreto, pois o módulo de elasticidade não pode ser tratado de forma isolada, e sim, associado a uma característica geométrica do elemento. No estudo das estruturas ou dos seus elementos de concreto armado, a fissuração exerce maior influência nas relações entre tensão e deformação do que no caso do concreto simples. O concreto já possui microfissuras na zona de transição, antes mesmo do início da aplicação do carregamento. Este panorama de microfissuração do material causa uma modificação na sua estrutura interna, aumentando a deformabilidade e influenciando o valor do módulo de elasticidade. A macrofissuração, em elementos de concreto armado, está relacionada à resistência à tração e afeta, principalmente, as características geométricas da seção.

Enquanto a determinação estática do módulo de elasticidade do material já é bastante difundida e utilizada, a avaliação da rigidez do elemento, que é altamente influenciada pela fissuração e depende de vários parâmetros, ainda pode suscitar incertezas. A avaliação dos esforços e deformações, nas estruturas submetidas à flexão, deve ser preferencialmente realizada por meio das relações momento-curvatura (que indica diretamente a rigidez EI), ao invés do módulo de elasticidade.

Em um elemento de concreto armado submetido a carregamento progressivo de flexão, após a tensão atuante ultrapassar a resistência à tração do concreto, ocorre uma queda brusca da rigidez, surgindo a primeira fissura. A partir deste ponto, manifesta-se uma perda progressiva da rigidez, decorrente do surgimento crescente de novas fissuras com o avanço do carregamento. Quando a carga aplicada excede o limite elástico, ocorre a não-linearidade dos diagramas força-deslocamento e tensão-deformação. Para cada estágio do carregamento, podem ser definidos diferentes estados de microfissuração e a rigidez equivalente para cada um deles. A fissuração pode ser detectada pelos ensaios dinâmicos, pois ocorre um decréscimo no valor da frequência natural e um aumento no fator de amortecimento do sistema.

Normalmente, nos projetos de dimensionamento de elementos de concreto armado, é adotada a hipótese de que a resistência à tração do concreto pode ser desprezada e as tensões atuantes são totalmente resistidas pelas armaduras. Porém, durante certas etapas da aplicação do carregamento, existem trechos não-fissurados que ainda estão no Estádio I, ou seja, são regiões íntegras entre as fissuras que resistem à tração e contribuem para a rigidez da peça (Figura 2.11). Por isso, a utilização da rigidez equivalente, que considera a existência de seções não-fissuradas além daquelas fissuradas, reflete um estado de fissuração mais próximo do real. O valor da rigidez equivalente é obtido pela multiplicação do valor da rigidez da peça no seu estado íntegro por um fator de redução, que considera a fissuração e a não-linearidade do material. A taxa de armadura pode alterar a rigidez, pois influencia na distribuição das fissuras ao longo da peça, provocando uma melhor transferência das tensões de tração do concreto para o aço (ALVIM, 1997). Variações na taxa de armadura também podem provocar alterações no fator de amortecimento da estrutura.

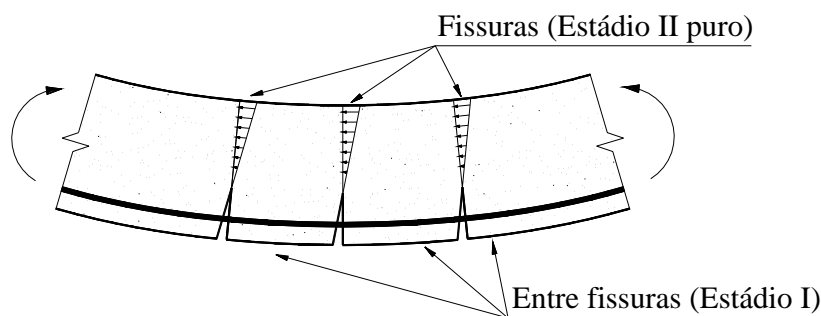


Figura 2.11 – Representação esquemática do comportamento de uma viga de concreto armado submetida à flexão simples – Estádios I e II.



Algumas pesquisas realizadas a respeito da evolução da perda de rigidez de elementos de concreto armado (vigas ou pilares) utilizaram ensaios dinâmicos não-destrutivos de vibrações livres intercalados com ensaios quase estáticos de flexão simples ou normal composta, na obtenção dos resultados experimentais. Os ensaios estáticos serviram para provocar um estado de fissuração no elemento de concreto por meio de ciclos de carregamento crescentes a cada etapa. Após completo descarregamento, os ensaios dinâmicos de vibrações livres eram realizados por meio de impactos com martelo comum ou de borracha, com o objetivo de calcular as propriedades dinâmicas: frequências naturais, fator de amortecimento e modos de vibração. Com o valor da frequência natural do primeiro modo de vibração, pode ser determinada a rigidez equivalente para cada etapa do ensaio, ou seja, para os diversos estágios de fissuração. Com isso, constatou-se que os ensaios de vibrações livres fornecem uma boa estimativa do progresso da fissuração e da perda de rigidez, mas ainda existem poucas informações sobre como obter os parâmetros referentes à identificação da proximidade da ruptura, ou até mesmo, sobre o comportamento de elementos de concreto submetidos a um carregamento mantido.

No Brasil, umas dessas pesquisas foi realizada por Penner & Fusco (1997) para avaliar a rigidez equivalente de pilares de concreto armado no intuito de verificar a estabilidade de pórticos. A redução do valor da frequência natural foi observada por meio de ensaios em um pilar em balanço (15 cm x 15 cm x 150 cm) e detectada a influência significativa da fissuração e da plastificação do concreto na redução da rigidez, verificada por meio dos espectros de frequência obtidos com as medidas dos extensômetros e dos diagramas momento fletor x força normal x curvatura, para as diferentes intensidades de solicitação. Obteve-se um fator de redução do produto de rigidez  $EI$  que simula a fissuração e a não-linearidade física do concreto.

Alvim (1997) e Belo & Penner (2002) investigaram a rigidez equivalente de vigas de concreto armado e sua influência no projeto de sistemas estruturais. O objetivo destes trabalhos foi avaliar a perda de rigidez de uma viga em balanço (de seção transversal quadrada com 10 cm de lado e comprimentos 1,60 m e 1,10 m, respectivamente), em função do grau de fissuração e também obter um coeficiente de redução da rigidez, que considerasse a não-linearidade do material. Foram analisados os resultados dos espectros de frequência dos ensaios de vibração livre e as amplitudes de deformação específica obtidas com extensômetros elétricos de resistência e com transdutores de deslocamento. Belo & Penner (2002) também utilizaram acelerômetro

para as medições. Alvim (1997) observou que quando o número de fissuras na peça é estabilizado, os valores de rigidez e de frequência são constantes e que ainda precisa ser estudada a influência do efeito de escala na fissuração e da variação da taxa de armadura.

Garaygordóbil (2003) demonstrou a vantagem de utilizar ensaios dinâmicos na avaliação da integridade dos elementos estruturais (vigas e lajes de concreto armado, alvenaria estrutural, entre outros), empregando métodos experimentais simples e simulação numérica. As respostas obtidas com estes métodos permitiram a identificação das características da estrutura, tais como: condições de contorno, nível de danificação, propriedades geométricas e intensidade de carregamento. Alguns dos objetivos da pesquisa englobaram: um estudo paramétrico para caracterizar a influência de aspectos geométricos e mecânicos (massa, taxa de armadura, condições de apoio, módulo de elasticidade, danificação, rigidez, entre outros) no comportamento dinâmico da estrutura; estudar a influência de diferentes tipos de danificação (mecânica ou química) na resposta dinâmica de elementos de concreto armado, incluindo a redução da rigidez de vigas provocada pela fissuração; correlacionar a intensidade de carregamento com as propriedades dinâmicas medidas; calibrar um modelo numérico para simular a variação das propriedades dinâmicas dos elementos submetidos a diferentes condições de carregamento e de danificação; aplicar os métodos propostos de ensaio dinâmico em estruturas reais. Do estudo paramétrico, foi observada uma nítida dependência entre a variação das propriedades do elemento estrutural e sua resposta dinâmica. Ocorreu uma redução no valor da frequência natural das vigas em torno de 40%, provocada pela redução da rigidez à flexão (causada pela fissuração). A utilização da condição de contorno livre-livre (viga suspensa) foi ideal para a aquisição dos sinais, com redução significativa do ruído.

Nóbrega (2004) analisou o comportamento de estruturas pré-moldadas, por meio de ensaios estáticos e dinâmicos, para avaliar a rigidez das ligações semi-rígidas e a sua influência nas propriedades modais do sistema. Nessa pesquisa, foram ensaiados pórticos de concreto armado, em escala reduzida – com e sem danificação –, entre outros objetivos, para a determinação da rigidez equivalente. Os resultados experimentais foram comparados aos obtidos em simulação numérica com programas baseados no Método dos Elementos Finitos, com modelos fundamentados na Teoria da Elasticidade e na Mecânica do Dano. Os pórticos eram compostos de vigas (8 cm x 18 cm x 150 cm) e pilares (8 cm x 18 cm x 75 cm), com bases metálicas soldadas nas

armaduras dos pilares. Nos ensaios dinâmicos, foi utilizado um excitador eletromagnético e as respostas foram captadas por acelerômetros piezoelétricos. Foi utilizado um analisador espectral para gerar o sinal de excitação, coletar os sinais de resposta e fazer o processamento dos dados. Após a realização dos ensaios dinâmicos, foram feitos ensaios estáticos com a aplicação de uma força horizontal progressiva até a proximidade da ruptura, para avaliar a rigidez à flexão dos pórticos. A caracterização dos materiais foi realizada por meio de ensaios estáticos usuais em corpos-de-prova cilíndricos e de ensaio dinâmico para a determinação do módulo de elasticidade. Para este último, que foi realizado na viga do pórtico, os instrumentos utilizados foram: martelo de impacto, acelerômetro e um sistema portátil para a geração de sinais, aquisição e tratamento dos dados. Foi obtida a frequência natural do primeiro modo da viga, na condição livre-livre (viga sobre molas), com a qual se determinou o  $E_{c,d}$ , cujo valor resultou 21% maior que o módulo de elasticidade estático, apresentando boa aproximação com os valores indicados na bibliografia para o caso de concreto de alta resistência (20%).



### 3.1. Generalidades

Vibração é o movimento oscilatório de um objeto ou de um sistema em relação a sua posição de equilíbrio. Esse movimento pode ser periódico, não-periódico ou transiente. Existem dois elementos essenciais para a ocorrência da vibração: a inércia (ou massa) que armazena energia cinética e a mola elástica que armazena energia potencial. O efeito mola restaura o movimento, trazendo a massa para sua posição de equilíbrio, provocando a oscilação do sistema. Existe, portanto, uma conversão de energia potencial em cinética, e vice-versa, entre os dois componentes, massa e mola.

A vibração livre ocorre quando não existe excitação externa, mas somente energia potencial e energia cinética, no instante inicial. A vibração livre é, em muitos sistemas, um movimento harmônico, cuja frequência natural depende exclusivamente das propriedades do sistema, como a massa e a inércia. A vibração forçada decorre da aplicação de forças externas ao sistema, podendo ser periódica, não-periódica ou aleatória. Normalmente, a vibração forçada consiste de duas partes: a transiente, que desaparece num curto intervalo de tempo, e a parte permanente.

Nos sistemas reais sempre existe a dissipação de energia no movimento vibratório, que é o amortecimento do sistema. Essa capacidade de reduzir a amplitude do movimento ocorre por causa do atrito interno e da interação entre o sistema e o ambiente externo.

Os sistemas dinâmicos podem ser classificados em:

- discretos (com número finito de graus de liberdade; por exemplo, massas discretas ou corpos rígidos) ou contínuos (vigas ou placas);

- conservativos (sem amortecimento, ou perda de energia) ou não-conservativos (amortecidos). Um aspecto importante dos sistemas conservativos é a existência de ortogonalidade dos modos de vibração (autovetores), além das frequências naturais (autovalores), que são fundamentais para a Análise Modal;
- lineares ou não-lineares. Nos sistemas lineares, são válidos os princípios da superposição. Para pequenas oscilações, os sistemas não-lineares podem ser tratados como lineares;
- determinísticos ou aleatórios.

Nas estruturas civis, as vibrações podem provocar desconforto às pessoas. A percepção do usuário às vibrações está relacionada com a atividade que ele esteja desenvolvendo. Pessoas em repouso ou desenvolvendo atividades calmas são mais sensíveis à movimentação da estrutura do que aquelas que exercem outros tipos de atividade, como dança, caminhada ou exercícios físicos.

Neste capítulo é feita uma breve introdução aos fundamentos da Teoria de Vibrações, considerando sistemas lineares. Também são esclarecidos alguns parâmetros experimentais de processamento dos dados.

## 3.2. Equações de movimento

O movimento de um sistema pode ser descrito por equações diferenciais, baseadas nas Leis de Newton, que envolvem parâmetros variáveis no tempo. Os sistemas podem também ser classificados de acordo com o número de graus de liberdade (GDL) do movimento, ou seja, o número de coordenadas independentes necessárias para descrever o movimento.

### 3.2.1. Sistemas com 1 grau de liberdade (1 GDL)

Na Figura 3.1, sendo  $x(t)$  o deslocamento horizontal da massa  $m$ , em relação à posição de equilíbrio,  $f(t)$  uma força externa de excitação, e considerando que não existe movimento vertical, a equação de movimento do sistema é dada por:

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = f(t) \quad (\text{Equação 3.1})$$

na qual:

- $\ddot{x}$  é a aceleração da massa  $m$ ;
- $k$  é a constante elástica da mola ou rigidez;
- $kx$  é a força elástica (proporcional ao deslocamento).

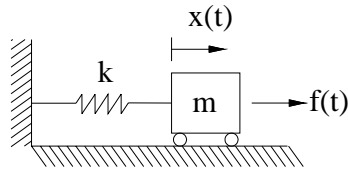


Figura 3.1 – Sistema de 1 GDL – massa-mola, sem amortecimento.

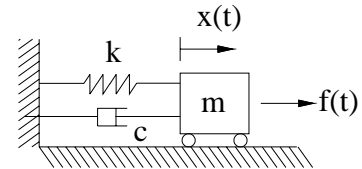


Figura 3.2 – Sistema de 1 GDL – massa-mola, com amortecimento.

A vibração livre ocorre sem a aplicação de forças externas e a energia necessária é decorrente de um deslocamento ( $x_0$ ) ou velocidade ( $v_0$ ) iniciais, ou seja, quando existe energia potencial ou cinética no instante inicial. A equação 3.2 descreve o movimento de vibração livre para sistemas com 1 GDL, sem amortecimento.

$$m \ddot{x}(t) + k x(t) = 0 \tag{Equação 3.2}$$

Para as condições iniciais  $x(0) = x_0$  e  $\dot{x}(t) = v_0$  e assumindo que o deslocamento é harmônico e dado por  $x(t) = A e^{\lambda t}$ , obtém-se a equação característica:

$$m \lambda^2 + k = 0 \tag{Equação 3.3}$$

As raízes ou autovalores da equação característica são:  $\lambda_1 = i \omega_n$  e  $\lambda_2 = -i \omega_n$ , com  $i = \sqrt{-1}$ . Assim,  $\omega_n$  é definida como a frequência natural (em rad/s) do sistema de 1 GDL:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{Equação 3.4}$$

Considerando as condições iniciais, a solução no tempo para a vibração livre é dada pela equação 3.5:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{v_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) \tag{Equação 3.5}$$

O período ( $T$ ) do movimento harmônico simples (eq. 3.5) é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{1}{f_n} \tag{Equação 3.6}$$

A frequência natural do sistema, em Hertz (Hz) é  $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$ .

O amortecimento é proporcional à velocidade do sistema  $\dot{x}(t)$  e representa uma oposição ao movimento (Figura 3.2). Ao considerar a presença do amortecimento viscoso no sistema de 1 GDL, a equação do movimento é dada por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (\text{Equação 3.7})$$

na qual  $c$  é o coeficiente de amortecimento.

Assumindo que o deslocamento é harmônico e dado por  $x(t) = Ae^{\lambda t}$  e não existe força de excitação externa, ou seja  $f(t) = 0$ , obtém-se a seguinte equação característica:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (\text{Equação 3.8})$$

As raízes da equação característica são:

$$\lambda_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\sqrt{1-\xi^2}\omega_n \quad (\text{Equação 3.9})$$

sendo:

- $i = \sqrt{-1}$ ;
- $\omega_n$  é a frequência natural não-amortecida, dada por  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ;
- $\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$  é o fator de amortecimento.

Considerando que o fator de amortecimento pertence ao intervalo  $0 < \xi < 1$  (sub-amortecido), a solução no tempo para a vibração livre amortecida é dada por:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) \quad (\text{Equação 3.10})$$

sendo  $\omega_d = \sqrt{1-\xi^2}\omega_n$  a frequência natural amortecida.

Quando  $\xi > 1$  (sistema super-amortecido) e sendo  $\beta = \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$ , a solução é:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (Ae^{-\beta t} + Be^{\beta t}) \quad (\text{Equação 3.11})$$

Quando  $\xi = 1$  (criticamente amortecido), a solução é dada por:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A + Bt) \quad (\text{Equação 3.12})$$

Em todos os casos,  $A$  e  $B$  são coeficientes obtidos quando são consideradas as condições iniciais.



### 3.2.2. Sistemas com múltiplos graus de liberdade (MGDL)

O movimento de sistemas com múltiplos graus de liberdade (MGDL) é determinado por um conjunto de equações diferenciais que podem ser escritas na forma matricial, como na equação 3.13.

$$M \ddot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (\text{Equação 3.13})$$

na qual:

- $M$  é a matriz de massa, de ordem  $n \times n$ ;
- $K$  é a matriz de rigidez, de ordem  $n \times n$ ;
- $F(t)$  é o vetor das forças externas, de ordem  $n \times 1$ ;
- $\ddot{X}(t)$  é o vetor das acelerações do sistema, de ordem  $n \times 1$ ;
- $X(t)$  é o vetor dos deslocamentos, de ordem  $n \times 1$ ;
- $n$  é o número de graus de liberdade.

A equação 3.14 descreve o movimento de vibração livre para sistemas com MGDL, sem amortecimento.

$$M \ddot{X}(t) + K X(t) = 0 \quad (\text{Equação 3.14})$$

Os vetores  $X(0) = X_0$  e  $\dot{X}(0) = V_0$  contém as condições iniciais (deslocamento e velocidade, respectivamente). Assumindo que os deslocamentos são harmônicos e dados por uma combinação linear de soluções do tipo  $x(t) = \phi e^{i\omega t}$ , obtém-se um problema de autovalores:

$$\omega^2 M \phi = K \phi \quad (\text{Equação 3.15})$$

Existem  $n$  autovalores ( $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$ ) que satisfazem a equação característica dada por (para uma solução não-nula):

$$\det(-\omega^2 M + K) = 0 \quad (\text{Equação 3.16})$$

Para cada frequência natural  $\omega_k$  do sistema existe um autovetor  $\phi_k$  correspondente, que descreve os deslocamentos. Esse autovetor é chamado modo de vibração e descreve os deslocamentos do sistema. A solução no tempo para a vibração livre é dada pela combinação linear de todos os modos:

$$x(t) = \sum_{\ell=1}^n (A_{\ell} \sin \omega_{\ell} t + B_{\ell} \cos \omega_{\ell} t) \phi_{\ell} \quad (\text{Equação 3.17})$$

onde  $A_{\ell}$  e  $B_{\ell}$  dependem das condições iniciais.

Considerando a presença de amortecimento em sistemas de MGD, o movimento pode ser descrito pela seguinte equação, na forma matricial:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t) \quad (\text{Equação 3.18})$$

na qual,  $C$  é a matriz dos coeficientes de amortecimento do sistema, de ordem  $n \times n$ .

Os conceitos aplicados anteriormente a sistemas de 1 GDL também são válidos para sistemas com MGD, considerando os  $n$ -ésimos modos de vibração.

### 3.2.3. Sistemas contínuos

Nos sistemas discretos, com finitos graus de liberdade, a massa e a rigidez são concentradas em determinados números de pontos. Nos sistemas contínuos, a massa e a rigidez são distribuídas por todo o sistema, portanto, a descrição do movimento necessita de um número infinito de coordenadas (graus de liberdade) e envolve equações diferenciais parciais (equação 3.19). No caso de estruturas unidimensionais, existem duas variáveis independentes: o tempo e a posição.

$$M[u_{tt}(x,t)] + K[u(x,t)] = F(x,t) \quad (\text{Equação 3.19})$$

na qual:

- $M$  é o operador diferencial de massa;
- $K$  é o operador diferencial de rigidez;
- $x$  é a posição no espaço;
- $u(x,t)$  é o deslocamento generalizado;
- $u_{tt} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$
- $F(x,t)$  é a distribuição das forças externas;

Como a solução exata dessa equação diferencial parcial somente pode ser obtida para alguns sistemas simples, normalmente os sistemas contínuos podem ser tratados como discretos, ou seja, é considerado um número finito de massas discretas conectadas entre si. Por um processo de discretização (Método de Rayleigh-Ritz ou Método dos Elementos Finitos), a equação diferencial parcial do movimento (eq. 3.19) é transformada em um conjunto de equações diferenciais ordinárias (eq. 3.13). Além da equação do movimento, o sistema também é descrito pelas condições de contorno e condições iniciais.

### 3.3. Freqüência Natural e Modos de Vibração

A freqüência natural é o parâmetro modal mais importante da estrutura e representa a taxa de oscilação livre, depois de cessada a força que provocou o seu movimento. Como ela depende, exclusivamente, da massa e da rigidez do sistema (elemento estrutural), qualquer modificação nessas propriedades altera o valor da freqüência natural, que também é conhecida como freqüência de ressonância. Como exemplo, cita-se a influência da fissuração do concreto, pois com a evolução da formação das fissuras e aumento de suas aberturas, existe uma diminuição da rigidez e, conseqüentemente, ocorre uma redução no valor da freqüência natural. A freqüência natural do primeiro modo de vibração é chamada de freqüência fundamental. Como esta freqüência apresenta o menor valor dentre todas as freqüências, normalmente é a que pode acarretar problemas para as estruturas civis.

Os modos de vibração da estrutura são as suas formas possíveis de vibração e estão relacionados com cada uma das freqüências naturais. O modo de vibração sofre grande influência da fissuração, principalmente quando a região fissurada está localizada numa região de maior amplitude do modo correspondente.

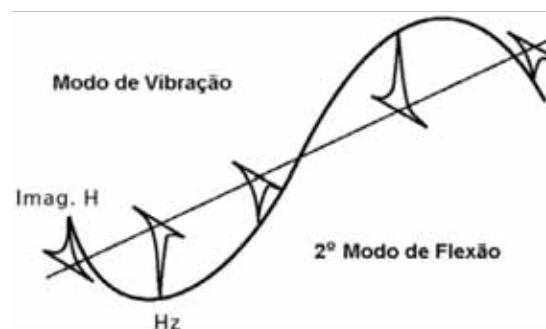


Figura 3.3 – Modo de vibração. Fonte: Nóbrega (2004).

A expressão para o cálculo da freqüência natural transversal ( $f$ ) de sistemas contínuos que atendem as hipóteses de viga de Euler-Bernoulli é dada por:

$$f = \frac{K_n}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot \ell^3}} \quad (\text{Equação 3.20})$$

na qual:

- $f$  é a freqüência fundamental transversal (Hz)
- $E$  é o módulo de elasticidade do material (N/m<sup>2</sup>);

- $I$  é o momento de inércia da seção ( $m^4$ );
- $m$  é a massa total da amostra (kg);
- $\ell$  é o comprimento da amostra (m);
- $K_n$  é um coeficiente que depende das condições de contorno e do modo de vibração (Tabela 3.1).

Tabela 3.1 – Modos de vibração de sistemas contínuos, viga livre-livre, com indicação das coordenadas dos pontos nodais.

Viga Livre-Livre		$K_n$
Modos de Vibração		
1		22,3733
2		61,6728
3		120,9034

Para a obtenção da frequência natural longitudinal ( $f'$ ), a expressão utilizada é:

$$f' = \frac{\lambda_n}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot A}{m \cdot \ell}} \tag{Equação 3.21}$$

na qual:

- $f'$  é a frequência fundamental longitudinal (Hz);
- $E$  é o módulo de elasticidade do material ( $N/m^2$ );
- $A$  é a área da seção transversal ( $m^2$ );
- $\lambda_n$  é um coeficiente que depende do modo de vibração:  $\lambda_n = n \cdot \pi$
- $n = 1, 2, 3, \dots$ , modo de vibração;
- $m$  é a massa total da amostra (kg)
- $\ell$  é o comprimento da amostra (m);

Invertendo as expressões (3.20) e (3.21) e sendo conhecido o valor da frequência (medida experimentalmente), é possível estimar o módulo de elasticidade do material:

$$E = \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{K_n} \right)^2 \cdot \frac{m \cdot \ell^3}{I} \tag{Equação 3.22}$$

$$E = \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot f'}{\lambda_n} \right)^2 \cdot \frac{m \cdot \ell}{A} \quad (\text{Equação 3.23})$$

Segundo Salawu (1997), uma das vantagens de medir as respostas da vibração com métodos que empregam a frequência natural é a sua natureza global, o que permite a escolha dos pontos de medição que melhor se adaptem às condições do ensaio. Por outro lado, alguma dificuldade pode ser encontrada, como por exemplo, o surgimento de picos de amplitude muito próximos no espectro de frequência obtido, indicando que o formato assimétrico dos corpos-de-prova ou dos elementos causa alguma interferência na vibração em outras direções (KESLER & HIGUCHI<sup>1</sup>. 1954 apud MALHOTRA, 1986).

### 3.4. Amortecimento

O amortecimento influencia a amplitude da vibração e o tempo de duração do movimento, depois de cessada a excitação correspondente. É definido como a propriedade interna de dissipar energia pelo processo viscoso e atrito do sistema. No caso de vibração livre, a presença do amortecimento resulta em uma redução contínua da amplitude. Normalmente, o amortecimento é expresso como uma fração ou porcentagem do amortecimento crítico:

$$\xi = \frac{c}{c_{\text{crit}}} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_n}, \text{ onde:} \quad (\text{Equação 3.24})$$

- $c$  é o amortecimento da estrutura (N s/m);
- $\xi$  é o fator de amortecimento modal (adimensional);
- $m$  é a massa do sistema (kN);
- $\omega_n$  é a frequência natural do sistema (rad/s).

O amortecimento pode ser representado por diversos modelos mecânicos, como por exemplo, o viscoso, o histerético (também conhecido como estrutural) e o de Coulomb.

<sup>1</sup> KESLER, C.E.; HIGUCHI, Y. (1954). Problems in the sonic testing of plain concrete. *Proceedings*, International Symposium on Nondestructive Testing of Materials and Structures, v.1, p.45-54. Rilem, Paris.

A Figura 3.4 apresenta a vibração livre de um sistema de 1 GDL sub-amortecido. No intervalo  $0 < \xi < 1$ , as raízes da equação característica do movimento são complexas. As linhas tracejadas indicam o decaimento da amplitude da vibração livre, que é influenciado pelo fator de amortecimento ( $\xi$ ).

Quando o fator de amortecimento é maior que 1 ( $\xi > 1$ ), as raízes são números reais e negativos e o sistema é considerado super-amortecido. A amplitude reduz sem a ocorrência de movimento ondulatório (Figura 3.4). Quando o fator de amortecimento é igual a 1 ( $\xi = 1$ ), obtém-se da equação característica duas raízes iguais. Esse é o caso de sistemas criticamente amortecidos.

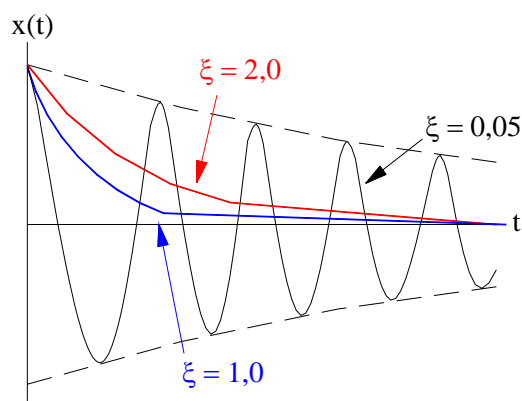


Figura 3.4 – Vibração livre de sistemas com 1 GDL. Fatores de amortecimento.

Existem duas formas para estimar o amortecimento do sistema. O amortecimento modal, que é utilizado na análise de vibrações permanentes, e o decremento logarítmico, que é consequência de um simples impulso provocado no sistema (em vibração livre) e é obtido através da razão entre duas amplitudes sucessivas do sinal. O termo decremento logarítmico refere-se à taxa de redução logarítmica, relacionada com a redução do movimento após o impulso, pois a energia é transferida para outras partes do sistema ou é absorvida pelo próprio elemento.

O amortecimento de estruturas de concreto é um parâmetro cuja determinação é bastante complexa. Segundo o Bulletin D'Information nº 209 do CEB (1991), o amortecimento de elementos de concreto armado está compreendido numa faixa quase-elástica e depende bastante do estado de tensão ao qual está submetido o elemento. A baixos níveis de tensão, que corresponde ao estado não-fissurado, o fator de amortecimento é baixo ( $< 1\%$ ). Com a formação de fissuras o fator de amortecimento aumenta. Alguns pesquisadores indicam que certas propriedades do concreto podem

estar relacionadas a sua capacidade de dissipar energia. Swamy & Rigby<sup>2</sup> (1971 apud MALHOTRA, 1986) citam que a maior parcela do amortecimento no concreto ocorre na matriz, com uma pequena parcela na zona de transição e menor ainda no agregado. A presença dos vazios em elementos ou corpos-de-prova secos exerce pouca influência no amortecimento, enquanto que a umidade na matriz é responsável por uma maior contribuição.

O uso do amortecimento como propriedade do concreto não é muito comum na Engenharia Civil, possivelmente por causa da dificuldade para realizar sua medição de forma precisa. Como exemplo, cita-se as restrições impostas pelas condições de contorno do elemento ou do modelo, podendo ocorrer dissipação de energia. Segundo Jones<sup>3</sup> (1962 apud MALHOTRA, 1986), a determinação do amortecimento é susceptível a ocorrência de erros experimentais bem maiores do que a determinação do módulo de elasticidade dinâmico.

### 3.5. Ressonância

O fenômeno da ressonância ocorre quando a frequência da força de excitação coincide com uma das frequências naturais não-amortecidas do sistema ( $\omega_n$ ). A resposta, ou amplitude, do movimento aumenta progressivamente com um mínimo de excitação imposta. Como pode ser visto na Figura 3.5, a medida que o fator de amortecimento diminui, as amplitudes crescem indefinidamente.

No caso de estruturas civis, quando ocorre a ressonância, pequenos esforços externos provocam deslocamentos significativos, tornando o movimento perceptível e provocando incômodo aos usuários. Uma maneira de prevenir a amplificação excessiva da vibração é projetando a estrutura de forma que a frequência natural obtida seja mais alta que a frequência das prováveis forças de excitação. Esse incremento está relacionado com o amortecimento da estrutura. Quanto maior o amortecimento ou a frequência natural, mais afastada estará a ressonância. Outras técnicas utilizadas para evitar a ocorrência da ressonância são: uso de sistema de amortecimento passivo ou ativo, que reduz os picos de ressonância e o emprego de absorvedores de vibração (ou amortecedores) que concentra a energia de vibração.

---

<sup>2</sup> SWAMY, N.; RIGBY, G. (1971). Dynamic properties of hardened paste, mortar, and concrete. *Materials and Structures/Research and Testings* (Paris), v.4, n°19, p.13-40.

<sup>3</sup> JONES, R. (1962). *Non-destructive Testing of Concrete*. Cambridge University Press, London.

O fenômeno da anti-ressonância é o oposto da ressonância e pode ocorrer para frequências específicas em determinados pontos do sistema. É caracterizado pelo acréscimo da força de excitação (atingindo o valor máximo) que produz um deslocamento mínimo, ou quase nulo.

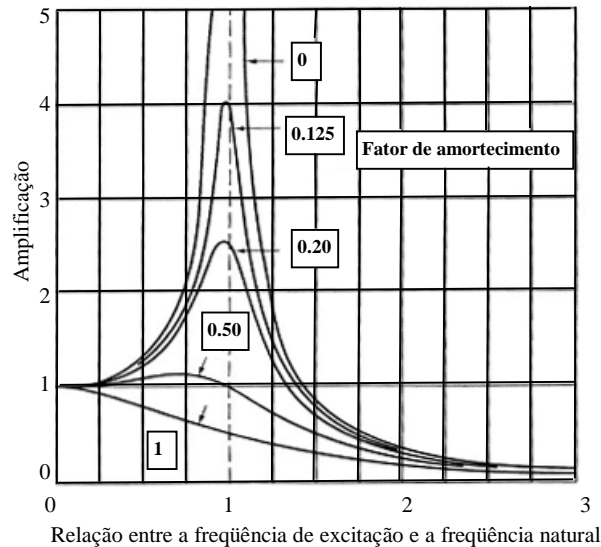


Figura 3.5 – Amplitude na ressonância. Fonte: Adaptado de Mast (2001).

### 3.6. Análise Modal

“A análise modal é o processo constituído de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo, a fim de determinar os seus parâmetros modais (frequências naturais, modos de vibração e fatores de amortecimento modal)” (NÓBREGA, 2004). Uma de suas aplicações é a avaliação da integridade estrutural, ou seja, a identificação e localização de danos existentes. A análise modal para ser realizada depende das relações de ortogonalidade dos modos de vibração (autovetores). Essa condição permite desacoplar as equações de movimento de sistemas de MGDL em um conjunto de equações diferenciais independentes, equivalente a vários sistemas de 1 GDL. As relações de ortogonalidade favorecem a determinação da resposta do sistema a qualquer tipo de excitação.

A análise modal teórica consiste inicialmente da definição das propriedades físicas e geométricas do sistema estrutural (matrizes de: massa  $M$ , amortecimento  $C$  e rigidez  $K$ ). Determina-se o modelo modal, composto de frequências naturais ( $\omega_k$ ), modos de



vibração correspondentes ( $\phi_k$ ) e fatores de amortecimento modal ( $\xi$ ). Com esses parâmetros modais é possível estimar a resposta do sistema a uma determinada excitação, definindo um conjunto de respostas ao longo do tempo e de Funções de Resposta em Frequência (FRFs) ou de Funções de Resposta ao Impulso (FRIs). Na análise modal experimental é feito o processo inverso. As respostas do sistema são medidas experimentalmente (FRFs, FRIs), aplicam-se métodos para a obtenção dos parâmetros modais ( $\omega_k$ ,  $\phi_k$  e  $\xi$ ) e, empregando técnicas apropriadas, é possível obter as propriedades da estrutura (M, C e K). Algumas das hipóteses fundamentais da análise modal experimental são que a estrutura é invariante no tempo (os parâmetros modais são constantes) e linear, ou seja, a resposta da estrutura a qualquer combinação de forças simultâneas é a soma das respostas individuais de cada uma das forças atuando isoladamente. (NÓBREGA, 2004).

### 3.7. Função de Resposta em Frequência (FRF)

A Função de Resposta em Frequência  $H(\omega)$  é uma matriz que relaciona a saída (resposta X) do sistema com a entrada (excitação F), aplicada como função da frequência de excitação.

$$H_{pq}(\omega) = \frac{X_p(\omega)}{F_q(\omega)} \quad (\text{Equação 3.25})$$

Tem-se uma FRF de transferência quando  $p \neq q$ , ou seja, é obtida a resposta no ponto  $p$  devido a uma excitação num outro ponto  $q$ . Quando  $p = q$ , tem-se FRF de ponto. Os dois tipos de FRF são ilustrados na Figura 3.6.

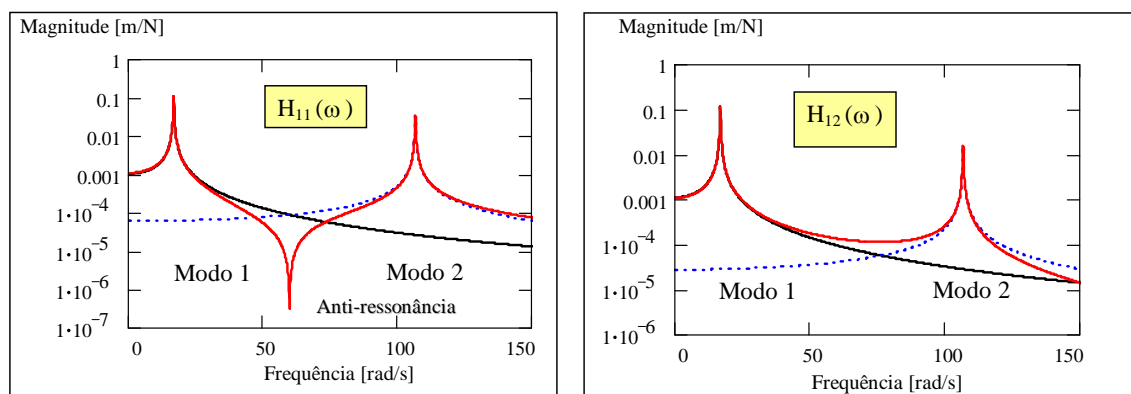


Figura 3.6 – Função de Resposta em Frequência: a) FRF de ponto e b) FRF de transferência.

Os picos da FRF (considerando a curva da parte real ou magnitude) estão relacionados aos modos de vibração e indicam as frequências naturais. Existem três formas de representar a FRF, que dependem da variável utilizada na resposta:

- FRF de receptância – quando a variável de saída é o deslocamento;
- FRF de mobilidade – quando a variável de saída é a velocidade;
- FRF de aceleração – quando a variável de saída é a aceleração.

## 3.8. Análise de sinais

### 3.8.1. Transformadas de Fourier

A transformada de Fourier, que é bastante utilizada em programas de análise de sinais, é uma operação matemática que converte os sinais obtidos no domínio do tempo para o domínio da frequência. O conceito envolvido nessas operações é que uma função contínua pode ser decomposta em um somatório de termos em seno e cosseno, com amplitudes, fases e períodos específicos (NÓBREGA, 2004). Existem algumas variações que podem ser aplicadas para diferentes tipos de sinais:

- Integral de Fourier ou Transformada de Fourier (FT) – para sinais transientes;
- Série de Fourier (FS) – para sinais periódicos contínuos;
- Série Discreta de Fourier (DFS) – para sinais periódicos discretos;
- Transformada Discreta de Fourier (DFT) – para sinais não-periódicos discretos.

A transformada rápida de Fourier (ou "*Fast Fourier Transform*" - FFT) é um algoritmo computacional mais eficiente e mais rápido que a DFT, gerando espectros de frequência, a partir de sinais no tempo, através de um analisador espectral.

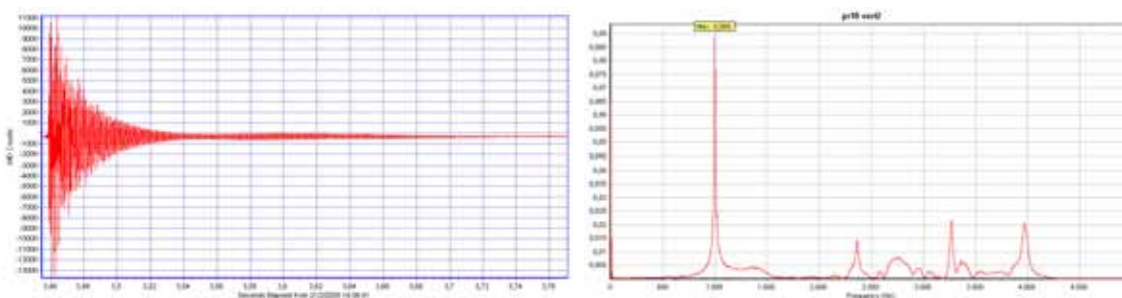


Figura 3.7 – Sinal no tempo e espectro de frequência obtido após FFT.

### 3.8.2. Aspectos diversos

- “Averaging” – a consideração de valores médios (várias aquisições do mesmo sinal) é necessária em processamento de sinais, principalmente quando o sinal é do tipo aleatório e pode provocar incertezas e ruídos nos resultados. Existem diferentes formas de obter a média de sinais: “*root mean square*” (RMS), média no domínio do tempo (“*time domain averaging*” – TDA), densidade espectral (“*power spectral density*” – PSD), etc.;
- Janela de aquisição – é uma função de ponderação em relação a qual os dados de aquisição do sinal são multiplicados antes do cálculo da FFT. O uso da janela minimiza os efeitos de descontinuidade do sinal (NÓBREGA, 2004). Existem diversos tipos de janela (Figura 3.8), que são aplicadas de acordo com o sinal adquirido;

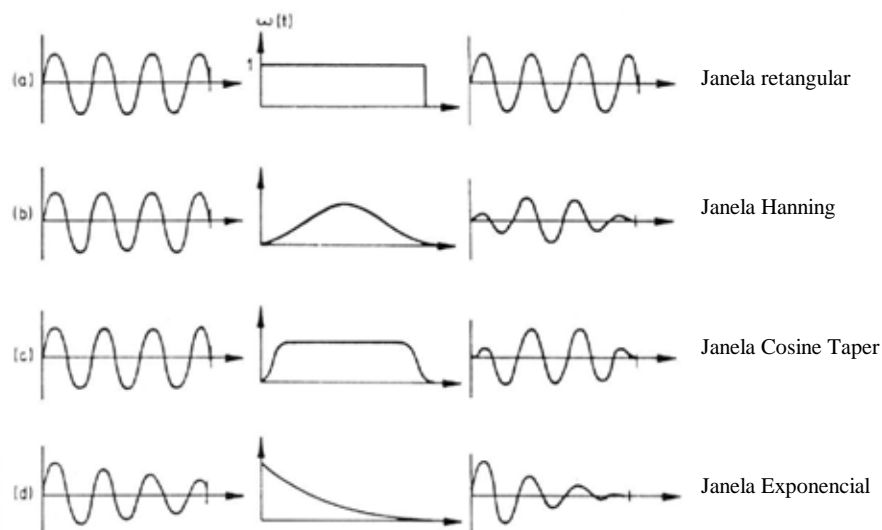


Figura 3.8 – Tipos de janelas e sinal resultante. Fonte: Nóbrega (2004).

- Condição de contorno livre-livre – significa impor condições elásticas suficientemente suaves que permitam a estrutura ser considerada livre e apresentar modos de corpo rígido. Essa alternativa é útil em ensaios para a determinação da massa e das propriedades de inércia da estrutura (NÓBREGA, 2004);
- Excitação por impacto – a excitação é imposta manualmente com martelo de impacto. Produz um sinal do tipo transiente e as respostas obtidas podem

apresentar bastante ruído. Apesar disso, é um ensaio muito versátil e simples, podendo ser aplicado em vários pontos da estrutura;

- Função coerência – relaciona os sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta do sistema) em cada frequência. Como o valor varia entre 0 e 1, quanto mais próximo da unidade, maior a linearidade entre a entrada e a saída;

### 4.1. Generalidades

O emprego de ensaios não-destrutivos na avaliação da estrutura oferece: grandes vantagens econômicas, possibilidade de realização em tempo qualquer, facilidade de execução, reprodutibilidade, precisão e rapidez. Alguns tipos de ensaios não-destrutivos, de acordo com a ABENDE<sup>1</sup>, são: ultra-som, radiografia (raios X e Gama), líquido penetrante, ensaios de carga e deslocamento controlados, partículas magnéticas, termografia, emissão acústica e ensaios dinâmicos. O monitoramento de estruturas em condições de serviço, que se torna necessário para avaliar a qualidade, a estabilidade, a integridade, a durabilidade e a segurança de estruturas existentes, sejam aquelas submetidas a ações dinâmicas ou estáticas, pode ser viabilizado com a realização desse tipo de ensaio. Além disso, a evolução e uniformidade de certas propriedades fundamentais do material, como o desenvolvimento da resistência e do módulo de elasticidade, podem ser acompanhadas no próprio elemento, durante a construção ou ao longo do período de estudo, com um certo grau de confiabilidade, evitando-se a desconfiança de que o ensaio no laboratório não represente as condições reais da estrutura.

A integridade da estrutura pode ser avaliada por meio da obtenção de parâmetros globais, como por exemplo, as propriedades dinâmicas (frequências naturais e modos de vibração) obtidas em ensaios de vibração e análise modal, pois com essas informações, o dano pode ser detectado, localizado e quantificado sem interferência direta no elemento estrutural. Várias áreas da Engenharia utilizam os ensaios modais em diversas aplicações há alguns anos. O crescente avanço destas técnicas é atribuído à

---

<sup>1</sup> ABENDE – Associação Brasileira de Ensaios Não-Destrutivos – <http://www.abende.org.br>

determinação precisa das propriedades dinâmicas por meio de modernos sistemas de aquisição de dados e processamento de sinais que estão sendo desenvolvidos (NDAMBI et al., 2002). Ainda assim, o custo dos mínimos equipamentos necessários para a realização dos ensaios dinâmicos é bastante elevado, além de exigir capacitação técnica para sua utilização. Por outro lado, pode-se reduzir as dimensões e a quantidade de modelos e corpos-de-prova, no caso dos ensaios de laboratório, e também realizar os ensaios na própria estrutura.

Outras aplicações dos ensaios não-destrutivos, principalmente dos métodos que utilizam como parâmetro a frequência de ressonância, são: a análise dos efeitos de sucessivos ciclos de congelamento e descongelamento e da deterioração de elementos de concreto em ambientes agressivos, em ensaios de fadiga e em estudos da fluência e relaxação do concreto. Nesses casos, a grande vantagem é a possibilidade de fazer ensaios repetidos no mesmo corpo-de-prova por um longo período de tempo, reduzindo o número necessário de amostras e cujos resultados apresentam reprodutibilidade, o que não acontece com ensaios destrutivos realizados em uma série de amostras. Em ensaios desse tipo, alguns autores preferem utilizar como critério de avaliação a própria frequência de ressonância do sistema, ao invés do módulo de elasticidade do material, pois as expressões para a determinação do módulo dinâmico são baseadas na suposição de que o concreto é um material isotrópico e homogêneo, e para isso são aplicados fatores de correção (MALHOTRA, 1986).

Ndami et al. (2002) enfatizam que apesar da crescente utilização de ensaios não-destrutivos na Engenharia para detecção e avaliação do dano, a existência de problemas não-controláveis e relacionados com a qualidade e a precisão das medições, pode induzir erros na análise dos resultados obtidos. Outros autores (LOCHNER & KEET, 1955; BAVEJA, 1964) citam problemas experimentais provocados por: imprecisão das medidas, elevado número de parâmetros envolvidos e incertezas na determinação destes. Portanto, existe a necessidade que os usuários dos sistemas sejam capacitados e possuam conhecimento teórico.

Segundo Neville (1982, p.350), “em muitos casos práticos certos aspectos da curva da tensão e deformação não são devidos às propriedades intrínsecas do concreto, mas às propriedades do equipamento de ensaio”. Como exemplos de interferência nos resultados, citam-se: a medição das deformações no ensaio estático para determinação do módulo de elasticidade pelo uso de extensômetros colados no corpo-de-prova que podem se desprender por causa das fissuras na superfície, a medição do deslocamento

entre os pratos da máquina de ensaio que pode estar considerando inclusive a deformabilidade do capeamento, ou ainda o efeito do confinamento causado pela máquina nos topos da amostra. Uma das maneiras para determinar certas propriedades do concreto, ou verificar a presença de falhas localizadas ou distribuídas, é utilizando ensaios não-destrutivos que têm a grande vantagem de não interferir nas propriedades físicas, químicas ou mecânicas, nem causar perturbação no modelo estudado.

Quando a tensão aplicada num corpo-de-prova se aproxima da resistência do material (o concreto, por exemplo), algumas vezes não é possível o registro de dados que monitorem o processo de deterioração (no caso, a avaliação da fissuração espontânea), principalmente por causa do elevado nível de tensão aplicado, da velocidade de aplicação da carga, dos riscos inerentes ao manuseio dos equipamentos, etc. Os ensaios não-destrutivos podem registrar os sinais do processo de deterioração durante toda a história do carregamento (FERNANDES, 2000). Além disso, esses ensaios permitem a determinação de mais de um parâmetro de ensaio no mesmo corpo-de-prova, para a obtenção de uma única propriedade do material. Por exemplo, a medição dos parâmetros dinâmicos pela vibração torcional e transversal, num mesmo corpo-de-prova de concreto, para a determinação do coeficiente de Poisson.

Vislumbra-se que, no futuro, os ensaios destrutivos em corpos-de-prova, amplamente utilizados para a obtenção da resistência, possam ser complementados por ensaios dinâmicos para a determinação do módulo de elasticidade que não danifiquem a peça. Como existe uma relação entre a resistência à compressão e o módulo de elasticidade, mesmo sofrendo a influência do agregado, do traço e das condições de cura, uma variação do valor do módulo indica também uma variação da resistência. Han & Kim (2004) citam que atualmente existem muitos métodos não-destrutivos para estimar a resistência do concreto, porém os resultados das pesquisas que procuram relacionar os módulos de elasticidade estático e dinâmico não podem ser generalizados, e ainda estão limitados a pequenos intervalos dos parâmetros estudados.

## **4.2. Ensaios dinâmicos**

Dentre os tipos mais comuns de ensaios não-destrutivos, os ensaios dinâmicos baseados nos espectros de resposta estão começando a ser utilizados na Engenharia Civil, pois as propriedades dinâmicas servem para definir o grau de degradação e a

rigidez do elemento de concreto armado. A análise dinâmica, além de contribuir para a avaliação do desempenho do sistema estrutural e da segurança da estrutura, também é utilizada para elaborar ou confirmar modelos matemáticos existentes (BELO & PENNER, 2002).

Salawu (1997) faz uma extensa revisão dos métodos propostos por diversos pesquisadores para a detecção e localização de danos estruturais, que utilizam como parâmetro as mudanças na frequência natural. Ele enfatiza a utilidade desses métodos tanto para avaliações de rotina como para monitoramento do comportamento estrutural ao longo do tempo. O autor inclusive relata alguns fatores que podem limitar a aplicação dos ensaios de vibração para avaliar as condições da estrutura, além de discutir a relação entre mudanças na frequência e dano estrutural. Uma das grandes vantagens do uso da frequência natural obtida em ensaios dinâmicos é a sua natureza global, permitindo a escolha dos pontos de medida que melhor se adaptem às condições do ensaio. Contudo é imprescindível a análise dos modos de vibração para a correta localização do dano.

O ponto central dos métodos de detecção de dano baseados em ensaios de vibração é que os parâmetros dinâmicos dependem das propriedades físicas da estrutura (propriedades elásticas, geometria e densidade do material) e, portanto, qualquer alteração em uma dessas propriedades provoca mudança nos parâmetros dinâmicos (frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibração). A magnitude desta mudança depende da natureza, severidade e localização do dano. As estruturas de concreto, apresentando danos locais ou globais, sofrem modificações na sua estrutura interna, que podem ser estudadas por meio de ensaios dinâmicos que identifiquem as mudanças nas propriedades dinâmicas durante a evolução da fissuração e que verifiquem a perda de rigidez ao longo da aplicação do carregamento. Esse tipo de investigação é um campo promissor na Engenharia Civil. Além da detecção de danos, a determinação experimental das propriedades dinâmicas é essencial para a análise do comportamento ou elaboração adequada do projeto de estruturas carregadas dinamicamente que são construídas com o mesmo material (WALLACE & BERT, 1979).

As frequências naturais são indicadores bastante sensíveis da alteração das propriedades do elemento estrutural e de baixo custo, pois é relativamente fácil a obtenção dos parâmetros modais por meio das respostas dos ensaios de vibração. Geralmente é feita a instalação de transdutores e/ou sensores para monitorar a resposta



da estrutura submetida a forças de excitação que podem ser induzidas ou naturais (forças ambientais na situação de serviço, como por exemplo, o efeito do vento). Desta forma, mesmo com baixas intensidades de energia é possível obter respostas mensuráveis, já que a energia de entrada é amplificada (SALAWU, 1997).

Salawu (1997) fornece uma explicação teórica para a relação entre a magnitude das mudanças na frequência e a extensão do dano. Quando ocorre uma fissura (dano) na seção de uma viga, existe uma redução no momento de inércia, que é proporcional a abertura e comprimento da fissura, e uma conseqüente redução da rigidez à flexão local. Ocorre, portanto, uma diminuição dos valores de frequência natural na flexão. Essas variações dependem do tipo e da rigidez da estrutura que está sendo ensaiada, das condições de contorno e da rigidez dos apoios. A obtenção de valores de frequência mais altos que os esperados pode ser atribuída à maior rigidez dos apoios do que a prevista. Já em outros casos, acontece somente uma pequena alteração no valor da frequência por causa da presença do dano próximo ao nó da estrutura.

Alguns dos fatores que precisam ser considerados nos métodos de detecção de dano em modelos, que utilizam frequência natural, são citados por Salawu (1997), inclusive com recomendações práticas de outros autores para a adequada utilização dos dados obtidos dos ensaios de vibração:

- as medições devem ser feitas em pontos onde todos os modos são bem representados, dentro da faixa de frequência de interesse;
- é necessário entender os efeitos da deterioração e do dano nas propriedades dinâmicas dos sistemas estruturais;
- os efeitos das condições ambientais na resposta dinâmica da estrutura devem ser pequenos ou previsíveis, pois mudanças consideráveis de temperatura ou umidade podem provocar alterações no valor da frequência natural com a mesma ordem de grandeza que o dano na estrutura;
- os procedimentos de ensaio devem ser consistentes e confiáveis, pois a sensibilidade dos sistemas dinâmicos é limitada pela variação das condições ambientais e precisão dos instrumentos;
- a necessidade de realizar no mínimo duas séries de ensaios – uma com a estrutura íntegra e outra em serviço – o que representa uma limitação na avaliação, nos casos de monitoramento estrutural;

- a necessidade de um modelo teórico de dano para a análise numérica antes dos ensaios físicos, o que pode aumentar o tempo e o custo computacional no caso de grandes obras civis. Dessa forma, existe uma limitação para a aplicação dos métodos em geometrias específicas. Para a maioria das estruturas civis é mais apropriado o uso de métodos que utilizem somente os dados experimentais;
- a necessidade de outros parâmetros dinâmicos para a correta localização do dano, pois fissuras de mesmo tamanho em locais distintos podem causar a mesma mudança no valor da frequência natural.

Não há muita informação sobre a reprodutibilidade dos resultados de ensaios dinâmicos, principalmente na obtenção das propriedades do concreto, mas existem indicações de que para corpos-de-prova de tamanhos padronizados pelo American Concrete Institute – ACI (como cilindros 15,2 cm x 30,5 cm e vigas 7,6 cm x 7,6 cm x 30,5 cm, 15,2 cm x 15,2 cm x 71 cm e 10,2 cm x 10,2 cm x 51 cm), a reprodutibilidade do módulo dinâmico é muito maior que os resultados obtidos de ensaios estáticos (JONES<sup>2</sup>, 1962 apud MALHOTRA, 1986). Segundo o autor, erros durante a realização dos ensaios estáticos, para a determinação do módulo, provocam uma variabilidade dos resultados maior do que as diferenças entre as amostras, enquanto que no método dinâmico, as medidas (frequência de ressonância, comprimento e densidade) podem ser obtidas com maior precisão.

Ndambi et al. (2002) apresentaram resultados obtidos de ensaios experimentais para detecção de dano, realizados em duas vigas de concreto armado com maiores dimensões (25 cm x 20 cm x 600 cm), submetidas a um processo de fissuração progressiva. A danificação foi introduzida em diferentes etapas por meio de carregamentos estáticos crescentes de flexão (vigas bi-apoiadas). Em cada etapa eram realizados os ensaios dinâmicos, nos quais foram utilizadas molas nos pontos nodais referentes ao primeiro modo de vibração à flexão, simulando a condição de contorno livre-livre. A vibração foi provocada por um excitador eletromagnético e a resposta captada por acelerômetros. Os sinais de aceleração e força eram tratados em um sistema de análise modal. A avaliação do dano consistiu em relacionar as alterações observadas nas propriedades dinâmicas (frequências naturais e modos de vibração) e o nível de fissuração da viga. Os autores concluíram que os valores das frequências naturais diminuem com o aumento da quantidade de fissuras nas vigas, revelando a

---

<sup>2</sup>JONES, R. (1962). *Non-destructive testing of concrete*. Cambridge University Press, London, p.104.

redução da rigidez nas seções danificadas, mas não são influenciados pela localização das fissuras. Eles também fazem uma correlação bastante prática entre alguns métodos<sup>3</sup> utilizados para a detecção, localização e indicação da severidade do dano. No caso de detecção de dano em estruturas de concreto, um fator preponderante e que influencia na precisão do método adotado é que o dano quase nunca é localizado e sim atinge uma determinada região, mesmo aquela sem a atuação direta do carregamento, o que não deixa de provocar alterações das propriedades dinâmicas.

### **4.3. Ensaios dinâmicos para a obtenção do módulo de elasticidade**

As formas de obtenção do módulo de elasticidade de um material são variadas, incluindo métodos estáticos e dinâmicos. Uma maneira bastante conhecida e usual é por meio da aplicação de carregamento em uma amostra, dentro do limite de elasticidade, e da medição da deformação / deslocamento correspondente. Outra possibilidade consiste na realização de ensaios dinâmicos, que já são bastante aplicados em outras áreas da Engenharia, como a Mecânica e a Aeronáutica. Os princípios fundamentais dos métodos dinâmicos decorrem das pesquisas de Rayleigh, em 1877, sobre a velocidade do som através do material. Ele estabeleceu uma relação entre a frequência de ressonância, o módulo de elasticidade do material e a velocidade do som, para sólidos homogêneos, isotrópicos e perfeitamente elásticos, desprezando os efeitos da inércia à rotação, da inércia lateral e as distorções por cisalhamento. No caso de materiais heterogêneos, as dimensões da amostra devem ser bem maiores que as dos materiais constituintes para utilizar essa relação. Malhotra (1986) apresenta a formulação de Rayleigh e também a descrição detalhada dos métodos dinâmicos.

Lochner & Keet (1955) concluíram que os ensaios não-destrutivos dinâmicos, até então realizados, não eram adequados para ensaios de campo, por causa do aparato eletrônico empregado, que necessitava de manutenção, energia e tinha dificuldades para ser transportado. A partir daí, eles desenvolveram um método simples baseado na pressão do som, para medir o módulo de elasticidade dinâmico de prismas de concreto com dimensões 2,5 cm x 2,5 cm x 28 cm ou 10 cm x 10 cm x 50 cm. O equipamento

---

<sup>3</sup> Métodos para detecção de dano: Modal Assurance Criterion (MAC – Allemang e Brown, 1982), Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC – Lieven e Ewins, 1988), método da energia de deformação e método das alterações nas matrizes de flexibilidade.

não-eletrônico, de dimensões reduzidas e de baixo custo, consiste num ressonador de Helmholtz ajustável, pelo qual pode ser observada a ressonância por meio de um estetoscópio. A barra de concreto é apoiada pelos pontos nodais e recebe leves impactos com um martelo, vibrando no modo transversal. A faixa de frequência desse método é de aproximadamente 550 Hz a 1700 Hz. Uma expressão é apresentada para relacionar o módulo de elasticidade dinâmico do material, a leitura obtida e a temperatura ambiente. Essa expressão é corrigida por um fator que considera os efeitos do índice de esbeltez e do coeficiente de Poisson. Como a precisão da medida da frequência depende da sensibilidade auditiva do operador para variações de intensidade, além da calibração do instrumento, esse método apresenta pouca certeza nos valores obtidos para o módulo de elasticidade do material, mesmo tendo os autores apresentado resultados experimentais com desvio padrão das medidas menor que 1%. Eles concluíram também que a precisão das medidas aumenta para frequências mais altas.

Em 1964, Baveja apresentou um método dinâmico para determinar experimentalmente o módulo de elasticidade de materiais, especialmente de hastes metálicas. Ele utilizou barras de pequena espessura, com condição de contorno engastada-livre, submetidas a vibrações de flexão para obter o valor da frequência de ressonância. As amostras eram carregadas com uma chapa de cobre, de dimensões conhecidas, na extremidade livre. Foi considerado o efeito da inércia à rotação e a interferência dessa carga na determinação da frequência de ressonância do primeiro modo de vibração. Apesar da limitação deste método a amostras que apresentassem frequências abaixo de 200 Hz e a ambientes de baixa temperatura, os valores experimentais do módulo de elasticidade se aproximaram bastante dos valores teóricos. O autor salientou certas precauções necessárias para a correta utilização do método, entre elas a garantia da rigidez do engaste. Davies<sup>4</sup> (1937 apud BAVEJA, 1964) já havia apresentado um método dinâmico para a determinação do módulo de elasticidade em temperatura ambiente similar à de Baveja (1964), porém a carga na extremidade da barra possuía dimensões da seção transversal desprezíveis e não foi considerada a inércia à rotação da carga.

Com o objetivo de testar um material utilizado na indústria automotiva, Wallace & Bert (1979), realizaram ensaios experimentais para medir diretamente o módulo de elasticidade dinâmico, utilizando a técnica da vibração forçada, e o fator de amortecimento com o método da meia-potência, em amostras prismáticas (3,33 cm x

---

<sup>4</sup> DAVIES, R.M. (1937). *Phil. Mag.*, 23, p.361.

0,79 cm x 62,5 cm). O excitador eletrodinâmico emitia um sinal senoidal e a resposta era obtida com o auxílio de um extensômetro de resistência elétrica SR-4. A frequência relativa ao valor de pico era utilizada para determinar o módulo de elasticidade dinâmico associado a essa frequência. Os autores observaram que ocorreu uma redução do valor do módulo quando passava a utilizar a segunda frequência natural ao invés da frequência fundamental. Outra consideração importante deste artigo é que para manter o comprimento da onda de vibração suficientemente longo e garantir a validade da teoria de viga de Euler-Bernoulli utilizada na análise dos dados, somente foram estudados os dois primeiros modos de vibração. No caso de frequências mais altas, e conseqüentemente com comprimentos de onda menores, seria necessária a aplicação da teoria de viga de Timoshenko que inclui a flexibilidade transversal e a inércia à rotação, pois no caso de materiais compostos, diferentemente dos homogêneos, a relação entre o módulo transversal e o módulo longitudinal é bem menor (WALLACE & BERT, 1979).

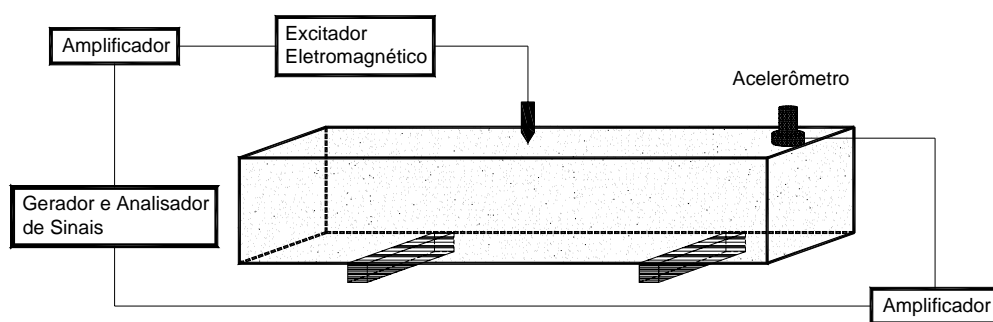
As técnicas experimentais dinâmicas podem ser classificadas em dois métodos: o da velocidade de propagação de pulsos (mecânicos ou ultra-sônicos) através do material e o da frequência de ressonância. Esse último, que por meio de vibrações longitudinais, transversais ou torcionais, se obtém a frequência fundamental de ressonância do elemento estrutural (prismático ou cilíndrico), é um dos mais promissores na Engenharia para determinar as propriedades dos materiais. É realizado para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, do módulo de elasticidade transversal dinâmico e do coeficiente de Poisson dinâmico, como para a análise de durabilidade. Outras técnicas experimentais também são utilizadas para a determinação da rigidez dinâmica e/ou obtenção do amortecimento do material, tais como: decremento da vibração livre, rotação de vigas, vibração forçada, propagação de pulsos e métodos térmicos.

Os métodos dinâmicos são altamente sensíveis a pequenas diferenças nas dimensões do corpo-de-prova, a pequenas aproximações nas leituras das respostas nos instrumentos, às condições de rugosidade da superfície do material, às condições ambientais, à taxa de armadura, entre outros. Esses fatores podem, inclusive, provocar erros na interpretação dos resultados.

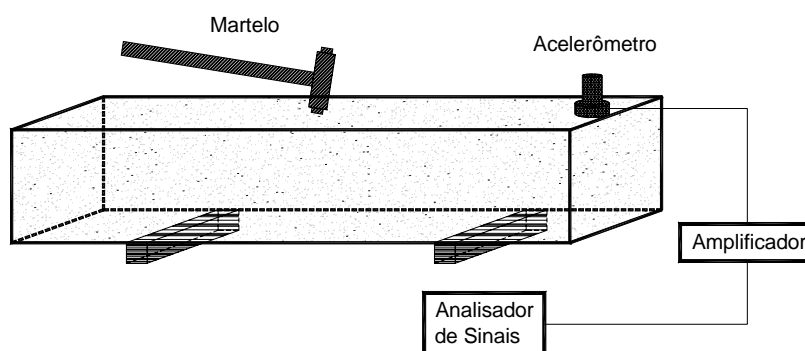
Alguns autores apresentam a descrição do método da velocidade de propagação de pulsos para a obtenção do módulo de elasticidade dinâmico do concreto, ou seja, para verificar o comportamento elástico e até mesmo para estimar a resistência. Neville (1982) considera que esse método não oferece confiabilidade, pois diferenças em alguns

parâmetros, como por exemplo, no coeficiente de Poisson, podem acarretar grandes diferenças no valor resultante do módulo, causando reduções de até 11%. Scanduzzi (1986) menciona que a faixa de frequência desses ensaios é de 20 kHz a 150 kHz, variando com o tipo de concreto.

O método da frequência de ressonância foi desenvolvido por Powers em 1938, comparando o som obtido do impacto de um martelo em um prisma de concreto, com o som de um dos vários sinos calibrados com frequências diferentes. Apesar de subjetivo, esse ensaio foi a base para o desenvolvimento de métodos mais sofisticados (MALHOTRA, 1986). No método da frequência de ressonância, a amostra, normalmente uma barra de dimensões conhecidas, é apoiada pelos pontos nodais e excitada na sua frequência fundamental transversal ou longitudinal (Figura 4.1a). Os instrumentos utilizados são: um excitador eletromagnético alimentado por um oscilador de frequência variável (gerador de sinais, normalmente entre 100 Hz e 10.000 Hz) e um amplificador para produzir as vibrações mecânicas. Os sinais da resposta são captados por um transdutor (sensor piezoelétrico) que converte as vibrações mecânicas em voltagem de mesma frequência. Essas respostas são amplificadas e enviadas a um aparelho ou a um sistema de aquisição que indica a frequência medida. Varia-se a frequência de excitação até atingir a frequência de ressonância fundamental, ou seja, até atingir a amplitude máxima (pico) obtida no sinal.



a) Método da Ressonância Forçada - Vibração transversal.



b) Método da Ressonância de Impacto - Vibração transversal.

Figura 4.1 – Disposição esquemática dos equipamentos para ensaio da frequência de ressonância.

Para a aplicação desse método, a amostra deve possuir de preferência uma configuração prismática (tipo viga), de forma que as frequências de ressonância sejam suficientemente afastadas umas das outras. Neville (1982) descreve esse tipo de ensaio, onde o módulo dinâmico é determinado em corpos-de-prova prismáticos (segundo recomendação da BS 1881: part 5: 1970), cujas dimensões devem ser medidas com bastante precisão e podem ser: 15 cm x 15 cm x 75 cm ou 10 cm x 10 cm x 50 cm. Na Figura 4.2, são indicadas as posições dos sensores e da excitação ou impacto, de acordo com o método da frequência de ressonância, para os três modos de vibração: transversal, longitudinal e torcional.

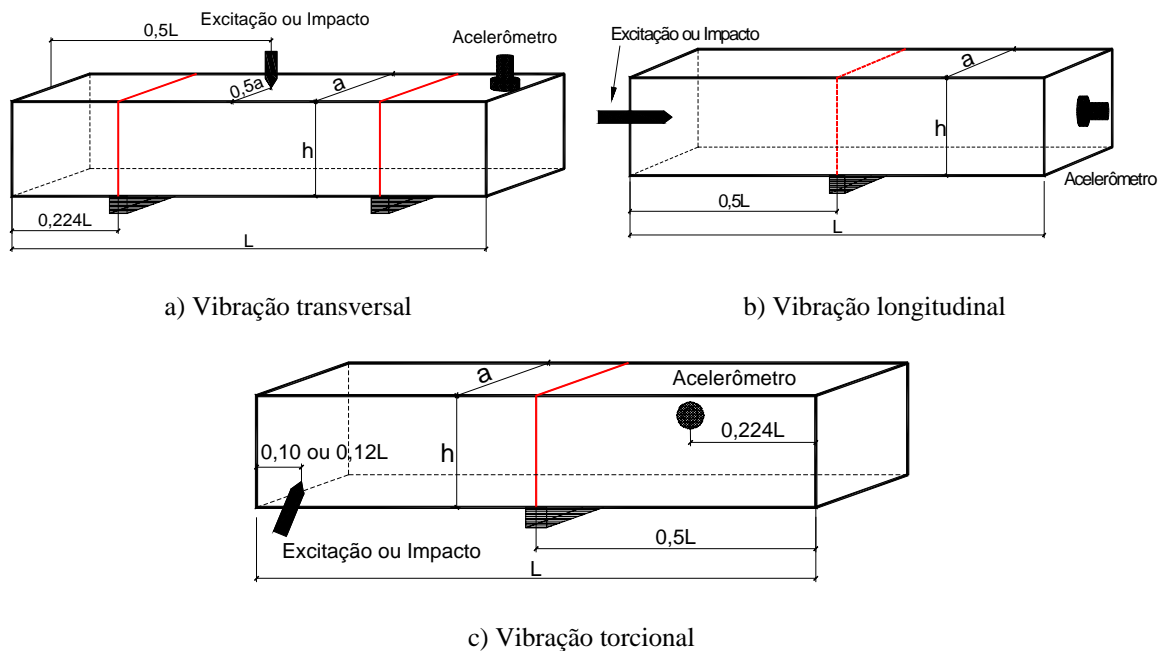


Figura 4.2 – Posição dos sensores e dos pontos de aplicação da excitação.  
Fonte: Adaptada da ASTM C-215:1991.

A norma americana ASTM C-215<sup>5</sup>:1991 padroniza os procedimentos experimentais necessários para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, do módulo de elasticidade transversal dinâmico e do coeficiente de Poisson dinâmico, pela medição das frequências fundamentais transversal, longitudinal e torcional de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Os objetivos desses ensaios são:

- detectar as variações do  $E_{c,d}$  em amostras no laboratório ou na própria estrutura, que apresentam alguma forma de deterioração;

<sup>5</sup> AMERICAN SOCIETY FOR TESTING MATERIALS (1991). *C-215-91*: Standard test method for fundamental transverse, longitudinal, and torsional frequencies of concrete specimens. Philadelphia.

- avaliar a uniformidade das propriedades do concreto da estrutura. Os resultados obtidos com este método não devem ser utilizados como parâmetro para avaliar a resistência ou para comparar com o módulo de projeto;
- perceber a influência da dosagem, mistura e moldagem do concreto e das propriedades dos materiais constituintes nos resultados dinâmicos obtidos;
- perceber que amostras de diferentes tamanhos e formas moldadas com o mesmo concreto resultam em diferentes valores de frequência de ressonância e de  $E_{c,d}$ .

Essa norma estabelece critérios e indica os equipamentos que devem ser utilizados para dois métodos de ensaios não-destrutivos. O primeiro é o método da ressonância forçada, que utiliza um excitador eletromagnético, amplificadores e um sistema de aquisição (Figura 4.1a). Varia-se a frequência de excitação até a amplitude medida alcançar o valor máximo (ressonância). O outro tipo é o método da ressonância de impacto, que consiste na utilização de um pequeno martelo de impacto, um sensor (acelerômetro piezoelétrico) e um analisador digital de sinais (Figura 4.1b). Nos dois casos, o sistema de apoios deve permitir a vibração livre da amostra, utilizando, por exemplo, borrachas macias nos pontos nodais. Esses apoios devem possuir frequência fundamental fora da faixa de frequência do material ensaiado. As amostras podem ser cilíndricas ou prismáticas, desde que a relação entre o comprimento e a maior dimensão da seção transversal seja entre 3 e 5 (valor ideal), podendo ser diferente destes valores, mas superior a 2. Segundo Malhotra (1986), as amostras que possuem essa relação muito grande ou pequena são dificilmente excitadas no modo de vibração fundamental. Para obter os diferentes modos de vibração (transversal, longitudinal e torcional), varia-se a posição tanto do excitador ou do impacto como da unidade de aquisição (Figura 4.2).

As expressões apresentadas na ASTM C-215:1991, para o cálculo dos módulos dinâmicos (de elasticidade e de elasticidade transversal), surgiram de modificações nas equações utilizadas para amostras que tem comprimento muito maior que as dimensões da seção transversal. Essas alterações foram desenvolvidas e verificadas por Pickett<sup>6</sup> (1945 apud MALHOTRA, 1986) e Spinner & Tefft<sup>7</sup> (1961 apud MALHOTRA, 1986).

---

<sup>6</sup> PICKETT, G. (1945). Equations for computing elastic constants from flexural and torsional resonant frequencies of vibration of prisms and cylinders. *Proceedings*, ASTM, v.45, p.846-863.

<sup>7</sup> SPINNER, S.; TEFFT, W.E. (1961). A method for determining mechanical resonance frequencies and for calculating elastic moduli from these frequencies. *Proceedings*, ASTM, v.61, p.1221-1238.



Para o cálculo do módulo dinâmico, utilizando a frequência fundamental transversal, a expressão indicada pela ASTM C-215:1991 é dada por:

$$E_{c,d} = C_m \cdot m \cdot f^2 \quad (\text{Equação 4.1})$$

na qual:

- $E_{c,d}$  é o módulo de elasticidade dinâmico (Pa);
- $m$  é a massa da amostra (kg);
- $f$  é a frequência fundamental transversal, obtida do ensaio (Hz);
- $C_m = 0,9464 \left( \frac{\ell^3 T}{bt^3} \right)$ , para prismas ou  $C_m = 1,6067 \left( \frac{\ell^3 T}{d^4} \right)$ , para cilindros;
- $\ell$  é o comprimento da amostra (m);
- $d$  é o diâmetro do cilindro (m);
- $t, b$  são as dimensões da seção transversal do prisma, sendo  $t$  na direção da vibração (m);
- $T$  é um fator de correção que depende da relação entre o raio de giração ( $i$ ) e o comprimento da amostra e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ );
- $i$  é o raio de giração, dado por  $i = \frac{d}{4}$ , para cilindros e  $i = 0,2887 t$ , para prismas.

A norma apresenta uma tabela com os valores do fator de correção ( $T$ ) relativos a um coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a  $1/6$  (Tabela 4.1). Porém o módulo de elasticidade obtido por meio das expressões apresentadas sofre pouca influência do coeficiente de Poisson. Uma mudança no coeficiente de  $1/6$  (0,17) para  $1/4$  (0,25) provoca um aumento no valor do  $E_{c,d}$  menor que 2% (MALHOTRA, 1986).

Tabela 4.1 – Valores do fator de correção  $T$ <sup>8</sup>. Fonte: ASTM C-215:1991.

$i/\ell$	T	$i/\ell$	T	$i/\ell$	T	$i/\ell$	T
0,00	1,00	0,05	1,20	0,10	1,73	0,20	3,58
0,01	1,01	0,06	1,28	0,12	2,03	0,25	4,78
0,02	1,03	0,07	1,38	0,14	2,36	0,30	6,07
0,03	1,07	0,08	1,48	0,16	2,73	-	-
0,04	1,13	0,09	1,60	0,18	3,14	-	-

<sup>8</sup> Valores de  $T$  para o coeficiente de Poisson igual a  $1/6$ . Fonte: Pickett (1945).

Para um coeficiente de Poisson diferente de 1/6, o fator de correção ( $T'$ ) deve ser obtido com a seguinte expressão:

$$T' = T \cdot \left[ \frac{1 + (0,26 \cdot \nu + 3,22 \cdot \nu^2) \cdot i / \ell}{1 + 0,1328 \cdot i / \ell} \right] \quad (\text{Equação 4.2})$$

Utilizando a frequência fundamental longitudinal, o módulo dinâmico é obtido com seguinte expressão:

$$E_{c,d} = D_m \cdot m \cdot (f')^2 \quad (\text{Equação 4.3})$$

na qual:

- $E_{c,d}$  é o módulo de elasticidade dinâmico (Pa);
- $m$  é a massa da amostra (kg);
- $f'$  é a frequência fundamental longitudinal, obtida do ensaio (Hz);
- $D_m = 4 \left( \frac{\ell}{bt} \right)$ , para prismas ou  $D_m = 5,093 \left( \frac{\ell}{d^2} \right)$ , para cilindros;
- $\ell$  é o comprimento da amostra (m);
- $d$  é o diâmetro do cilindro (m);
- $t, b$  são as dimensões da seção transversal do prisma (m);

A norma também apresenta a expressão para o cálculo do módulo de elasticidade transversal dinâmico, que utiliza a frequência fundamental torcional:

$$G_{c,d} = B_m \cdot m \cdot (f'')^2 \quad (\text{Equação 4.4})$$

na qual:

- $G_{c,d}$  é o módulo de elasticidade transversal dinâmico (Pa);
- $m$  é a massa da amostra (kg);
- $f''$  é a frequência fundamental torcional, obtida do ensaio (Hz);
- $B_m = \frac{4\ell R}{A}$ ;
- $\ell$  é o comprimento da amostra (m);
- $A$  é a área da seção transversal da amostra (m<sup>2</sup>);
- $R$  é o fator de forma, cujo valor é:
  - $R = 1$ , para cilindro;
  - $R = 1,183$ , para prismas de seção transversal quadrada e

$$\bullet \quad R = \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \div \left[ 4 \left( \frac{a}{b} \right) - 2,52 \left( \frac{a}{b} \right)^2 + 0,21 \left( \frac{a}{b} \right)^6 \right], \text{ para prismas retangulares}$$

cujas dimensões da seção transversal são a e b, com  $a < b$ .

O coeficiente de Poisson, relação entre a deformação lateral e longitudinal de materiais isotrópicos, para amostras reduzidas e com formato regular, é dado pela expressão (2.14). Sendo os valores de E e G obtidos experimentalmente por meio de ensaios dinâmicos ( $E_{c,d}$  e  $G_{c,d}$ ), o coeficiente de Poisson também é dinâmico ( $\nu_d$ ).

As equações (4.1), (4.3) e (4.4) são idênticas às expressões já conhecidas da Dinâmica das Estruturas para sistemas contínuos com condição de contorno livre-livre, com a introdução de um fator de correção (T). Esse fator é obtido por uma formulação que envolve o coeficiente de Poisson e leva em consideração os efeitos do cisalhamento e da inércia à rotação, que são normalmente desprezados quando a relação comprimento / largura é suficientemente grande (hipótese de Euler-Bernoulli).

Apesar do uso habitual da frequência transversal para o cálculo do módulo dinâmico, Batchelder & Lewis<sup>9</sup> (1953 apud MALHOTRA, 1986) mostraram que os módulos calculados com as frequências transversal e longitudinal possuem uma boa correlação entre si, como pode ser visto na Figura 4.3, principalmente para o caso de amostras úmidas (JONES, 1957<sup>10</sup>, 1962<sup>11</sup> apud MALHOTRA, 1986).

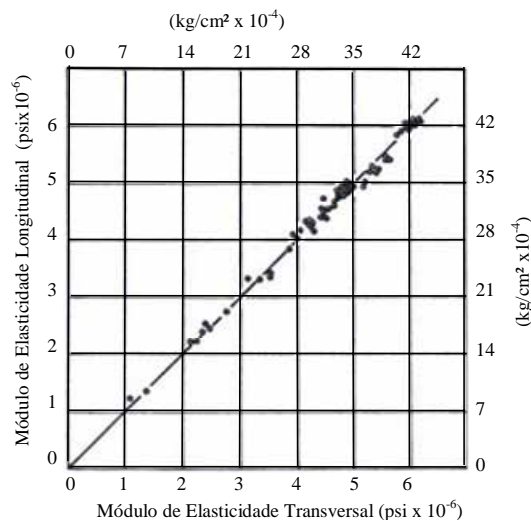


Figura 4.3 - Comparação do  $E_{c,d}$  determinado com a frequência longitudinal e a transversal.  
Fonte: Malhotra (1986, fig 5.10).

<sup>9</sup> BATCHELDER, G.M.; LEWIS, D.W. (1953). Comparison of dynamic methods of testing concretes subjected to freezing and thawing. *Proceedings*, ASTM, v.53, p.1053-1065.

<sup>10</sup> JONES, R. (1957). The effect of frequency on the dynamic modulus of damping coefficient of concrete. *Magazine of Concrete Research*, London, v.9, n° 26, p.69-72.

<sup>11</sup> JONES, R. (1962). *Non-destructive testing of concrete*. Cambridge University Press, London, p.104.

Em amostras secas, o módulo dinâmico obtido com o modo transversal de vibração é menor do que com o modo longitudinal. Na pesquisa realizada por Swamy & Rigby<sup>12</sup> (1971 apud MALHOTRA, 1986), os modos de vibração longitudinal e transversal fornecem aproximadamente os mesmos valores do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ). Já o módulo de elasticidade transversal ( $G_{c,d}$ ) tem valor em torno de 40% do módulo de elasticidade longitudinal ( $E_{c,d}$ ).

Segundo Malhotra (1986) existem algumas limitações para a utilização do método da frequência de ressonância, apesar da existência de normas que padronizam os procedimentos e equipamentos de ensaio em alguns países. Como não é desejável, nem praticável, provocar a ressonância em elementos de uma estrutura real, normalmente esse método só é utilizado em pequenas amostras no laboratório, inviabilizando a realização de ensaios na própria estrutura. O tamanho das amostras é limitado a cilindros de 15 cm x 30 cm e prismas de 7,6 cm x 7,6 cm x 30,5 cm. Outra restrição é a utilização de fatores de correção nas equações para o cálculo do módulo dinâmico, em função do formato da amostra. Outras geometrias, diferentes da cilíndrica ou da prismática, requerem a utilização de fatores muito complexos. Como os resultados de ensaios de frequência de ressonância são geralmente utilizados para calcular o módulo de elasticidade dinâmico do concreto, e resultam valores mais altos que aqueles obtidos de ensaios estáticos, o uso do módulo dinâmico na fase de projeto não pode ser recomendado. Assim como também não é ideal a estimativa da resistência à compressão ou à flexão do concreto por meio de correlações entre estas e o módulo dinâmico, sem terem sido feitos ensaios experimentais com os mesmos materiais.

No caso de amostras submetidas a ciclos de carregamento e descarregamento, Daxelhoffer<sup>13</sup> (1954 apud MALHOTRA, 1986) apresentou resultados de ensaios, onde as variações no valor do módulo, obtido pelo método da frequência de ressonância, foram medidas antes e depois dos ciclos. Concluiu-se que a intensidade de tensão no concreto, mesmo que por um curto intervalo de tempo, afeta o módulo dinâmico, que apresentou redução de 3% a 3,5% aos 28 dias.

---

<sup>12</sup> SWAMY, N.; RIGBY, G. (1971). Dynamic properties of hardened paste, mortar and concrete.

*Materials and Structures/Research and Testing*, Paris, v.4, nº 19, p.13-40.

<sup>13</sup> DAXELHOFER, J.P. (1954). Concrete anisotropy brought out by the measurement of the dynamic modulus. *Proceedings*, International Symposium on Nondestructive Testing of Materials and Structures, RILEM, Paris, v.1, p.89-97.

5.1. Generalidades

Alguns procedimentos experimentais dinâmicos e critérios adotados ou indicados em outras referências são relacionados nas tabelas seguintes. Na tabela 5.1 são apresentadas as recomendações, a respeito das dimensões dos modelos e corpos-de-prova, feitas em algumas referências já consagradas nas áreas de concreto e de ensaios não-destrutivos.

Tabela 5.1 – Pesquisas experimentais com métodos dinâmicos.

Autor(es)	Ano	Propriedades da amostra			Propriedades do ensaio	
		Material	Seção transversal (cm)	Comprimento (cm)	Condições de contorno	Excitação
Powers	1938	concreto	5,1 x 5,1	24,1	-	martelo
Malhotra	1986	concreto	φ 15,2	30,5	Os procedimentos da ASTM C-215 são recomendados.	
Malhotra	1986	concreto	7,6 x 7,6	30,5		
Malhotra	1986	concreto	15,2 x 15,2	71		
Malhotra	1986	concreto	10,2 x 10,2	51		
Neville	1982	concreto	15 x 15	75		
Neville	1982	concreto	10 x 10	50		

Na tabela 5.2, são relacionadas algumas das pesquisas realizadas para a determinação das propriedades dos materiais por meio de ensaios experimentais dinâmicos. Pesquisas relacionadas à detecção do dano estrutural pela análise das alterações nas propriedades dinâmicas são variadas. Salawu (1997) fez uma síntese de inúmeras referências estrangeiras, a respeito da aplicação de métodos dinâmicos para avaliação da integridade estrutural.

Na tabela 5.3, são apresentados alguns detalhes do trabalho experimental conduzido por Genovese et al. (2000), no Brasil, e também por Ndambi et al.(2000) sobre a investigação dos métodos experimentais dinâmicos.

Na tabela 5.4 são apresentadas as pesquisas experimentais realizadas com o objetivo de analisar a rigidez à flexão de elementos de concreto armado e compará-la ao grau de fissuração do concreto.

Na tabela 5.5 são citados alguns ensaios experimentais dinâmicos realizados em estruturas reais.

Tabela 5.2 – Pesquisas experimentais para determinação das propriedades dos materiais.

Autor(es)	Ano	Descrição dos elementos e dos procedimentos de ensaio
LOCHNER & KEET	1955	<p>Elementos: barras com dimensões 2,5 cm x 2,5 cm x 28 cm ou 10 cm x 10 cm x 50 cm, apoiadas nos pontos nodais.</p> <p>Local: África do Sul.</p> <p>Objetivo: Descrição do método para medir a frequência natural e o módulo de elasticidade dinâmico.</p> <p>Metodologia: Ensaio dinâmico de vibração livre.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Ressonador de Helmholtz, estetoscópio, martelo comum.</p> <p>Outros dados: faixa de frequência 550 Hz a 1700 Hz.</p>
WALLACE & BERT	1979	<p>Elementos: barra de seção transversal retangular (fibras Kevlar), com dimensões 3,33 cm x 0,79 cm x 62,5 cm, fixada ao excitador pelo centro.</p> <p>Local: Oklahoma, EUA.</p> <p>Objetivo: Medir de forma direta o módulo de elasticidade dinâmico e fatores de amortecimento de um material composto.</p> <p>Metodologia: Ensaio dinâmico de vibração forçada (senoidal).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Excitador eletrodinâmico, extensômetro de resistência elétrica, osciloscópio e voltímetro.</p>
HAM & KIM	2004	<p>Elementos: corpos-de-prova cilíndricos de concreto 10 cm x 20 cm, com topos retificados.</p> <p>Local: Coréia.</p> <p>Objetivo: Investigar o efeito do tipo de cimento, fator a/c, temperatura de cura e idade nas relações entre os módulos de elasticidade dinâmico e estático ou entre o módulo dinâmico e a resistência à compressão.</p> <p>Metodologia: Método de impacto (<i>Impact-echo Method</i>), para medir a frequência de ressonância. Ensaios estáticos usuais para determinação do módulo de elasticidade e da resistência à compressão.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Extensômetro de resistência elétrica, sistema 4000 de aquisição de dados (ensaios estáticos); Esfera de aço de 8 mm, como fonte de impacto, acelerômetro, analisador de sinais (ensaios dinâmicos).</p> <p>Outros dados: foi medida a velocidade da onda periódica entre o topo e a base do cilindro.</p>
NÓBREGA	2004	<p>Elementos: viga de concreto armado, com dimensões 8 cm x 18 cm x 150 cm; condições de contorno: livre-livre, apoiada sobre molas.</p> <p>Local: EESC, Universidade de São Paulo, Brasil.</p> <p>Objetivo: Determinar o módulo de elasticidade dinâmico do concreto pelo método de impacto, entre outros.</p> <p>Metodologia: Ensaio dinâmico de vibrações livres, provocadas pelo impacto de um martelo. Obtenção da frequência natural e do módulo dinâmico. Ensaios estáticos usuais foram realizados para a determinação do módulo de elasticidade estático.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Martelo de impacto, sistema ACE de aquisição de dados, acelerômetro piezoelétrico.</p>

Tabela 5.3 – Pesquisas experimentais relacionadas à detecção de dano e à investigação dos métodos.

Autor(es)	Ano	Descrição dos elementos e dos procedimentos de ensaio
GENOVESE et al.	2000	<p>Elementos: 8 vigas metálicas de aço laminado de 4", de seção transversal I, comprimento = 2 m, com diferentes porcentagens de dano (redução da seção em determinados pontos), <math>E = 210</math> GPa e <math>\nu = 0,29</math>. Condição de contorno: livre-livre, utilizando esponjas de alta densidade.</p> <p>Local do ensaio: Universidade de Brasília, Brasil.</p> <p>Objetivo: Localizar e quantificar o dano em estruturas, pela mudança nas suas características dinâmicas.</p> <p>Metodologia: Ensaios dinâmicos de vibrações livres por impacto, em vários pontos previamente determinados da estrutura.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Acelerômetro, martelo de impacto, analisador de sinais de dois canais.</p>
NDAMBI et al.	2000	<p>Elementos: Vigas de concreto armado (3), dimensões: 25 cm x 20 cm x 600 cm, taxa de armadura = 1,4%</p> <p>Local do ensaio: Bélgica.</p> <p>Objetivo: Aplicar diferentes técnicas experimentais para obter os parâmetros modais da estrutura.</p> <p>Metodologia: Ensaios dinâmicos de vibrações livres, com vigas suspensas pelos pontos nodais, simulando a condição livre-livre.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Martelo de impacto (sensibilidade de <math>\pm 0,7</math> mV/lb, com ponta rígida, resolução de frequência = 1,17 Hz), excitador eletromagnético (sensibilidade do sensor de força de <math>\pm 52</math> mV/lb, sinal pseudo-random ou swept-sine), acelerômetros (sensibilidade de <math>\pm 100</math> mV/g).</p> <p>Outros dados: dois conjuntos de 31 pontos medidos, janela de amostragem pseudo-random, frequência de amostragem = 6000 Hz, faixa de frequência 0 a 1000 Hz, média de 10 sinais (excitador) e de 4 sinais (martelo de impacto).</p> <p>Sinal pseudo-random: faixa de frequência 0 a 500 Hz, linha do espectro 800, resolução 0,625 Hz, máx. amplitude <math>\pm 13</math> N</p> <p>Sinal swept-sine: faixa de frequência 0 a 1000 Hz, linha do espectro 16384, resolução 0,196 Hz, máx. amplitude <math>\pm 23</math> N</p>



Tabela 5.4 – Pesquisas experimentais – Rigidez de elementos de concreto armado.

Autor(es)	Ano	Descrição dos elementos e dos procedimentos de ensaio
PENNER & FUSCO	1997	<p>Elementos: Pilar de concreto armado, dimensões: 15 cm x 15 cm x 150 cm ; <math>\lambda = 69</math>. Condição de contorno: engaste-livre (balanço).</p> <p>Local do ensaio: Universidade de São Paulo, Brasil.</p> <p>Objetivo: Avaliar a redução do produto de rigidez EI de pilares em balanço submetidos à flexão composta normal e a vibrações livres.</p> <p>Metodologia: Ensaios estáticos de flexão simples e de flexão composta normal (cíclicos) e ensaios dinâmicos de vibrações livres intercalados aos incrementos do carregamento estático (4 etapas).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador hidráulico, relógio comparador, extensômetros de resistência elétrica.</p> <p>Elementos: Vigas de concreto armado (2), dimensões: 10cm x 10cm x 160cm, taxa de armadura = 1% e 3,7%, <math>f_c = 32,8</math> MPa e 25,5 MPa, condição de contorno: engaste-livre (balanço).</p> <p>Local do ensaio: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.</p> <p>Objetivo: Avaliar a redução da rigidez efetiva de vigas de concreto armado em balanço, em função do grau de fissuração.</p> <p>Metodologia: Ensaios quase-estáticos de flexão simples (cíclicos) e ensaios dinâmicos de vibrações livres intercalados aos incrementos do carregamento estático (em 6 etapas).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador hidráulico, célula de carga, transdutor de deslocamentos, extensômetros de resistência elétrica, sistema de aquisição de dados, martelo de borracha (para provocar excitação).</p> <p>Elementos: Viga de concreto armado, dimensões: 25 cm x 6 cm x 120 cm ; <math>f_c = 33</math> MPa; <math>E_{c,d} = 37</math> GPa; <math>\nu = 0,23</math>.</p> <p>Local do ensaio: Bélgica.</p> <p>Objetivo: Quantificar a não-linearidade do concreto em função do dano. Aplicar técnicas lineares e não-lineares, comparando com a perda de rigidez à flexão.</p> <p>Metodologia: Ensaio estático de flexão (4 pontos) e ensaios dinâmicos intercalados aos incrementos do carregamento estático (5 etapas). Vigas apoiadas sobre molas.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Máquina de ensaio universal, extensômetros colados, LVDTs; Excitador eletromagnético, vibrômetro a laser (para captar as respostas).</p> <p>Outros dados: sinais gerados - pseudorandom e multisine, resolução de 1cm nas leituras, dois conjuntos de 121 pontos, filtro = 1040 Hz.</p> <p>Elementos: Viga de concreto armado, dimensões: 10 cm x 10 cm x 110 cm ; <math>f_c = 10,5</math> MPa.</p> <p>Local do ensaio: CEFET, Paraná, Brasil.</p> <p>Objetivo: Avaliar a rigidez efetiva de vigas de concreto armado, a partir de ensaios dinâmicos, em conjunto com a análise modal.</p> <p>Metodologia: Ensaios quase-estáticos da viga em balanço (engaste-livre) e ensaios dinâmicos de vibrações livres, intercalados aos incrementos do carregamento estático.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador, célula de carga, extensômetros elétricos, LVDT; Acelerômetro.</p> <p>Elementos: Vigas de concreto armado (2), dimensões: 25 cm x 20 cm x 600 cm.</p> <p>Local do ensaio: Bélgica.</p> <p>Objetivo: Avaliar a relação entre as alterações nas propriedades dinâmicas e o processo de fissuração progressiva.</p> <p>Metodologia: Ensaios estáticos de flexão (3 ou 4 pontos) para provocar fissuração em várias etapas, com vigas simplesmente apoiadas. Ensaios dinâmicos de vibrações livres, intercalados aos incrementos do carregamento estático, com vigas suspensas pelos pontos nodais (condição livre-livre).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador. Excitador eletromagnético, acelerômetros.</p> <p>Outros dados: dois conjuntos de 31 pontos medidos, janela de amostragem pseudo-random.</p>
ALVIM	1997	
ABEELE & VISSCHER	2000	
BELO & PENNER	2002	
NDAMBI et al.	2002	

Tabela 5.5 – Ensaio dinâmicos realizados em estrutura reais.

Autor(es)	Ano	Descrição dos elementos e dos procedimentos de ensaio
KATO & SHIMADA	1986	<p>Elementos: Ponte de concreto protendido, com formato <math>\pi</math> e elementos diagonais. Seção transversal: 35,40 m; <math>f_c = 51,6</math> MPa; <math>E_c = 26,5</math> GPa.</p> <p>Local do ensaio: Japão</p> <p>Objetivo: Analisar as alterações das propriedades dinâmicas durante a ruptura da ponte. Comparar com a análise numérica.</p> <p>Metodologia: Ensaio estáticos em 6 etapas e ensaio dinâmicos com excitação natural (ambiente).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Macacos hidráulicos, transdutores de velocidade</p>
SALANE & BALDWIN JR.	1990	<p>Elementos: Modelo de ponte de um vão, largura 1,52 m e comprimento 9,45 m (laboratório) e ponte de uma rodovia de três vãos, largura 7,32 m, comprimento 72,4 m (real).</p> <p>Local do ensaio: Missouri, EUA.</p> <p>Objetivo: Determinar experimentalmente a rigidez e o amortecimento. Analisar as alterações desses parâmetros e relacioná-las com a deterioração.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador eletro-hidráulico (25 kN, no laboratório e 89 kN, na estrutura real), acelerômetros.</p> <p>Outros dados: aceleração máxima = 0,16 g, 14 posições de medida (laboratório), 22 posições (real), frequência de amostragem 100 Hz.</p>
SOHN & LAW	1998	<p>Elementos: Pilares de pontes (2), com diâmetro de 91,4 cm e altura igual a 3,45 m.</p> <p>Local do ensaio: Universidade da California, Irvine, EUA e Los Alamos National Laboratory (LANL).</p> <p>Objetivo: Realizar análise modal e detecção de dano, validar um método para detecção de dano (Bayesian).</p> <p>Metodologia: Ensaio estáticos cíclicos e ensaio dinâmicos intercalados aos incrementos de carregamento (em 5 etapas).</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Atuador hidráulico; Excitador eletromagnético, 40 acelerômetros (sensibilidade 100 mV/g e 1 V/g).</p> <p>Dados do sistema de aquisição: intervalo de frequência 0 a 400 Hz; média = 30; amostragem = 2048; resolução de frequência: 0,5 Hz.</p>
JACOBS & DE ROECK	2003	<p>Elementos: Viga de concreto protendido. Condição de contorno: livre-livre sobre almofadas.</p> <p>Local do ensaio: Bélgica.</p> <p>Objetivo: Detecção de dano por meio das alterações nas propriedades dinâmicas. Utilizar sensores de fibra óptica para medir deformações dinâmicas.</p> <p>Metodologia: Ensaio estáticos para provocar danificação em várias etapas e ensaio dinâmicos de vibrações livres.</p> <p>Equipamentos e instrumentos: Excitação provocada pela queda livre de uma massa de 115 kg, acelerômetros (sensibilidade 100 mV/g), sensores de fibra ótica (para medir deformações dinâmicas).</p> <p>Dados gerais: filtro de 120 Hz, sistema de aquisição c/ 16 canais, médias de 7 ou 8 impactos/aquisição, frequência de amostragem: 256 Hz.</p>

Dentre todos os experimentos citados anteriormente, foram observadas as dimensões dos modelos e os procedimentos daqueles que tratavam, principalmente, da análise da rigidez do elemento de concreto e da determinação das propriedades dinâmicas em função do grau de fissuração. Contudo, o estudo dos outros casos contribuiu para o entendimento dos métodos dinâmicos e o esclarecimento de alguns pontos importantes da experimentação. A partir desses dados, foram definidos os métodos e as etapas dos ensaios no intuito de analisar o módulo de elasticidade do material, a rigidez de elementos simples e as variáveis que interferem no seu comportamento.

O programa experimental consistiu na realização de ensaios estáticos e dinâmicos. Os ensaios estáticos foram utilizados como referência para os resultados obtidos com os ensaios dinâmicos, pois os corpos-de-prova e procedimentos estáticos já são padronizados e realizados com bastante frequência, tanto em laboratórios como nas estruturas reais.

As etapas do programa experimental desta pesquisa foram as seguintes:

- ensaios-piloto para investigação e verificação do funcionamento dos sistemas de aquisição de dados e dos instrumentos (acelerômetros e extensômetros), para a realização de ensaios dinâmicos no Laboratório de Estruturas (LE);
- ensaios-piloto para determinação das dimensões ideais do modelo, avaliação do método de ensaio proposto e estabelecimento do procedimento de aplicação do carregamento. Esses estudos foram realizados com prismas e cilindros;
- ensaios dos modelos definidos a partir dos ensaios piloto (prismas de concreto simples) para a determinação do módulo de elasticidade do material, utilizando métodos estáticos e dinâmicos, e para a avaliação da influência da idade, da resistência do concreto, da intensidade de fissuração e do formato do corpo-de-prova na relação entre os módulos;
- ensaios dinâmicos e estáticos de flexão simples de vigas de concreto armado de tamanho reduzido, para análise da variação dos parâmetros modais e da rigidez (EI) com o aumento da fissuração, ao longo da aplicação de incrementos do carregamento estático.

A descrição de todos os equipamentos e máquinas utilizados nos ensaios experimentais é apresentada no Apêndice A.

As recomendações das normas NBR 5738:1994<sup>1</sup> e NBR 5739:1994<sup>2</sup> foram atendidas quanto à moldagem e cura dos corpos-de-prova e quanto aos ensaios de compressão, respectivamente. Para a determinação do módulo de elasticidade estático, somente algumas prescrições da NBR 8522:1984 foram adotadas, como por exemplo: número, formato, armazenamento e preparo dos corpos-de-prova, aparelhagem de ensaio e ajuste na máquina. Para a leitura das deformações não foi escolhido um plano de carga específico, já que o sistema de aquisição utilizado registra as medidas automaticamente.

## 5.2. Estudo do sistema de aquisição de dados e dos sensores

O estudo do *Sistema 6000* da *Vishay Measurements Group*<sup>3</sup> consistiu na análise da viabilidade dos ensaios dinâmicos, propostos nessa pesquisa, serem realizados no LE e na verificação dos limites de sensibilidade do equipamento para a utilização de alguns tipos de sensores, tais como: extensômetros elétricos de resistência, acelerômetros piezoelétricos e resistivos e transdutores de deslocamentos (LVDT). Além disso, o estudo piloto serviu para a identificação e análise da variação dos parâmetros de ensaio próprios do sistema, tais como: janela e número de pontos de amostragem, ganho, tipo de redução, tamanho do espectro, etc.

Ensaio simples com barras metálicas foram realizados tanto no LE como no Laboratório de Dinâmica (LabDin) do Departamento de Engenharia Mecânica da EESC, com o objetivo de fazer um estudo comparativo dos resultados, utilizando diferentes sistemas de aquisição. No LabDin, os dados foram obtidos pelo analisador espectral “*Tektronix*”<sup>4</sup> e, no LE, pelo *Sistema 6000*. As barras foram instrumentadas com extensômetros elétricos de resistência colados e com acelerômetro piezoelétrico. A proximidade dos valores da frequência natural obtidos nos dois laboratórios garante a validade dos resultados do *Sistema 6000* para ensaios dinâmicos.

Outros ensaios piloto são descritos a seguir com maiores detalhes.

---

<sup>1</sup> ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NBR 5738:1994** – Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro.

<sup>2</sup> ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). **NBR 5739:1994** – Concreto – Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro.

<sup>3</sup> Sistema para aquisição de dados para extensometria, marca Vishay Measurements Group, modelo System 6000.

<sup>4</sup> Analisador espectral de quatro canais da marca Tektronix, modelo 2630.

### 5.2.1. Ensaio piloto com vigas de concreto armado

Para investigar o comportamento do concreto por meio de ensaios dinâmicos, foram moldadas duas vigas de concreto armado, de tamanho reduzido, com diferentes dimensões. Nessa etapa as variáveis analisadas foram: as dimensões dos modelos, o desenvolvimento do módulo de elasticidade dinâmico com a idade e a redução da rigidez com o aumento do carregamento.

#### 5.2.1.1. Descrição dos modelos

Foram utilizadas fôrmas de madeira para as vigas e metálicas para os corpos-de-prova cilíndricos. Como o volume de concreto utilizado na moldagem dessas vigas foi muito pequeno, utilizou-se concreto usinado, adquirido para outra pesquisa em desenvolvimento no LE. A resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) estimada era de 20 MPa e o módulo de elasticidade ( $E_c$ ) em torno de 35 GPa. Além das vigas, foram moldados nove corpos-de-prova cilíndricos, com dimensões 10 cm x 20 cm, para a determinação do módulo de elasticidade estático. A desforma foi feita 24h após a moldagem e os elementos curados em câmara úmida até a data de realização do primeiro ensaio. As propriedades das vigas são apresentadas na tabela 5.6:

Tabela 5.6 – Propriedades das vigas de concreto armado.

Viga	Largura (cm)	Altura (cm)	Comprimento (cm)	Relação vão / altura	Massa (kg)	Armadura
Viga 1	20,5	5,0	76,3	15,3	19,48	Utilizadas faixas de tela soldada $\phi = 4,2\text{mm}$
Viga 2	11,7	4,5	90,3	20,1	12,15	4 barras longitudinais $\phi 5$ e estribos de $\phi 5\text{mm}$

Os valores de frequência natural das vigas foram estimados analiticamente por meio da expressão (3.22), relativa a sistemas contínuos livre-livre, para os três primeiros modos de vibração, e são apresentados na tabela 5.7:

Tabela 5.7 – Frequências naturais estimadas das vigas.

Viga	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (Hz)	$f_3$ (Hz)
Viga 1	169,13	465,87	913,62
Viga 2	267,68	737,31	1445,95

Os corpos-de-prova cilíndricos tiveram os topos regularizados com capeamento de enxofre, enquanto nas vigas foram colados extensômetros de resistência elétrica (dois na viga 1 e um na viga 2). O posicionamento dos extensômetros foi baseado nos modos de vibração para um sistema com condições de contorno livre-livre, ou seja, os sensores foram fixados em pontos que favorecem uma melhor definição das propriedades dinâmicas. No centro da viga, tem-se a maior amplitude do primeiro modo de vibração (e nula no segundo) e a  $1/3$  do comprimento ( $\ell$ ) tem-se uma posição adequada para medidas no primeiro e no segundo modo. Uma representação esquemática da posição dos extensômetros é indicada na Figura 5.1.

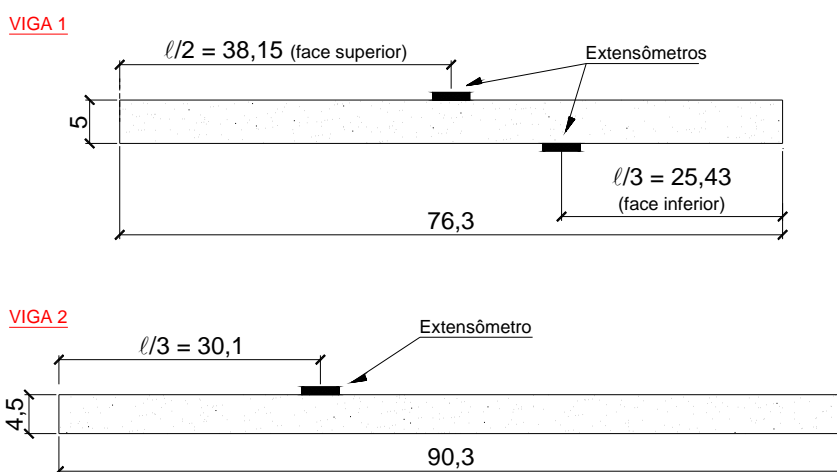


Figura 5.1 – Vista lateral das vigas, com indicação da posição dos extensômetros (em cm).

### 5.2.1.2. Descrição dos ensaios

#### ➤ Ensaios estáticos:

A determinação do módulo de elasticidade estático do concreto foi feita por meio de ensaios simples de compressão uniaxial em corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm, aos 14, 28 e 56 dias, utilizando a média dos resultados de três amostras em cada idade. Os ensaios foram feitos na máquina ELE e utilizados dois extensômetros removíveis<sup>5</sup> com base de 10 cm, fixados ao corpo-de-prova por meio de elásticos, em posições diametralmente opostas, como mostrado na Figura 5.2. Os deslocamentos foram medidos a cada 5 kN de força aplicada. O valor da força era mostrado no visor

<sup>5</sup> Extensômetro removível é o nome dado a um tipo de transdutor de deslocamento a base de extensômetro elétrico de resistência. Ver detalhes no Apêndice A.

da máquina, enquanto os deslocamentos eram gravados no computador (“*laptop*”) conectado ao *Sistema 5000* e este aos extensômetros (Figura 5.3). A velocidade de aplicação da força foi de 0,20 kN/s.



Figura 5.2 – Disposição dos extensômetros removíveis.



Figura 5.3 – Máquina de compressão, *Sistema 5000* e computador para aquisição de dados.

➤ Ensaios dinâmicos:

Os ensaios dinâmicos foram realizados com o *Sistema 6000* acoplado a um computador, como é mostrado no esquema da Figura 5.4 e na ilustração da Figura 5.5. As vigas foram previamente instrumentadas com extensômetros elétricos de resistência (Figura 5.6).

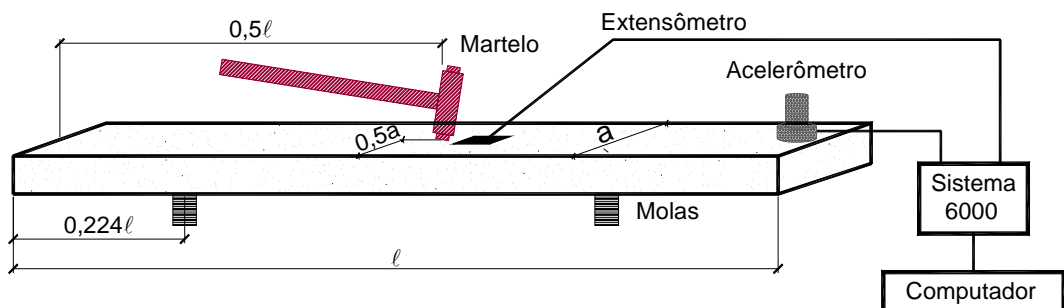


Figura 5.4– Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Vigas.

O método empregado consistiu na obtenção da frequência natural do elemento submetido à vibração livre. A condição de contorno utilizada nos ensaios foi a livre-livre, pois é pressuposto que o resultado obtido esteja livre da interferência dos apoios.



Para obter essa condição (livre nos extremos), foram utilizadas quatro molas de baixa rigidez que conduziu a um valor previsto de frequência de corpo rígido igual a 16,55 Hz, que equivale a menos de 10% do valor da primeira frequência natural das duas vigas, e seria a taxa ideal para simular a condição desejada. Nesses ensaios, a posição das molas não provocou interferência nos resultados, mas a norma americana ASTM C-215:1991 recomenda a disposição mostrada na Figura 5.4.



Figura 5.5– Sistema 6000 e computador para aquisição de dados.



Figura 5.6 – Vigas de concreto armado instrumentadas com extensômetros colados e acelerômetro.

A excitação foi provocada por impacto de um martelo de borracha e, em alguns casos, de um martelo com ponta metálica. A resposta do sinal foi obtida por meio dos extensômetros e do acelerômetro piezoelétrico instalado na extremidade da viga, com cera de abelha. Os ensaios dinâmicos foram realizados com as duas vigas aos 14, 28 e 56 dias, variando o tipo e a ponta do martelo e a quantidade de impactos. Alguns dos parâmetros adotados no sistema de aquisição foram: janela para redução dos dados do tipo “*hanning*” e em poucos casos a janela retangular; filtro máximo permitido igual a 4 kHz e em poucos casos 2 kHz; ganho igual a 1; tamanho do espectro igual a 32.678 (maior valor possível no sistema).

Aos 56 dias, a viga 1 foi submetida a um carregamento estático de flexão (ensaio de quatro pontos) até a ruptura, conforme o esquema mostrado nas figuras a seguir.





Figura 5.7 – Equipamentos para carregamento à flexão da viga 1.



Figura 5.8 – Detalhes da viga 1 – Ensaio à flexão.

O aparato utilizado nesta etapa consistiu de: um pórtico de reação, dispositivo para flexão de quatro pontos da máquina ELE, um cilindro hidráulico, uma célula de carga e um transdutor para controle da força aplicada. Os valores de frequência natural da viga no estado íntegro e após o momento último foram obtidos por meio de ensaios dinâmicos realizados conforme descrição anterior. Para atingir o momento de fissuração (0,32 kN.m), a força aplicada foi de 5,06 kN e para o momento último (0,45 kN.m), a força necessária foi de 7,20 kN.

A viga 2 foi submersa em água durante um período de 24 horas, na idade de 48 dias, com o intuito de verificar se a variação do estado de umidade da peça causa alguma mudança nos resultados dos ensaios para o módulo dinâmico. Pois como a umidade exerce grande influência nas interações da zona de transição do concreto, o módulo de elasticidade estático pode ter valor maior se comparado ao valor do módulo da amostra no estado seco.

### 5.2.1.3. Resultados:

#### ➤ Ensaios estáticos:

A deformação foi obtida com a média dos deslocamentos dos dois extensômetros e a tensão determinada a partir do valor da força empregada dividida pela área da seção transversal do corpo-de-prova. Com esses valores foram traçados os diagramas tensão-deformação para cada amostra e determinado o módulo de elasticidade secante correspondente, dado pela inclinação da reta definida do ponto de tensão equivalente a

força de 10 kN (primeiro valor de força obtido nestes ensaios) ao ponto do diagrama que corresponde a aproximadamente 40% da tensão última. Os valores médios do módulo de elasticidade ( $E_{c,médio}$ ) e da resistência à compressão ( $f_{c,média}$ ) obtidos com os ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos são apresentados na tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Resultados dos ensaios estáticos – Corpos-de-prova cilíndricos.

Data do ensaio	Idade (dias)	$E_{c,médio}$ (MPa)	$f_{c,média}$ (MPa)
2/mar	14	22.670,67	22,44
16/mar	28	22.728,00	27,69
13/abr	56	21.232,67	27,51

É observada uma redução de 6,6% no valor do módulo estático aos 56 dias, que pode ter acontecido por alguma irregularidade na realização do ensaio ou pela secagem do corpo-de-prova que fora retirado da câmara úmida aos 14 dias de idade.

► Ensaios dinâmicos:

Dos resultados experimentais, pode-se constatar que houve grande variação do valor da frequência natural para uma mesma viga em diferentes idades, mantidas as mesmas condições de ensaio e parâmetros do sistema. Percebeu-se inclusive uma redução mais intensa deste valor para a viga 2, que possui uma menor seção transversal. As tabelas 5.9 e 5.10 apresentam os valores de frequência natural do primeiro modo de vibração com os respectivos valores do módulo de elasticidade dinâmico, obtidos com o acelerômetro e com os extensômetros, para a viga 1 e viga 2, respectivamente. Observa-se que para as duas vigas os valores de frequência do primeiro modo foram menores que os valores estimados (tabela 5.7). O valor do módulo dinâmico foi determinado a partir da expressão (4.1) dada pela ASTM C-215: 1991, utilizando o fator de correção  $T = 1,028$ , para a viga 1 e  $T = 1,018$  para a viga 2, calculados em função da geometria das vigas.

Tabela 5.9 - Frequência natural do 1º modo e módulo de elasticidade dinâmico – Viga 1.

Idade (dias)	$f_1$ (Hz)			$E_{c,d}$ (MPa)		
	Aceler.	Extens. 1	Extens. 2	Aceler.	Extens. 1	Extens. 2
14	258,33	258,20	255,00	21.757,35	21.734,95	21.199,55
28	260,08	259,00	259,25	22.051,77	21.869,85	21.912,09
56 (íntegra)	212,50	211,00	-	14.721,91	14.514,80	-
56 (rompida)	189,00	187,50	-	11.645,81	11.461,69	-

Tabela 5.10 - Frequência natural do 1º modo e módulo de elasticidade dinâmico – Viga 2.

Idade (dias)	$f_1$ (Hz)		$E_{c,d}$ (MPa)	
	Aceler.	Extens.	Aceler.	Extens.
14	145,67	144,67	17.155,04	16.927,33
28	134,63	135,00	14.653,29	14.733,94
48 (seca)	124,00	124,50	12.430,68	12.531,13
49 (úmida)	118,67	-	11.385,01	-
56	124,73	-	12.577,47	-

Como podem ser verificados acima, os valores encontrados com os dois tipos de sensores foram bastante próximos, o que aconteceu para todos os modos de vibração. Porém no espectro resultante das medidas com os extensômetros, nem sempre foi possível determinar com exatidão o valor da frequência do 1º modo, e principalmente no caso dos modos mais altos, as frequências ( $f_2$  e  $f_3$ ) eram identificadas como uma faixa de ressonância e não como um pico.

Ocorreu uma redução do módulo de elasticidade dinâmico com a idade para as duas vigas e uma queda mais significativa no carregamento último para a viga 1, que foi levada à ruptura. A Figura 5.9 e Figura 5.10 ilustram o comportamento do módulo de elasticidade ao longo do tempo e na ruptura, para os três sensores, e o valor da redução do módulo, para cada idade, em relação ao primeiro valor obtido aos 14 dias.

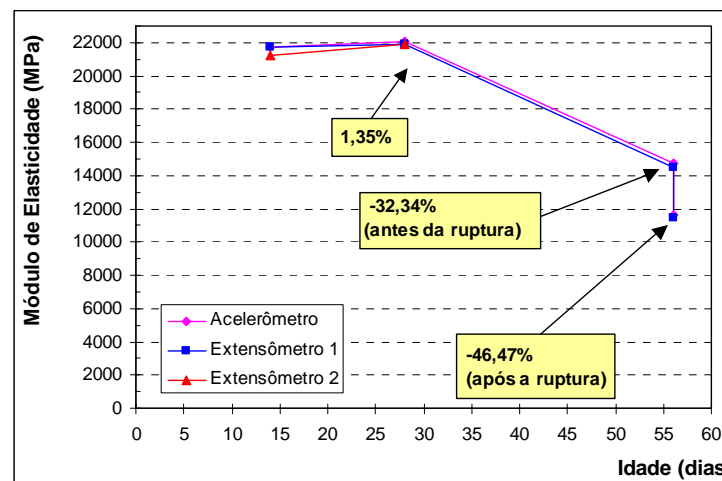


Figura 5.9 – Comportamento do  $E_{c,d}$  ao longo do tempo até a ruptura – Viga 1.

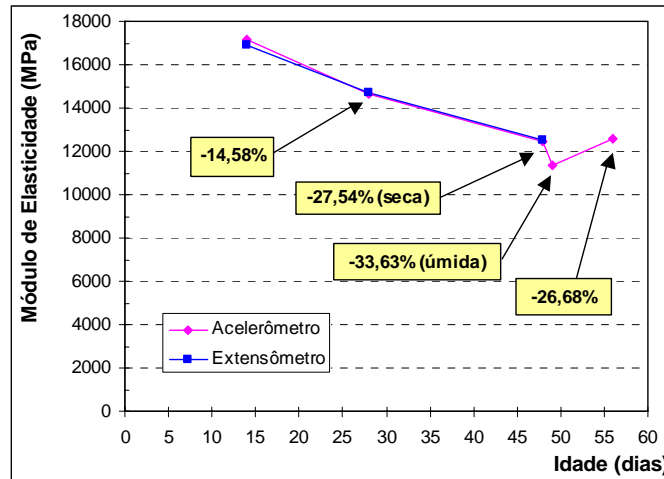


Figura 5.10 – Comportamento do  $E_{c,d}$  ao longo do tempo – Viga 2.

Em relação à mudança do estado de umidade provocada na viga 2 (seco para úmido) houve uma redução de aproximadamente 4,3% no valor da frequência natural e 8,4% no valor do módulo dinâmico, após 24h. Essa redução também pode ser visualizada na Figura 5.10, entre as idades de 48 e 49 dias. Tal fato é explicado por Neville (1982, p.346), quando cita que “geralmente ocorre o contrário com os módulos dinâmicos”, ou seja, no estado úmido o módulo é menor que no estado seco.

Em relação aos ensaios das vigas, também se observa uma discrepância entre os valores experimentais dos módulos estático e dinâmico. Geralmente o módulo dinâmico é maior que o estático cerca de 20%, 30% ou até 40%, variando de acordo com a resistência. Nesse estudo ocorreu o contrário para as duas vigas ensaiadas, como pode ser visto na Figura 5.11. Para essa comparação foi utilizado o módulo obtido com a primeira frequência natural medida com o acelerômetro. Os módulos dinâmicos representavam apenas 96%, 97% e 93% do módulo estático para a viga 1, e 76%, 65% e 59% para a viga 2, nas idades de 14, 28 e 56 dias, respectivamente. Nota-se também uma queda no valor din do módulo estático com a idade.

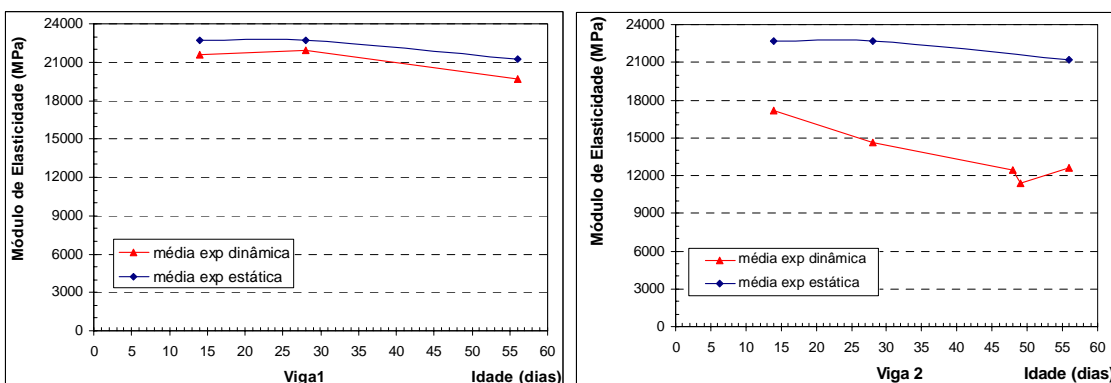


Figura 5.11 – Módulos de elasticidade estático e dinâmico das vigas ao longo do tempo.

#### 5.2.1.4. Análise dos resultados

- A utilização de equipamentos ou máquinas que não controlam a deformação do concreto não garante confiabilidade nos resultados, podendo ocorrer distorções nos valores do  $E_c$  estático. Nestes ensaios, a força era indicada pela máquina, enquanto os deslocamentos gravados pelo operador;
- As medidas dinâmicas efetuadas com os extensômetros são mais precisas para baixas frequências e são próximas às medidas obtidas com o acelerômetro;
- A redução do  $E_{c,d}$  com a idade pode ser atribuída a um aumento na microfissuração interna do concreto, por causa da secagem dos modelos, que permaneceram fora da câmara úmida desde a realização do primeiro ensaio. O aumento da microfissuração aliado aos impactos provocados durante a realização dos ensaios dinâmicos, considerando que as alturas das vigas eram pequenas, podem ter causado a redução do valor do módulo dinâmico;
- A presença da água na viga 2 (que ficou submersa por 24h) pode ter aumentado o amortecimento da peça durante o ensaio de vibração livre, diminuindo a frequência natural da viga. Esse fato pode justificar a afirmação de que o  $E_{c,d}$  de amostras úmidas é menor que o  $E_{c,d}$  de amostras secas;
- A grande redução da frequência da viga após a ruptura, que indica a queda de rigidez, já era esperada;
- Da análise das variáveis – número e posição do impacto, ponta do martelo (borracha ou metálica) e tipo de janela para redução – foi possível perceber que as diferenças encontradas para cada situação não estavam relacionadas com o valor da frequência, e sim com o aspecto do gráfico e a quantidade de ruído;

### 5.3. Estudo das dimensões ideais do modelo e dos métodos de ensaio

Como não há uma padronização de dimensões e formatos das amostras a serem utilizadas nos ensaios dinâmicos para a determinação do módulo de elasticidade, foram ensaiados os cilindros e prismas usualmente utilizados nos ensaios estáticos. O objetivo era avaliar a possibilidade de obter o valor da primeira frequência natural desses modelos com o *Sistema 6000*.

### 5.3.1. Estudo do cilindro 15 cm x 30 cm

Foi utilizado um cilindro de concreto de 15 cm x 30 cm na tentativa de obter a frequência longitudinal. Não foi realizada nenhuma medida no sentido transversal, pois havia dificuldade em conseguir uma fixação adequada do acelerômetro. O corpo-de-prova já existia no LE e a resistência e o módulo de elasticidade do concreto não eram conhecidos. O cilindro foi suspenso por tiras de borrachas e submetido a impactos de um martelo metálico comum, na condição livre-livre. Nenhum valor foi obtido do espectro de resposta que fosse relacionado à frequência natural longitudinal, ou seja, o gráfico não apresentava picos e a amostra foi considerada muito rígida. O filtro máximo do *Sistema 6000* é de 4 kHz e acreditava-se que a frequência fundamental do corpo-de-prova fosse superior a esse limite, conforme estimativas de cálculo. Cilindros de 10 cm x 20 cm não foram ensaiados por possuir valores estimados de frequência ainda mais altos.

Esse mesmo corpo-de-prova foi levado ao LabDin para ser ensaiado utilizando um outro sistema de aquisição de dados (“*Tektronix*”). Foram utilizados um martelo de impacto instrumentado e um acelerômetro piezoelétrico para obter a resposta, como pode ser visto na Figura 5.12.

O valor obtido para a primeira frequência longitudinal foi 4.292,15 Hz, confirmando a suposição anterior. Apesar da força também ter sido medida com o martelo, não foi possível obter uma função de resposta em frequência (FRF) satisfatória, pois o tipo de martelo utilizado não permitia aplicar a força necessária para excitar frequências tão altas. Nesse caso, o espectro da força para altas frequências vai diminuindo, causando um crescimento na FRF (Figura 5.13 e Figura 5.14), indicando que não há confiabilidade na resposta, mas ainda assim, surge um pico no espectro do acelerômetro, nas proximidades do valor da frequência de ressonância.



Figura 5.12 – Ensaios dinâmicos realizados com o corpo-de-prova 15 cm x 30 cm, no LabDin.

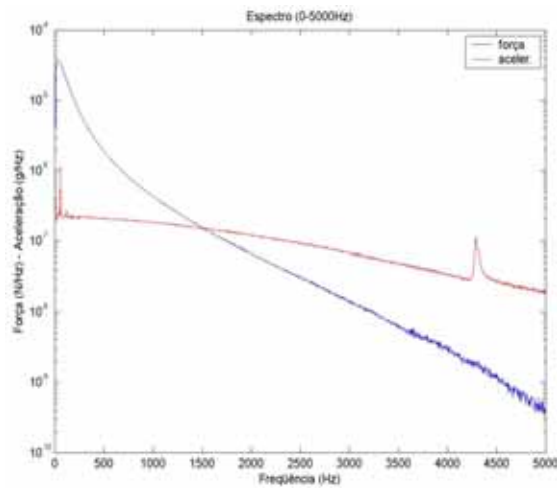


Figura 5.13 – Espectro da força de entrada e da resposta do acelerômetro.

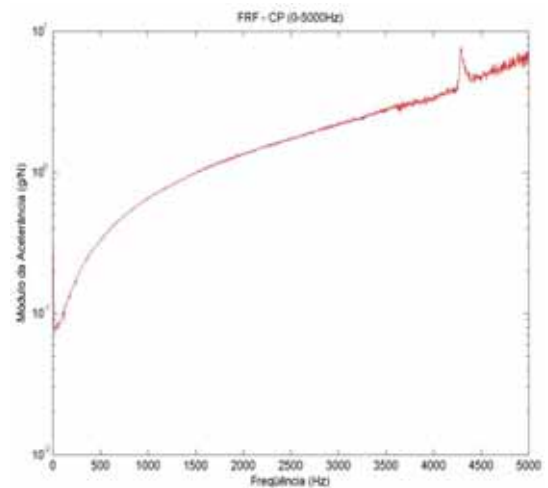


Figura 5.14 – FRF – Função de Resposta em Frequência.

### 5.3.1.1. Análise dos resultados

- Os corpos-de-prova cilíndricos de concreto, com dimensões 15 cm x 30 cm não podem ser utilizados nos ensaios dinâmicos realizados com o *Sistema 6000* do LE, por apresentar frequências muito altas. Pelo mesmo motivo, o corpo-de-prova de 10 cm x 20 cm também não foi ensaiado.

### 5.3.2. Ensaios de prismas 15 cm x 15 cm x 50 cm e diferentes tipos de apoio

Segundo indicações da ASTM C-215:1991, os apoios da amostra ensaiada devem permitir a vibração livre, e normalmente devem ser utilizadas borrachas macias ou grossas almofadas próximos aos pontos nodais da estrutura. Como nos ensaios-piloto das vigas foram utilizadas apenas molas, seria importante analisar outros tipos de apoio: molas, EPS<sup>6</sup>, madeira ou pendurando a amostra por fios de nylon, com o objetivo de detectar variações no valor da frequência natural para cada caso e estabelecer um padrão a ser utilizado nos ensaios definitivos.

<sup>6</sup> EPS - poliestireno expandido, com peso específico da ordem de 15 kg/m<sup>3</sup>.

### 5.3.2.1. Descrição do modelo e dos ensaios

Foram ensaiados prismas de concreto (já existentes no LE) de dimensões 15 cm x 15 cm x 50 cm, cujo valor estimado de resistência à compressão aos 28 dias era 20 MPa. Os ensaios dinâmicos foram realizados entre as idades de 100 e 139 dias. Foram obtidas as frequências transversal e longitudinal com ensaios de vibrações livres, utilizando um martelo metálico comum para o impacto e um acelerômetro piezoelétrico para medir a resposta. Adotou-se a configuração de ensaio prescrita na ASTM C215: 1991, com a condição de contorno livre-livre.

As medidas de frequência transversal foram obtidas com o impacto sendo dado na face superior (vertical) e na face lateral, no centro e na extremidade da peça. Também foram obtidas as frequências longitudinais. Para facilitar a fixação do acelerômetro no prisma, foram coladas duas chapas metálicas, como é mostrado nas figuras 5.15 a 5.18.

### 5.3.2.2. Resultados

Os valores da frequência fundamental são apresentados nas tabelas 5.11 e 5.12 e representam a média de três ensaios para cada tipo de apoio e posição do impacto.

Tabela 5.11 – Valores de frequência fundamental transversal – prisma.

Apoio	Posição do impacto	Frequência Transversal (Hz)	Apoio	Posição do impacto	Frequência Transversal (Hz)
molas	lateral - centro	1685,38	madeira	lateral - centro	1687,32
	lateral - extremidade	1684,32		lateral - extremidade	1684,46
	face superior - centro	1650,49		face superior - centro	1652,53
	face superior - extremidade	1647,95		face superior - extremidade	1649,98
EPS	lateral - centro	1683,03	fios de nylon	lateral - centro	1686,20
	lateral - extremidade	1680,50		lateral - extremidade	1684,16
	face superior - centro	1648,66		face superior - centro	1651,31
	face superior - extremidade	1646,53		face superior - extremidade	1648,36

Tabela 5.12 – Valores de frequência fundamental longitudinal – prisma.

Apoio	Posição do impacto	Frequência Longitudinal (Hz)
molas	centro	3579,10
EPS	centro	3579,71
madeira	centro	3581,13
fios de nylon	centro	3581,35





Figura 5.15 – Ensaio com o prisma – frequência longitudinal – molas.



Figura 5.16 – Ensaio com o prisma – frequência transversal – EPS.



Figura 5.17 – Ensaio com o prisma – frequência transversal – madeira.



Figura 5.18 – Ensaio com o prisma – frequência transversal – suspenso por fios de nylon.

As variações dos tipos de apoio podem ser mais evidentes quando se obtém os valores do módulo de elasticidade dinâmico, como é apresentado nos gráficos das figuras a seguir. O apoio com madeira resultou em maiores módulos nos casos de frequência transversal, ou seja, esse material utilizado como apoio provoca uma maior rigidez do conjunto. No caso da frequência longitudinal, o maior valor obtido para o módulo foi com o uso de fios de nylon, mesmo assim a variação máxima foi de 0,13%. Quanto à posição, o impacto que resultou em maiores valores de frequência fundamental para todos os tipos de apoio foi no centro do prisma e na lateral, pois oferece maior rigidez.

Os valores do módulo de elasticidade obtidos para os diferentes tipos de apoio são apresentados nas figuras 5.19 e 5.20. Nas figuras 5.21 e 5.22, referentes ao valor relativo do módulo, nota-se que as diferenças são mínimas.

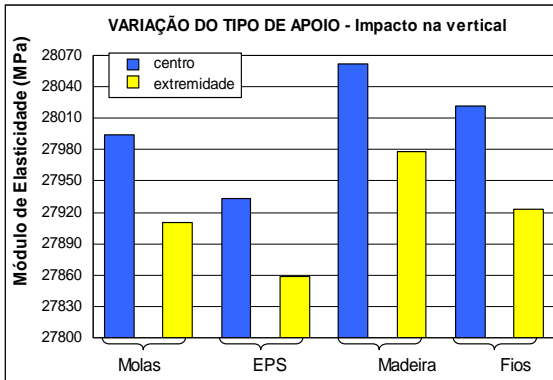


Figura 5.19 – Variação do tipo de apoio no valor do  $E_{c,d}$  – Frequência transversal – impacto vertical.

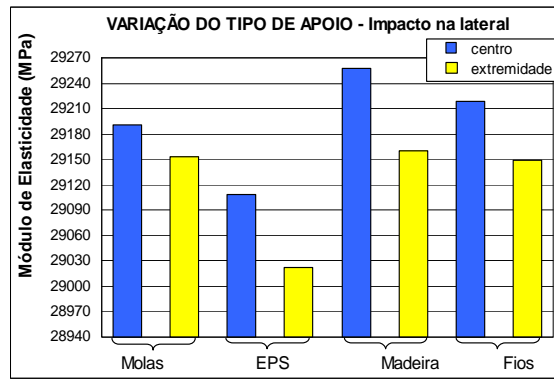


Figura 5.20 – Variação do tipo de apoio no valor do  $E_{c,d}$  – Frequência transversal – impacto lateral.

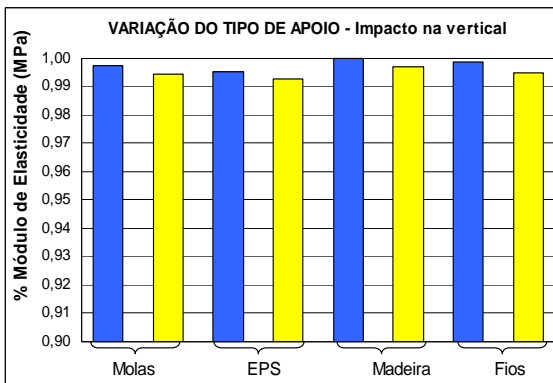


Figura 5.21 – Variação do tipo de apoio no valor do  $E_{c,d}$ , em relação ao valor máximo – Frequência transversal – impacto vertical.

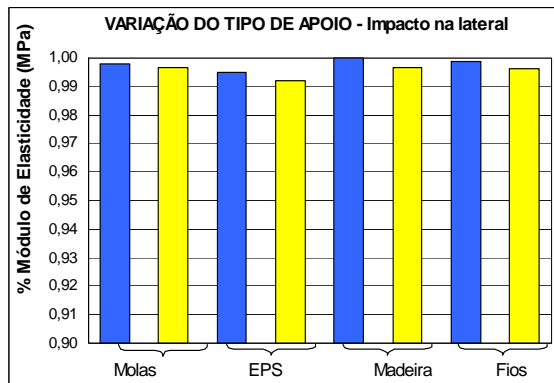


Figura 5.22 – Variação do tipo de apoio no valor do  $E_{c,d}$ , em relação ao valor máximo – Frequência transversal – impacto lateral.

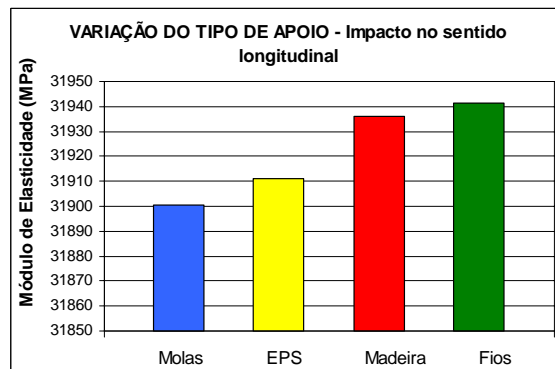


Figura 5.23 – Variação do tipo de apoio no  $E_{c,d}$  – Frequência longitudinal.

### 5.3.2.3. Análise dos resultados

- Os diferentes tipos de apoio, desde que atendam aos requisitos da norma ASTM C-215: 1991, podem ser utilizados nos ensaios dinâmicos para a determinação do

módulo de elasticidade dinâmico, pois os resultados apresentam pouca variação (máxima de aproximadamente 0,80%);

- Mesmo sendo possível obter a frequência natural do prisma de 15 cm x 15 cm x 50 cm com o *Sistema 6000*, verifica-se que esse valor é muito alto, principalmente no caso da frequência longitudinal, cujo valor se aproxima do filtro máximo do sistema (4 kHz), e é maior para concretos de resistências mais altas.

### **5.3.3. Ensaio-piloto do prisma (15 cm x 15 cm x 75 cm) com danificação progressiva**

Nessa etapa preliminar da pesquisa, procurou-se avaliar o comportamento de elementos prismáticos de concreto simples em ensaios de compressão axial e a possibilidade de determinar os módulos de elasticidade estático e dinâmico numa mesma amostra, ao longo de um processo de danificação progressiva.

#### **5.3.3.1. Descrição dos modelos**

A resistência média à compressão do concreto prevista foi de 20 MPa aos 28 dias, e para atingir esse valor, foi utilizado o traço de 1; 3,66; 3,62; 0,77 (consumo por metro cúbico: 265 kg; 970 kg; 960 kg; 204 kg). A mistura foi realizada em betoneira basculante e a colocação dos materiais feita na seguinte ordem: pedra britada, areia, cimento e água. O adensamento de todas as amostras foi realizado em mesa vibratória e, com o ensaio do “*Slump Test*”, obteve-se um abatimento do tronco de cone de 3,5 cm, resultando numa trabalhabilidade satisfatória. Foram moldados: 10 corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm e 02 modelos prismáticos 15 cm x 15 cm x 75 cm (chamados a seguir de prA e prB). Foram utilizadas fôrmas metálicas já existentes no laboratório. Os corpos-de-prova cilíndricos foram desformados em 24h e os prismas em 48h, e mantidos em câmara úmida até a véspera do primeiro ensaio, com 12 dias de idade. Os corpos-de-prova cilíndricos tiveram os topos regularizados por processo de retificação no Laboratório de Materiais Avançados à Base de Cimento (LmABC)<sup>7</sup>. Os prismas foram instrumentados com um extensômetro elétrico de resistência colado na

---

<sup>7</sup> O Laboratório de Materiais Avançados à Base de Cimento (LmABC) é um dos laboratórios do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP.

superfície, conforme Figura 5.24, além de duas pequenas chapas metálicas para a fixação do acelerômetro, nos sentidos longitudinal e transversal.

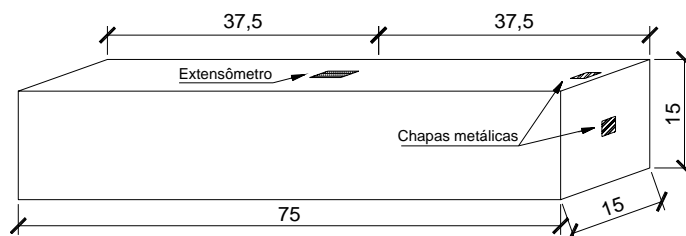


Figura 5.24 – Disposição esquemática dos sensores nos prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm.

### 5.3.3.2. Descrição dos ensaios

#### ➤ Ensaios estáticos

A determinação do módulo de elasticidade estático do concreto foi realizada por meio de ensaios simples de compressão uniaxial em corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm, aos 13 dias e 16 dias, utilizando a média dos resultados de três amostras em cada idade. Antes de cada ensaio, outros dois corpos-de-prova serviram para previsão da resistência à compressão e da força máxima aplicada. Nessa etapa, os ensaios foram feitos com controle de deformação na máquina de ensaio servo-hidráulica Instron. Os deslocamentos foram obtidos por dois extensômetros removíveis com base de 10 cm cada (Figura 5.25 e Figura 5.26), sendo registrados automaticamente pelo *Sistema 5000* de aquisição de dados, como também a força aplicada.

Aos 13 dias, os ensaios foram monotônicos, com velocidade de aplicação da força igual a 0,01 mm/s e com os registros sendo feitos a cada 0,5 s. Enquanto que aos 16 dias, os ensaios foram cíclicos com velocidade de aplicação igual a 0,005 mm/s e registros sendo feitos a cada 1s. O objetivo do ensaio com ciclos de carregamento e descarregamento era para estabilizar o processo de distribuição de tensões e de fissuração do concreto.



Figura 5.25 – Disposição dos extensômetros removíveis no corpo-de-prova cilíndrico.



Figura 5.26 – Corpo-de-prova cilíndrico após a ruptura.

O módulo estático também foi determinado pela aplicação de compressão axial no prisma prB. Em cada etapa do carregamento (30%, 50% e 75% da carga máxima), foram feitos 5 (cinco) ciclos de carregamento e descarregamento. Foram utilizados dois extensômetros removíveis, com base de 20 cm, para a medida dos deslocamentos, fixados por meio de elásticos em faces opostas (Figura 5.27, Figura 5.28 e Figura 5.29). A velocidade de aplicação da força era de 0,005 mm/s e os registros eram feitos a cada 1s.

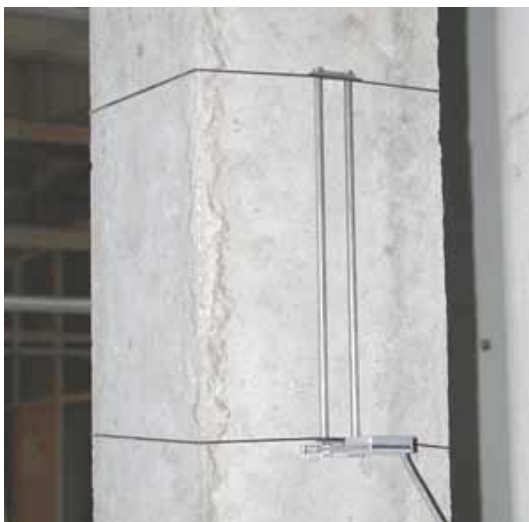


Figura 5.27 – Disposição dos extensômetros removíveis no prisma prB.



Figura 5.28 – Prisma prB na máquina de ensaio Instron.



Figura 5.29 – Prisma prB após a ruptura.

➤ Ensaios dinâmicos em seqüência aos incrementos de carregamento estático

Os ensaios dinâmicos foram realizados nos corpos-de-prova prismáticos prA e prB, aos 13 dias e aos 16 dias, respectivamente, utilizando o *Sistema 6000* acoplado a um computador (Figura 5.30). A excitação foi provocada por impacto de um martelo simples com ponta metálica. A resposta do sinal foi obtida por meio do extensômetro e do acelerômetro piezoelétrico instalado na extremidade. No sistema de aquisição, os parâmetros adotados foram os seguintes: janela “*hanning*” para redução dos dados; filtro = 4 kHz (máximo); ganho = 100 (máximo); “*range*” = 5 g e taxa de aquisição (“*scan rate*”) = 10.000 Hz.

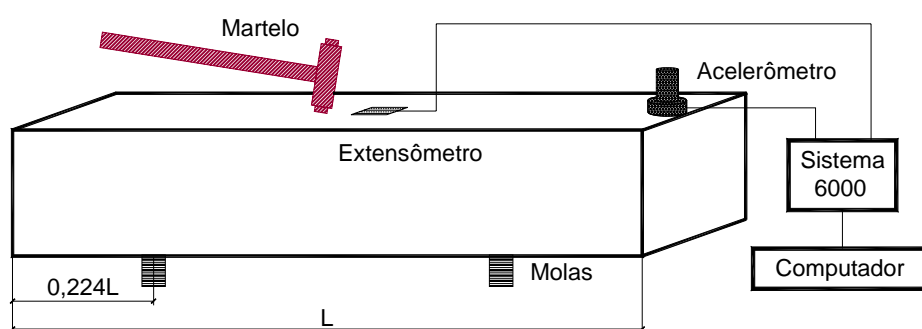


Figura 5.30 - Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Prismas.



Figura 5.31 – Ensaio dinâmico no prisma prA.



Figura 5.32 –Ensaio dinâmico – prA.

O método empregado consistiu na obtenção da frequência natural, estando os prismas apoiados sobre molas, simulando a condição de contorno livre-livre. Foram seguidas as recomendações da ASTM C215:1991 quanto à posição do acelerômetro e do impacto, assim como dos apoios (molas). As etapas executadas foram as seguintes:

- determinação da frequência natural da peça íntegra;
- aplicação de um carregamento estático axial de compressão na máquina de ensaio Instron, realizando ciclos de carregamento e descarregamento para

estabilizar as tensões e deformações a cada etapa (somente o ensaio do prisma prB foi feito com 5 ciclos):

- 1ª etapa – até 30% de  $\sigma_r$  – (prB – 5 ciclos)
  - 2ª etapa – até 50% de  $\sigma_r$  – (prB – 5 ciclos)
  - 3ª etapa – até 75% de  $\sigma_r$  – (prB – 5 ciclos)
  - 4ª etapa – até  $\sigma_r$
- após o completo descarregamento e retirada do prisma da máquina de ensaio, foram realizados os ensaios de vibração livre em cada uma das etapas mencionadas acima;
- determinação da frequência natural do prisma após a ruptura.

O fluxograma da Figura 5.33 ilustra as diferentes etapas dos ensaios-piloto realizados com os prismas.

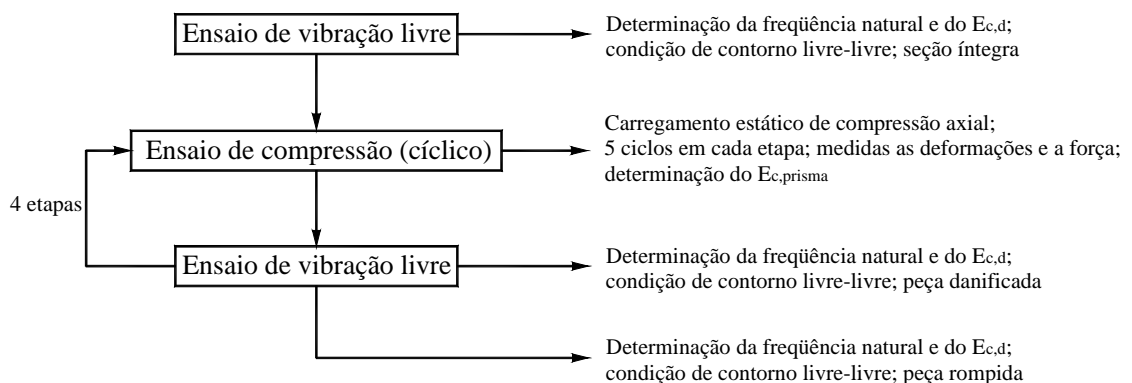


Figura 5.33 – Fluxograma dos procedimentos de ensaio.

### 5.3.3.3. Resultados

#### ➤ Ensaios estáticos

A deformação foi obtida com a média das leituras dos dois extensômetros removíveis e a tensão determinada a partir do valor da força empregada dividida pela área da seção transversal do corpo-de-prova cilíndrico. Com esses valores foram determinados, o diagrama tensão-deformação para cada amostra (Figura 5.34 e Figura 5.35) e o módulo de elasticidade secante correspondente, dado pela inclinação do segmento de reta definido da origem ao ponto do diagrama correspondente a aproximadamente 40% da tensão última.



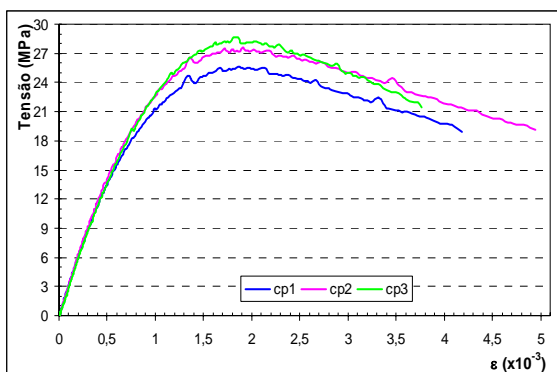


Figura 5.34 – Diagrama tensão – deformação do concreto aos 13 dias.

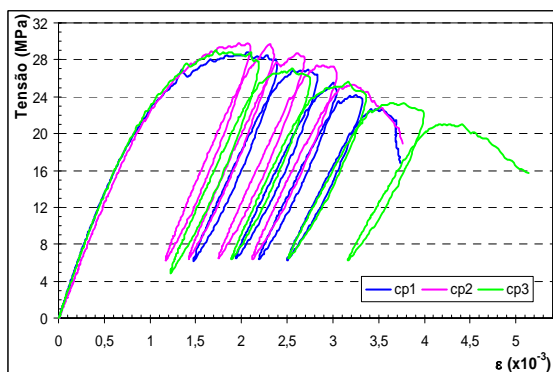


Figura 5.35 – Diagrama tensão – deformação do concreto aos 16 dias – Ensaio cíclico.

Percebe-se que o módulo de elasticidade estático (tabela 5.13) apresenta uma redução, de aproximadamente 8,5%, enquanto a resistência à compressão um aumento de 7%, provando que essas duas propriedades não são igualmente influenciadas pela idade e condições de cura, pois todos os corpos-de-prova foram retirados da câmara úmida na ocasião dos primeiros ensaios. Quanto aos ensaios cíclicos realizados aos 16 dias, a redução do módulo de elasticidade no quinto ciclo (último) em relação ao primeiro foi de 19,17%, considerando a média das três amostras.

Tabela 5.13 – Valores do módulo de elasticidade estático e resistência à compressão (em MPa).

Data do ensaio	Idade (dias)	E <sub>c</sub> (MPa)			E <sub>c,médio</sub>
		CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	
21/set	13	29.484,00	30.641,00	29.000,00	<b>29.708,33</b>
24/set	16	28.269,00	25.352,00	27.931,00	<b>27.184,00</b>

Data do ensaio	Idade (dias)	f <sub>c</sub> (MPa)			f <sub>c,média</sub>
		CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	
21/set	13	25,657	27,552	28,620	<b>27,276</b>
24/set	16	28,815	29,748	28,999	<b>29,187</b>

Cabe salientar que apesar de terem os topos retificados, os corpos-de-prova cilíndricos apresentaram problemas nos instantes iniciais dos ensaios. As leituras dos extensômetros eram bastante diferentes, indicando que podem ter ocorrido problemas durante a retificação. Para compatibilizar as diferentes medidas efetuadas com os extensômetros, era feito um carregamento preliminar e com a mudança da posição relativa do corpo-de-prova na máquina de ensaio, obteve-se na maioria dos ensaios,



desvios nos valores dos deslocamentos menores que 20% da maior leitura, conforme recomendação da norma NBR 8522:1984.

O módulo de elasticidade determinado com o ensaio do prisma prB não apresentou redução significativa com o aumento do número de ciclos (máximo de 6,56% na 4ª etapa). Como já era esperada, a redução do módulo de elasticidade aconteceu com o aumento do carregamento e com a ruptura, como é mostrado na tabela 5.14 e nos gráficos das figuras a seguir.

Tabela 5.14 – Módulo de elasticidade estático (em MPa) obtido com os ensaios cíclicos do prisma prB.

Ciclo	Íntegra	36,96%	58,86%	88,01%	Ruptura
1º ciclo	-	30901,00	30018,00	27911,00	25177,00
2º ciclo	-	31926,00	30850,00	29553,00	-
3º ciclo	-	31229,00	30628,00	29373,00	-
4º ciclo	-	32116,00	30282,00	27740,00	-
5º ciclo	-	31590,00	30201,00	27615,00	-
média	-	<b>31552,40</b>	<b>30395,80</b>	<b>28438,40</b>	<b>25177,00</b>
redução-média	-	<b>0,00%</b>	<b>3,67%</b>	<b>9,87%</b>	<b>20,21%</b>

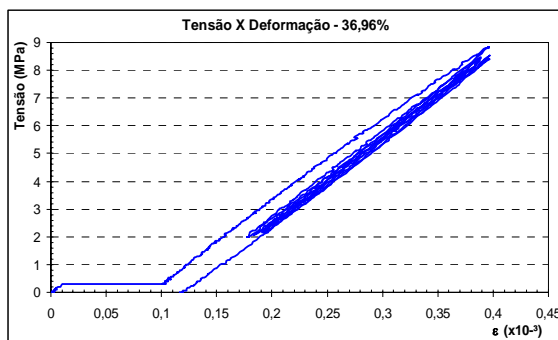


Figura 5.36 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB com 36,96% da carga máxima.

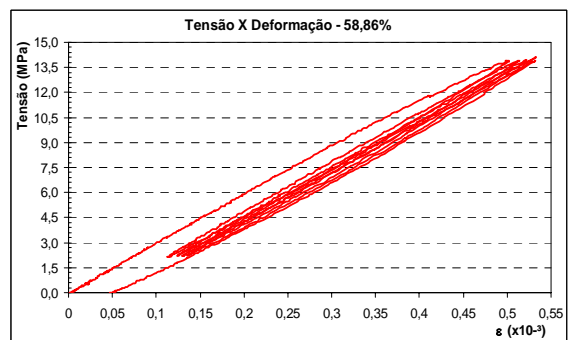


Figura 5.37 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB com 58,86% da carga máxima.

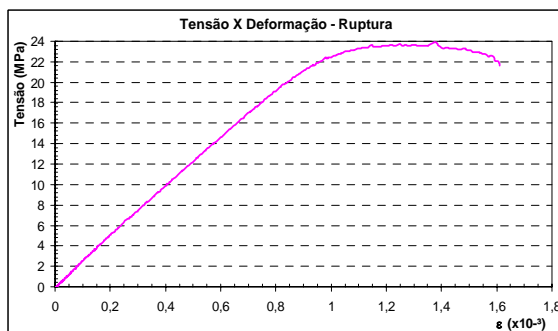


Figura 5.38 – Diagrama tensão x deformação do prisma prB na ruptura.

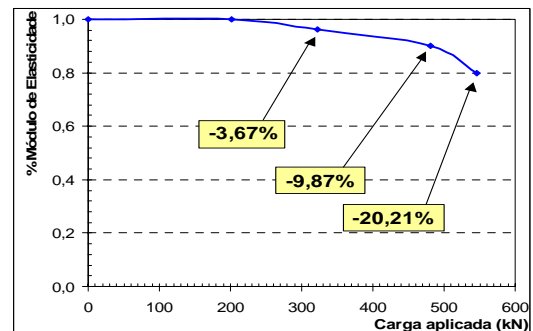


Figura 5.39 – Redução do módulo de elasticidade ao longo da aplicação do carregamento.

➤ Ensaios dinâmicos em seqüência aos incrementos de carregamento estático - prA

Os ensaios dinâmicos do prisma prA ocorreram em etapas de carregamento estático diferentes das planejadas, pois a força máxima obtida (634,00 kN) foi maior que a prevista pelos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos (577,35 kN). Portanto os limites reais para cada etapa do ensaio foram os seguintes:

Tabela 5.15 – Etapas reais do carregamento estático – prA.

Etapa prevista	Força (kN)	Etapa real	Observações
Íntegra	0,00	<b>Íntegra</b>	sem fissuras
30%	173,00	<b>27,29%</b>	sem fissuras
50%	288,00	<b>45,43%</b>	sem fissuras
75%	433,00	<b>68,30%</b>	sem fissuras
Ruptura	634,00	<b>Ruptura</b>	poucas fissuras, sinais de esmagamento

Não foi possível obter valores precisos com o espectro resultante do sinal medido pelo extensômetro, pois o valor da frequência natural desses modelos é bastante alta. Portanto, todos os valores indicados a seguir foram obtidos com o acelerômetro (Figura 5.40 e Figura 5.41). O valor da frequência natural transversal, do primeiro modo de vibração, diminuiu com a ruptura (6,05%), e conseqüentemente, o valor do módulo dinâmico também reduziu em relação ao módulo da amostra no estado íntegro (11,74%), como pode ser observado na Tabela 5.16 e no gráfico da Figura 5.42. Para o cálculo do módulo dinâmico o fator de correção empregado foi  $T = 1,272$ , calculado em função da geometria do prisma.

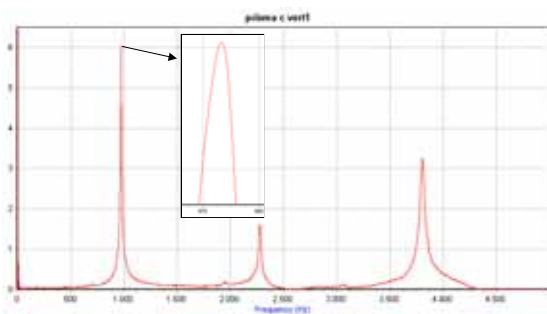


Figura 5.40 – Espectro resultante do sinal medido pelo acelerômetro.

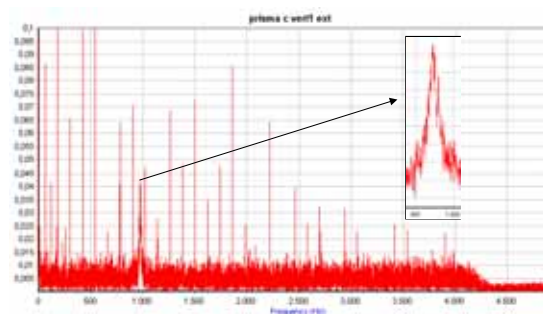


Figura 5.41 – Espectro resultante do sinal medido pelo extensômetro.

Tabela 5.16 – Valores da primeira frequência transversal e do módulo de elasticidade dinâmico – prA.

Etapa do ensaio prA	$f_1$ (Hz)		$E_{c,d}$ (MPa)	
	Acelerômetro	Redução	Acelerômetro	Redução
Íntegra	973,21	0,00%	36.720,57	0,00%
30%	969,14	0,42%	36.414,21	0,83%
50%	962,42	1,11%	35.911,43	2,20%
75%	957,03	1,66%	35.510,17	3,30%
Após a ruptura	914,31	<b>6,05%</b>	32.410,29	<b>11,74%</b>

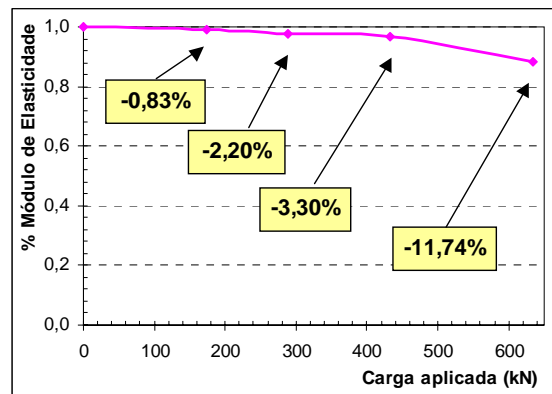


Figura 5.42 – Redução do módulo de elasticidade dinâmico, em relação ao módulo no estado íntegro, ao longo da aplicação do carregamento – prA.

O módulo dinâmico do prisma no estado íntegro (36.720,57 MPa) resultou maior que a média estática (29.708,33 MPa), em aproximadamente 23,6%. Já o valor do módulo dinâmico obtido com a frequência longitudinal (36.671,47 MPa) foi muito próximo ao obtido pela frequência transversal (com diferença de 0,13%).

➤ Ensaios dinâmicos intercalados aos incrementos de carregamento estático - prB

Os ensaios dinâmicos do prisma prB também ocorreram em etapas de carregamento estático diferentes das planejadas, pois a força máxima obtida (546,25 kN) foi muito menor que a do ensaio anterior (prA – 634,00 kN) e a prevista pelos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos (577,35 kN). Portanto os limites reais para cada etapa do ensaio foram os seguintes:

Tabela 5.17 – Etapas reais do carregamento estático – prB (cíclico).

Etapa prevista	Força máx (kN)	Etapa real	Força mín (kN)	Observações
Íntegra	0,00	<b>Íntegra</b>	-	sem fissuras
30%	201,89	<b>36,96%</b>	50,00	sem fissuras
50%	321,54	<b>58,86%</b>	50,00	sem fissuras
75%	480,78	<b>88,01%</b>	50,00	muitas fissuras
Ruptura	546,25	<b>Ruptura</b>	-	muitas fissuras, maior abertura das fissuras

Assim como no caso anterior, todos os resultados apresentados foram obtidos com o acelerômetro. O valor da frequência transversal, do primeiro modo de vibração, diminuiu 10,63% com a ruptura, em relação ao valor da frequência do prisma no estado íntegro, enquanto a frequência longitudinal reduziu 8,28%. Conseqüentemente, o valor do módulo dinâmico também reduziu em relação ao estado íntegro (20,13% e 15,88%, transversal e longitudinal, respectivamente), como pode ver observado na tabela 5.18 e no gráfico da figura 5.43. Para o cálculo do módulo dinâmico o fator de correção empregado foi  $T = 1,272$ , calculado em função da geometria do prisma.

Tabela 5.18 – Valores das frequências transversal e longitudinal do 1º modo de vibração e os respectivos módulos de elasticidade dinâmico – prB.

Etapa do ensaio prB	Frequência	$f_1$ (Hz)		$E_{c,d}$ (MPa)	
		Acelerômetro	Redução	Acelerômetro	Redução
Íntegra	frequência transversal	946,96	0,00%	35.029,02	0,00%
30%		937,81	0,97%	34.354,99	1,92%
50%		929,97	1,79%	33.783,61	3,56%
75%		909,93	3,91%	32.343,22	7,67%
Após a ruptura		846,30	<b>10,63%</b>	27.977,88	<b>20,13%</b>
Íntegra	frequência longitudinal	2576,50	0,00%	35.547,98	0,00%
30%		2556,76	0,77%	35.005,45	1,53%
50%		2535,00	1,61%	34.412,00	3,20%
75%		2491,15	3,31%	33.231,88	6,52%
Após a ruptura		2363,08	<b>8,28%</b>	29.902,80	<b>15,88%</b>

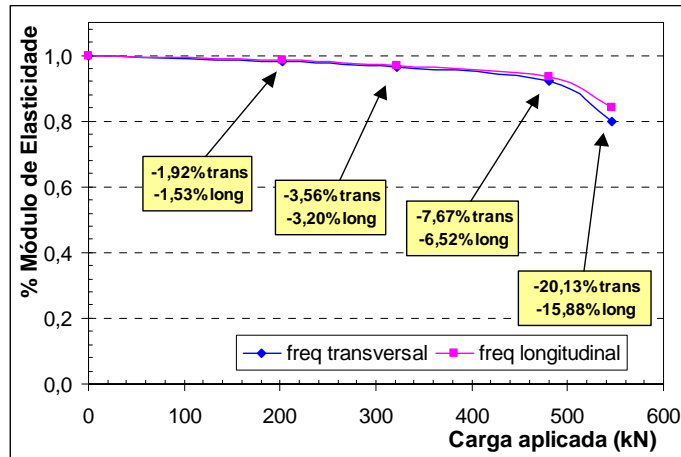


Figura 5.43 – Redução do módulo de elasticidade dinâmico, em relação ao módulo no estado íntegro, ao longo da aplicação do carregamento – prB.

O módulo dinâmico do prisma no estado íntegro (34.354,99 MPa - transversal e 35.005,45 MPa - longitudinal) resultou maior que a média estática do 1º ciclo obtida com os ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos (27.184,00 MPa), em aproximadamente 26,4% e 28,8%, respectivamente. Nota-se que os valores do módulo dinâmico são mais próximos dos valores do módulo estático obtido no ensaio do prisma submetido à compressão, em diferentes etapas (tabela 5.19), quando comparados aos obtidos com os corpos-de-prova cilíndricos. Observa-se também que a redução do valor do módulo dinâmico com a ruptura (20,13%) é praticamente a mesma obtida no ensaio do prisma (20,21%).

Tabela 5.19– Módulo dinâmico e módulo estático obtido no ensaio do prisma – prB.

Etapa do ensaio prB	Frequência	$E_{c,d}$ (MPa)	Redução	$E_{c,prisma}$ (MPa)	Redução	$E_{c,d} / E_{c,prisma}$
Íntegra		35.029,02	0,00%	-	-	-
30%	frequência transversal	34.354,99	-1,92%	31.552,40	0,00%	8,88%
50%		33.783,61	-3,56%	30.395,80	-3,67%	11,15%
75%		32.343,22	-7,67%	28.438,40	-9,87%	13,73%
Após a ruptura		27.977,88	-20,13%	25.177,00	-20,21%	11,12%
Íntegra		35.547,98	0,00%	-	-	-
30%	frequência longitudinal	35.005,45	-1,53%	31.552,40	0,00%	10,94%
50%		34.412,00	-3,20%	30.395,80	-3,67%	13,21%
75%		33.231,88	-6,52%	28.438,40	-9,87%	16,86%
Após a ruptura		29.902,80	-15,88%	25.177,00	-20,21%	18,77%

#### 5.3.3.4. Análise dos resultados

- Os ensaios para a determinação do módulo de elasticidade estático são sujeitos a grandes variações. Nesse estudo piloto, variou-se o tipo de ensaio (monotônico e cíclico), portanto, as comparações entre os dois podem acarretar erros nas conclusões (por exemplo, a redução do módulo com a idade, enquanto a resistência apresentou crescimento);
- Nos ensaios estáticos, deve-se observar as diferenças entre as leituras dos extensômetros. Os desvios podem provocar grandes erros nos resultados médios do módulo. Em algumas situações, essas diferenças podem estar relacionadas com a falta de paralelismo e regularidade entre o topo e a base da amostra;
- O aumento do número de ciclos provoca uma maior redução no módulo de elasticidade estático obtido com cilindros do que no módulo obtido com prismas;
- Os extensômetros não são adequados para realizar medidas dinâmicas de modelos cuja frequência natural é considerada alta (prismas, por exemplo);
- O valor do módulo dinâmico é maior que o módulo estático em torno de 20% e 30%, confirmando as indicações das referências bibliográficas;
- O valor do módulo dinâmico obtido com a frequência transversal é semelhante ao obtido com a frequência longitudinal;
- Os resultados do módulo dinâmico são mais próximos dos valores do módulo estático obtido no ensaio do prisma submetido à compressão (quando comparados aos obtidos com os corpos-de-prova cilíndricos).

#### 5.4. Discussão dos resultados – Ensaio-piloto

Os ensaios-piloto foram bastante satisfatórios na medida que serviram para a investigação dos procedimentos, instrumentos e sensores utilizados no LE-EESC. Quanto aos resultados desses ensaios, relativos às propriedades do concreto, surgiram alguns problemas:

- A redução do valor do módulo de elasticidade com a idade, nos ensaios das vigas de concreto armado. Durante a realização dessa etapa, desconhecia-se a importância de alguns parâmetros do sistema de aquisição (como por exemplo, o ganho), que poderiam interferir na leitura da frequência e, conseqüentemente, no valor do módulo dinâmico. Porém, verificou-se também a redução do módulo de elasticidade estático (aos 56 dias, 6,34% menor em relação aos 14 dias, conforme a tabela 5.8). Os modelos e corpos-de-prova foram curados em câmara úmida somente até a data do primeiro ensaio, e portanto, a secagem pode ter intensificado a microfissuração interna. Além disso, no cálculo do módulo dinâmico, foi utilizado o valor da inércia bruta da seção da viga, sem considerar a fissuração. Outro aspecto foi que a quantidade de impactos com diferentes intensidades e diferentes tipos de martelo pode ter causado danos nas vigas, que possuíam pequenas espessuras. Todos esses fatores podem ter causado tais variações;
- Em alguns casos, o módulo estático resultou maior que o dinâmico, contrariando as previsões. Essa informação, aliada à redução do  $E_{c,d}$ , indica que podem ter ocorrido incorreções durante a realização dos ensaios dinâmicos.

Por outro lado, a maioria dos resultados confirma a eficiência de ensaios não-destrutivos dinâmicos para o estudo das propriedades dos materiais e do comportamento de elementos estruturais, tais como:

- A redução no valor do  $E_{c,d}$  quando uma das vigas foi submersa era prevista e foi verificada experimentalmente, ou seja, o módulo dinâmico no estado úmido é menor que no estado seco. Esse fato pode ser explicado pelo aumento do amortecimento da peça com a presença da água, que reduz o valor da frequência natural;

- A redução da rigidez da viga após a ruptura foi indicada pela queda do valor da frequência natural. Assim, conclui-se que é possível avaliar o estado de danificação do elemento estrutural mesmo após um elevado nível de carregamento com ensaios dinâmicos, o que talvez não possa ser feito com ensaios estáticos;
- As variáveis utilizadas no sistema de aquisição não interferem no valor obtido da frequência, mas somente no aspecto do gráfico resultante e na quantidade de ruído.

Os estudos para a escolha das dimensões ideais do modelo indicaram a impossibilidade de realizar os ensaios dinâmicos com corpos-de-prova cilíndricos (15 cm x 30 cm ou 10 cm x 20 cm), utilizando o sistema de aquisição disponível no LE-EESC (*Sistema 6000*). Concluiu-se que os prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm apresentam melhores resultados e também podem ser submetidos a ensaios estáticos, possibilitando a comparação entre os dois métodos. Os prismas de 15 cm x 15 cm x 50 cm não são recomendados para os ensaios dinâmicos, pois possuem frequências mais altas e com valores próximos ao filtro do sistema de aquisição, podendo prejudicar a precisão da leitura. Os ensaios que avaliaram os diferentes tipos de apoio, para a condição de contorno livre-livre, serviram para uma melhor definição do procedimento de ensaio indicado pela norma americana ASTM C-215:1991, contudo as diferenças são muito pequenas.

Dos ensaios-piloto com prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm:

- os resultados dos ensaios dinâmicos comprovaram a redução do módulo de elasticidade com o aumento do carregamento e na ruptura, indicando a influência da danificação progressiva no comportamento do material;
- o uso de extensômetros elétricos de resistência como sensor para a determinação de propriedades dinâmicas só oferece bons resultados para baixas frequências, que não foi o caso dos modelos ensaiados nesta pesquisa;
- o módulo dinâmico resultou maior que o estático em torno de 20% a 30%, que são os valores indicados para concretos de alta e média resistência à compressão, respectivamente;



- os valores do módulo dinâmico ( $E_{c,d}$ ) mais se aproximam dos valores do módulo estático obtidos com elementos prismáticos submetidos à compressão axial ( $E_{c,pr}$ ), tanto que apresentaram a mesma taxa de redução após a ruptura;
- foi possível perceber a redução do módulo estático ( $E_c$ ) com o aumento do número de ciclos para os corpos-de-prova cilíndricos, enquanto que nos prismáticos, a redução foi menor.

Os ensaios-piloto apontaram aspectos que necessitavam um melhor aprimoramento ou controle durante a realização do programa experimental, tais como: os parâmetros do sistema, as condições de cura, os procedimentos de ensaio, os tipos de sensores, as condições de contorno e o formato e as dimensões adequadas dos modelos. Assim procurou-se evitar, nos ensaios definitivos, erros inerentes ao uso do sistema de aquisição do LE-EESC (*Sistema 6000*), que ainda não havia sido utilizado para ensaios dinâmicos.



### 6.1. Generalidades

O programa experimental desta pesquisa é composto por duas partes:

- Primeira parte - os ensaios experimentais foram realizados em prismas de concreto simples, com o objetivo de determinar o módulo de elasticidade do material, utilizando os métodos estático e dinâmico, e avaliar a influência da idade, da resistência do concreto, da intensidade de fissuração e do formato do corpo-de-prova na relação entre os módulos;
- Segunda parte - vigas de concreto armado de tamanho reduzido foram ensaiadas para analisar o comportamento dinâmico de elementos estruturais submetidos à danificação progressiva, observando as alterações nas propriedades modais e a perda de rigidez ao longo do carregamento.

Os ensaios estáticos foram utilizados como referência para os resultados obtidos com os ensaios dinâmicos, além de servirem para provocar um estado de danificação (fissuração) nos elementos. Estes ensaios foram feitos com controle de deformação em máquina de ensaio servo-hidráulica. As recomendações das normas NBR 5738:1994 e NBR 5739:1994 foram atendidas quanto à moldagem e cura dos corpos-de-prova e quanto aos ensaios de compressão, respectivamente. Para a determinação do módulo de elasticidade estático, somente algumas prescrições da NBR 8522:1984 foram adotadas, como por exemplo: número, formato, armazenamento e preparo dos corpos-de-prova, aparelhagem de ensaio e ajuste na máquina. Para a leitura das deformações não foi escolhido um plano de carga específico, já que o sistema de aquisição utilizado registrava todas as medidas automaticamente.

## 6.2. Parte 1 – Ensaio de prismas

A programação dos ensaios é apresentada na tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Programação dos ensaios experimentais – Prismas de concreto simples.

Ensaio	Resistência prevista (MPa)	Idade (dias)	Forma e dimensões do CP (cm)	Norma utilizada como referência	Observações
Estático	20	7, 14 e 28	05 CPs cilíndricos: 10cm x 20cm, para cada idade	NBR 8522:1984 - somente alguns itens	2 (dois) dos 5 (cinco) CPs cilíndricos são utilizados para estimativa da tensão de ruptura.
	40	7, 14 e 28			
	60	7, 14 e 28			
Dinâmico	20	7, 14 e 28	03 CPs prismáticos 15cm x 15cm x 75cm	ASTM C215:1991	Ensaio não-destrutivo de vibração livre.
	40	7, 14 e 28			
	60	7, 14 e 28			
Dinâmico / Estático	20	28	06 CPs prismáticos 15cm x 15cm x 75cm	ASTM C215:1991	Em três prismas, os ensaios são cíclicos e intercalados por ensaios dinâmicos. Nos outros três, o carregamento é cíclico até a ruptura, mas sem a retirada do prisma da máquina de ensaio.
	40	28			
	60	28			

### 6.2.1. Descrição dos modelos

Inicialmente, foram previstas misturas de concretos com resistências à compressão ( $f_c$ ) de 20 MPa, 40 MPa e 60 MPa, aos 28 dias, para avaliar o comportamento dinâmico de concretos de diferentes resistências: baixa, média e alta. Porém, já na primeira mistura, por causa da alta resistência do cimento utilizado no LE, para o concreto que deveria apresentar a resistência à compressão de 20 MPa, foi obtida  $f_c = 29,20$  MPa, aos 28 dias, nos ensaios estáticos dos corpos-de-prova cilíndricos. Com essa diferença, alterou-se os outros traços no intuito de obter concretos em faixas de resistência mais afastadas entre si. Para isso foram dosados concretos com resistências estimadas de 15 MPa e 45 MPa. Os detalhes da moldagem dos corpos-de-prova dessa etapa são descritos na tabela 6.2.

Quanto à instrumentação, foi possível perceber nos ensaios-piloto, que as respostas dinâmicas dos extensômetros de resistência elétrica, colados nos modelos, apresentavam muito ruído, reduzindo a precisão da leitura de frequências altas. Portanto, estes sensores não foram utilizados nos prismas. Além disso, o fato de não haver extensômetros elétricos colados permitiu a permanência dos modelos na câmara úmida, mesmo após os ensaios não-destrutivos.

Tabela 6.2 – Resumo dos dados para construção dos modelos.

Quantidade de corpos de prova:	6 prismáticos 15 cm x 15 cm x 75 cm, 2 prismáticos 15 cm x 15 cm x 50 cm e 18 cilíndricos 10 cm x 20 cm.
Resistência média à compressão prevista:	15 MPa, 20 MPa, e 45 MPa. <b>Resistências obtidas (<math>f_c</math>) = 14,4 MPa; 29,2 MPa e 55,4 MPa (respectivamente) aos 28 dias.</b>
Traços:	1; 4,5; 3,0; 1,05 (consumo em kg/m <sup>3</sup> : 242; 1.089; 726; 254), para 14,4MPa.
	1; 3,66; 3,62; 0,77 (consumo em kg/m <sup>3</sup> : 267; 976; 965; 205), p/ 29,2 MPa.
	1; 1,23; 2,11; 0,41 (consumo em kg/m <sup>3</sup> : 516; 634; 1.088; 212), para 55,4 MPa, com 0,15% de aditivo superplastificante.
Materiais:	<p>Cimento tipo CPV-ARI - Plus da Ciminas.</p> <p>Agregados existentes no laboratório:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Areia – dimensão máxima característica = 1,2 mm; módulo de finura = 1,92; massa específica = 2.630 kg/m<sup>3</sup>;</li> <li>• Brita - dimensão máxima característica = 19 mm; massa específica = 2.890 kg/m<sup>3</sup>.</li> </ul> <p>Água proveniente da rede pública de abastecimento.</p>
Equipamentos utilizados:	Betoneira basculante (mistura) e mesa vibratória (adensamento).
Seqüência da mistura:	Brita, areia, cimento e água (e aditivo superplastificante).
Abatimento do tronco de cone:	Concreto da série MR (29,2 MPa) – abatimento de 3,5cm; Concretos das séries BR e AR (14,4 MPa e 55,4 MPa) apresentaram consistência extremamente fluida.
Fôrmas:	Metálicas, já existentes no laboratório. Ver Figura 6.2.
Desmoldagem:	Feita em 24h para os cilindros e em 48h para os prismas.
Cura:	Câmara úmida, retirados na véspera de cada ensaio e colocados novamente após a realização do ensaio. O concreto de 29,2 MPa ficou na câmara somente até a data do 1º ensaio (7 dias).
Regularização da superfície:	Todos os CPs cilíndricos tiveram os topos retificados. Em alguns prismas foi colocada uma camada de massa plástica antes do ensaio (Figura 6.5).
Instrumentação:	Em cada prisma foram coladas chapas metálicas para fixação do acelerômetro nos sentidos transversal (face superior) e longitudinal (lateral), conforme Figura 6.1. Foram utilizados extensômetros removíveis com base de 10 cm e 20 cm nos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos e dos prismas, respectivamente.
Normas utilizadas:	NBR 5738:1994, NBR 5739:1994.

As três séries de amostras de diferentes resistências (14,4 MPa; 29,2 MPa e 55,4 MPa) são tratadas ao longo deste capítulo como séries BR, MR e AR respectivamente para baixa, média e alta resistências.

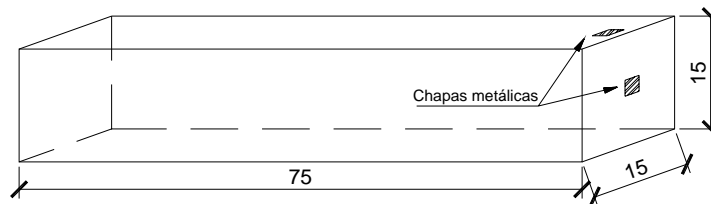


Figura 6.1 – Prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm.



Figura 6.2 – Forma metálica - prisma. Mesa vibratória.



Figura 6.3 – Moldagem do prisma.



Figura 6.4 – Formas metálicas – CPs cilíndricos. Mesa vibratória.



Figura 6.5 – Prismas antes e depois da aplicação de massa plástica para regularização dos topos.

### 6.2.2. Descrição dos ensaios

#### ➤ Ensaio estático

Os ensaios para a determinação do módulo de elasticidade estático do concreto foram realizados por meio de ensaios simples de compressão uniaxial em corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm, utilizando a média dos resultados de três amostras em cada idade, conforme procedimento descrito nos ensaios-piloto. Um resumo é apresentado na tabela 6.3.

Tabela 6.3– Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos CPs cilíndricos.

Idade do concreto:	7, 14 e 28 dias.
Quantidade de CPs cilíndricos:	3 + 2 (para previsão da resistência).
Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaio Instron ou Atuador servo-hidráulico MTS.
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
Instrumentação:	Extensômetros removíveis - base de 10 cm, fixados por meio de elásticos em faces opostas.
Tipo de carregamento:	cíclico (3 ciclos).
Velocidade de aplicação da carga:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s ou 0,01 mm/s, com registro dos dados a cada 0,5s.

Algumas observações em relação aos dados da tabela acima:

- Os corpos de prova da série AR foram ensaiados aos 7 dias, 21 dias e 124 dias, por causa de defeito na máquina de ensaio Instron. Aos 124 dias, o concreto da série AR obteve resistência à compressão  $f_c = 73,6$  MPa;
- Os corpos-de-prova da série BR foram ensaiados aos 7 dias, 21 dias e 28 dias;
- Em alguns casos, a máquina de ensaio utilizada foi a de compressão com controle de força marca ELE (série MR aos 14 dias, série AR aos 21 dias, série BR aos 7 dias).



Figura 6.6 – Ensaio estático do CP cilíndrico na Instron.



Figura 6.7 – Ensaio estático do CP cilíndrico no atuador.

O módulo de elasticidade estático do concreto também foi determinado em ensaios de compressão uniaxial dos prismas de 15 cm x 15 cm x 75 cm, na idade de 28 dias (ou 124 dias, no caso da série AR). Em cada etapa do carregamento (30%, 50% e 75% da carga máxima), foram feitos 3 (três) ciclos de carregamento e descarregamento. O procedimento é o mesmo descrito nos ensaios-piloto e um resumo é apresentado na tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos prismas.

Idade do concreto:	28 dias.
Quantidade de prismas:	3 prismas com ensaios dinâmicos intercalados aos incrementos do carregamento estático cíclico e outros 3 prismas somente com ensaios estáticos cíclicos até a ruptura.
Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaios Instron ou atuador servo-hidráulico MTS.
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
Instrumentação:	Extensômetros removíveis - base de 20 cm, fixados por meio de elásticos em faces opostas.
Tipo de carregamento:	3 ciclos em cada etapa: 30%, 50 % e 75% da tensão máxima. Em <u>três</u> prismas, os ensaios estáticos cíclicos foram intercalados por ensaios dinâmicos após cada etapa de carregamento. Para os outros <u>três</u> prismas, o carregamento estático cíclico foi aplicado em todas as etapas, mas sem a retirada do modelo da máquina de ensaio.
Velocidade de aplicação da carga:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s ou 0,01 mm/s, com registro dos dados a cada 1s ou 0,02 mm/s no descarregamento (série AR).



Algumas observações em relação aos dados da tabela 6.4:

- Os corpos de prova da série AR foram ensaiados aos 124 dias, por causa de defeito na máquina de ensaio Instron.



Figura 6.8 – Prisma na máquina de ensaio Instron e sistema de aquisição.



Figura 6.9 – Prisma sendo ensaiado no atuador servo-hidráulico.

Tanto nos ensaios dos corpos-de-prova cilíndricos, como nos ensaios dos prismas, foram determinados os diagramas tensão-deformação para cada amostra e o módulo de elasticidade secante correspondente, dado pela inclinação da reta definida do ponto de tensão equivalente a 0,5 MPa ao ponto do diagrama que corresponde a aproximadamente 30% e 40% da tensão última.

#### ➤ Ensaio dinâmico

O procedimento utilizado para a realização dos ensaios dinâmicos foi descrito no capítulo cinco (Ensaio-piloto). Foram adotadas as prescrições da ASTM C215:1991 quanto à posição do acelerômetro e do impacto, assim como dos apoios (molas). Na tabela 6.5 é apresentado um resumo sobre os ensaios dinâmicos.

Tabela 6.5 – Resumo das informações sobre os ensaios dinâmicos.

Idade do concreto:		7 dias e 14 dias, ensaios dinâmicos com primas íntegros. Aos 28 dias - ensaios dinâmicos com prismas íntegros, após cada etapa de carregamento estático e após a ruptura.
Quantidade de CPs:		3 prismas (aos 7 dias e 14 dias) e 6 prismas (aos 28 dias).
Ensaio dinâmico	Sistema de aquisição:	<i>Sistema 6000</i> e computador.
	Impacto:	Martelo comum de ponta metálica.
	Instrumentação:	Acelerômetro piezoelétrico.
	Condições de contorno:	Livre-livre, utilizando molas rígidas.
	Parâmetros do sistema:	janela “ <i>hanning</i> ” para redução dos dados; filtro = 4 kHz (máximo); ganho = 100 (máximo); “ <i>range</i> ” = 5 g e taxa de aquisição (“ <i>scan rate</i> ”) = 10.000 Hz.
Ensaio dinâmico / estático	Sistema de aquisição:	<i>Sistemas 5000 e 6000</i> e computador.
	Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaio Instron ou atuador servo-hidráulico MTS.
	Instrumentação:	Extensômetros removíveis - base de 20 cm.

Algumas observações em relação aos dados da tabela acima:

- Os corpos-de-prova da série AR foram ensaiados aos 7 dias, 21 dias e 124 dias, com atraso neste último caso, por causa de defeito na máquina de ensaio Instron.

O método empregado consistiu na obtenção da frequência natural do primeiro modo de vibração (ou frequência fundamental) dos prismas, submetidos a vibração livre, apoiados sobre quatro molas (figuras 6.10a e b), simulando a condição de contorno livre-livre. A excitação foi provocada por impacto de um martelo simples com ponta metálica. A resposta do sinal foi obtida com o acelerômetro piezoelétrico instalado na extremidade ou na lateral do prisma.

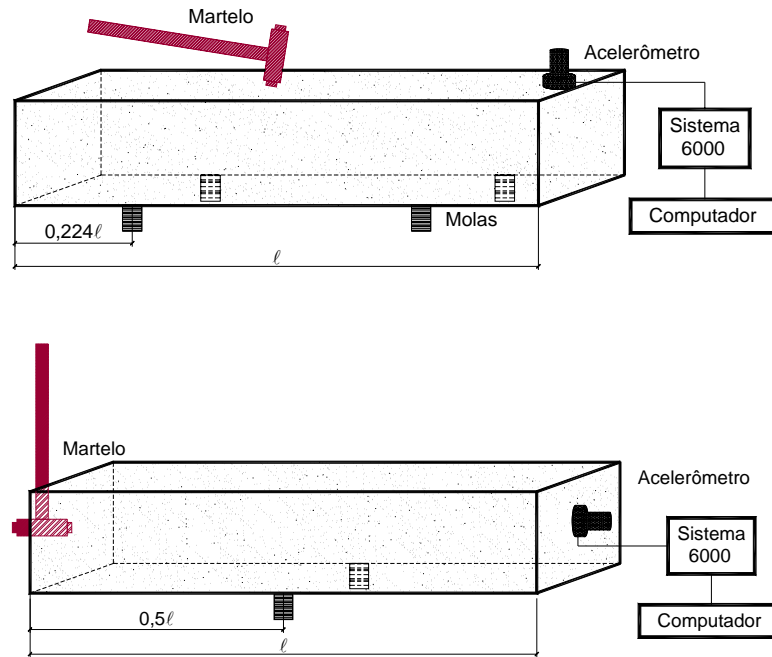


Figura 6.10– Representação esquemática dos ensaios dinâmicos de vibrações livres – Prisma  
a) Vibração transversal e b) Vibração longitudinal.

Nos ensaios dinâmicos aos 7 e 14 dias, foi determinada a frequência de três prismas no estado íntegro. Aos 28 dias, os ensaios dinâmicos/estáticos foram realizados de acordo com os seguintes procedimentos:

- determinação da frequência natural da peça íntegra (seis prismas);
- aplicação de um carregamento estático axial de compressão na máquina servo-hidráulica, realizando três ciclos de carregamento e descarregamento para estabilizar as tensões e deformações a cada etapa (três prismas):
  - 1ª etapa – até 30% de  $\sigma_{\text{máx}}$  – (três prismas – 3 ciclos);
  - 2ª etapa – até 50% de  $\sigma_{\text{máx}}$  – (três prismas – 3 ciclos);
  - 3ª etapa – até 75% de  $\sigma_{\text{máx}}$  – (três prismas – 3 ciclos);
  - 4ª etapa – até  $\sigma_{\text{máx}}$ .

Os outros três prismas foram submetidos a carregamento cíclico em cada etapa até a ruptura, mas sem a retirada do modelo da máquina.

- após o completo descarregamento e retirada do prisma da máquina de ensaio, foram realizados os ensaios de vibração livre em cada uma das etapas mencionadas acima (três prismas);
- determinação da frequência natural do prisma após a ruptura (seis prismas).

As figuras a seguir ilustram os ensaios dinâmicos dos prismas.



Figura 6.11 – Ensaio dinâmico – amostra íntegra.



Figura 6.12 – Acelerômetro piezoelétrico.



Figura 6.13 – Mola de apoio.



Figura 6.14 – Ensaio dinâmico – após a ruptura do corpo-de-prova.



Figura 6.15 – Ensaio dinâmico – frequência longitudinal.

O fluxograma da Figura 6.16 apresenta as diferentes etapas dos ensaios realizados com os prismas.

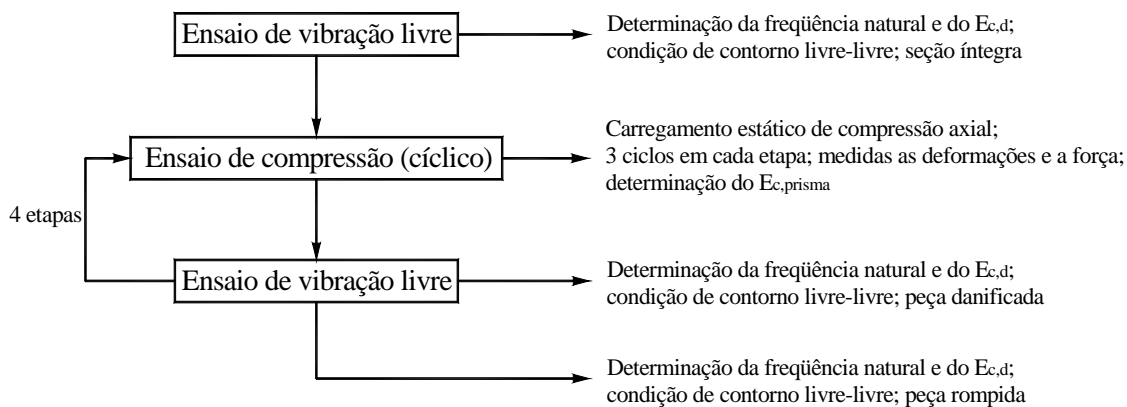


Figura 6.16 – Fluxograma dos procedimentos de ensaio.



Figura 6.17 – Aplicação do carregamento estático – prisma.



Figura 6.18 – Posicionamento dos extensômetros removíveis.



Figura 6.19 – Prisma após a ruptura.

### 6.2.3. Resultados

#### ➤ Ensaio estático

Os valores médios da resistência à compressão e do módulo de elasticidade estático, obtido pela inclinação da reta secante ao diagrama tensão-deformação definida do ponto de tensão equivalente a 0,5 MPa ao ponto correspondente a 30% e 40% da tensão máxima ( $E_{c,30\%}$  e  $E_{c,40\%}$ ), são apresentados nas tabelas 6.6 a 6.8. Constam nas tabelas tanto os resultados dos ensaios com os corpos-de-prova cilíndricos, como os resultados obtidos com os prismas no estado íntegro, para as séries BR, MR e AR.

Tabela 6.6 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série BR.

Propriedades	CPs cilíndricos			Prismas
	7 dias	21 dias	28 dias	28 dias
Resistência à compressão ( $f_c$ )	12,61	14,13	14,42	12,37
Módulo de elasticidade estático $E_{c,30\%}$ (íntegro)	20.338,33	20.968,00	21.754,00	24.510,75
Módulo de elasticidade estático $E_{c,40\%}$ (íntegro)	20.220,33	20.846,33	21.704,00	24.360,08

Tabela 6.7 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série MR.

Propriedades	CPs cilíndricos			Prismas
	7 dias	14 dias	28 dias	28 dias
Resistência à compressão ( $f_c$ )	24,91	29,04	29,18	29,13
Módulo de elasticidade estático $E_{c,30\%}$ (íntegro)	28.270,80	27.182,67	28.440,67	30.635,11
Módulo de elasticidade estático $E_{c,40\%}$ (íntegro)	27.600,60	25.978,00	28.366,00	30.564,22

Tabela 6.8 – Resultados dos ensaios estáticos (em MPa) – série AR.

Propriedades	CPs cilíndricos			Prismas
	7 dias	21 dias	124 dias	124 dias
Resistência à compressão ( $f_c$ )	55,36	55,41	73,57	50,87
Módulo de elasticidade estático $E_{c,30\%}$ (íntegro)	32.613,33	31.797,33	37.388,33	34.782,27
Módulo de elasticidade estático $E_{c,40\%}$ (íntegro)	32.597,67	31.815,67	37.335,00	34.723,00

O módulo de elasticidade estático obtido com prismas ( $E_{c,pr}$ ), aos 28 dias de idade, apresenta valores superiores aos obtidos com corpos-de-prova cilíndricos, para os concretos de baixa e média resistência (em torno de 12% e 7%, respectivamente). Porém no caso do concreto de alta resistência, o módulo obtido com o prisma foi menor (7%). Em relação ao aumento da resistência e do módulo estático com a idade, observa-se que estas duas propriedades não são influenciadas na mesma proporção:

- a resistência à compressão do concreto da série BR, aos 28 dias de idade, aumentou 14,4% em relação ao ensaio aos 7 dias. Enquanto o módulo aumentou somente 7% no mesmo período,
- na série MR, a resistência do concreto cresceu 17,1% e o módulo 2,8%;
- na série AR, a resistência do concreto cresceu 32,9%, comparando os ensaios aos 124 dias e aos 7 dias, enquanto o módulo somente 14,6%.

Em todos os resultados obtidos, o módulo de elasticidade estático obtido com a reta secante até 30% da tensão máxima ( $E_{c,30\%}$ ) apresentou valores maiores que o  $E_{c,40\%}$ , contudo as diferenças são consideradas pequenas (entre 0,47% e 4,64%).

Fazendo o cálculo do módulo secante segundo a NBR 6118:2003, utilizando o valor da resistência à compressão aos 28 dias, observa-se uma certa diferença entre os valores sugeridos para o projeto e os obtidos experimentalmente com corpos-de-prova cilíndricos.

Tabela 6.9 – Módulo de elasticidade estático obtido com os critérios da norma NBR 6118:2003.

Módulo de Elasticidade	Idade	BR	MR	AR
Módulo secante ( $E_{c,s}$ ) - NBR6118:2003 (em MPa)	28 dias	18.077,56	25.713,25	-
	124 dias	-	-	40.827,48
Comparação com o módulo $E_{c,30\%}$		-16,90%	-9,59%	9,20%
Comparação com o módulo $E_{c,40\%}$		-16,71%	-9,35%	9,35%

Os diagramas tensão-deformação obtidos dos ensaios estáticos confirmam a redução do módulo de elasticidade com o avanço do carregamento e com o aumento do número de ciclos de carregamento e descarregamento (figuras 6.20 a 6.25).

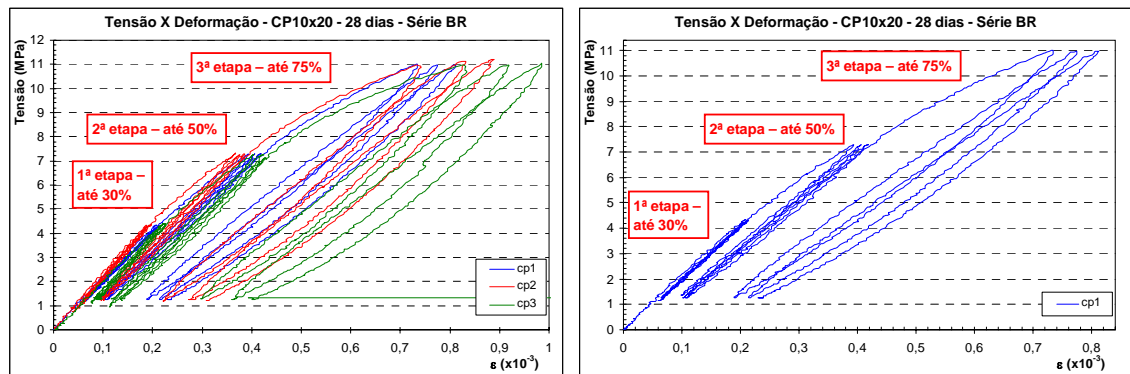


Figura 6.20 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série BR, 28 dias; b) CP1.

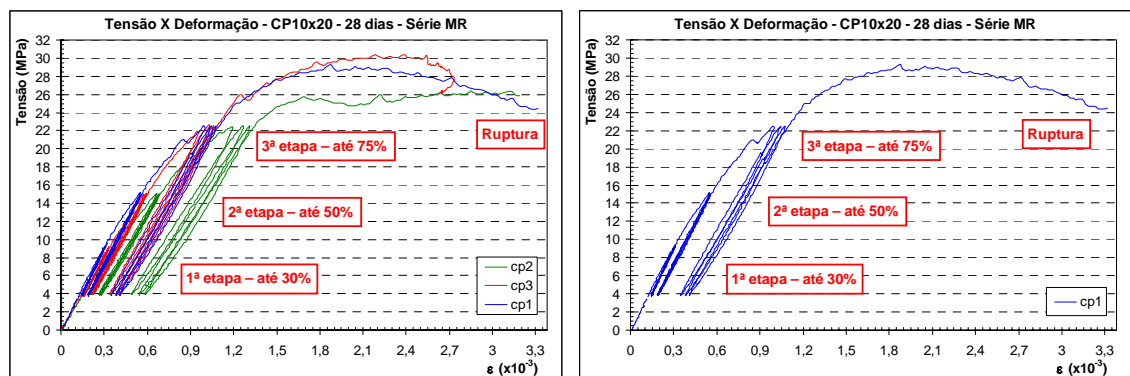


Figura 6.21 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série MR, 28 dias; b) CP1.



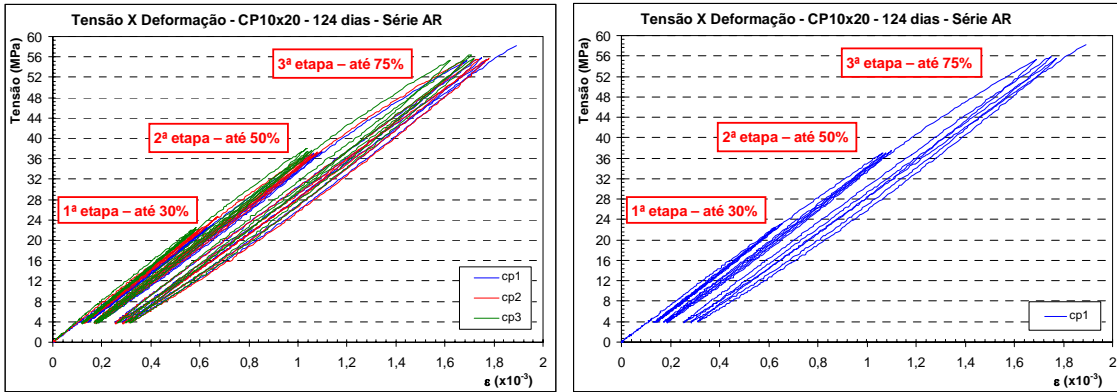


Figura 6.22 – Diagrama tensão-deformação: a) todos os CPs cilíndricos, série AR, 124 dias; b) CP1.

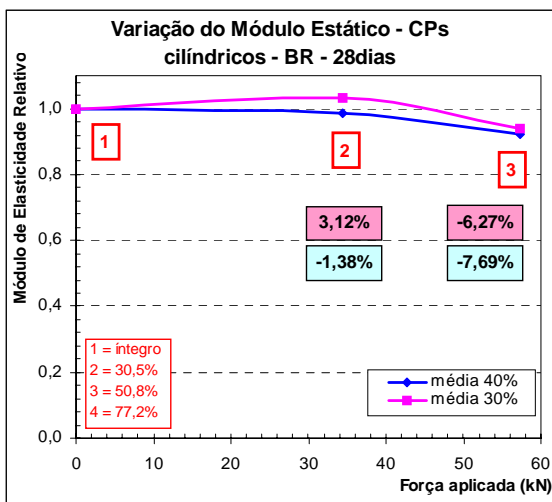


Figura 6.23 – Variação do módulo estático série BR, 28 dias, CPs cilíndricos.

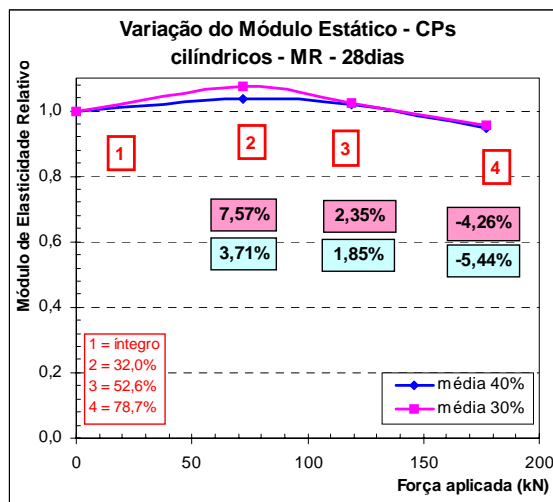


Figura 6.24 – Variação do módulo estático série MR, 28 dias, CPs cilíndricos.

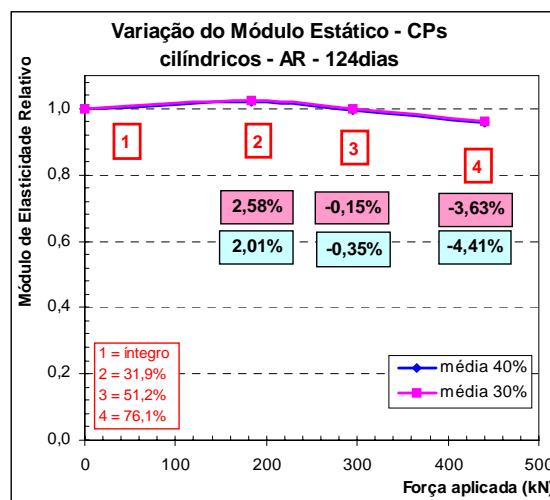


Figura 6.25 – Variação do módulo estático série AR, 124 dias, CPs cilíndricos.

As figuras 6.23 a 6.25 ilustram a variação do valor do módulo estático com o aumento do carregamento para as três séries de resistência, em relação ao valor inicial



obtido no 1º ciclo da 1ª etapa. Observa-se que, na maioria dos ensaios com corpos-de-prova cilíndricos, o valor do módulo estático apresenta um pequeno aumento na segunda etapa, ou seja, após ter sido aplicado um carregamento correspondente a 30% da força máxima. Esse incremento do módulo pode ser resultante de uma acomodação interna do material nos instantes iniciais do ensaio, quando são aplicadas cargas muito baixas. Além disso, esse aspecto foi percebido principalmente com o módulo  $E_{c,30\%}$ .

Nas figuras 6.26 a 6.28 são apresentados alguns diagramas tensão-deformação obtidos com os ensaios estáticos dos prismas. Estes ensaios foram realizados somente aos 28 dias (ou 124 dias, no caso da série AR) e intercalados aos ensaios dinâmicos.

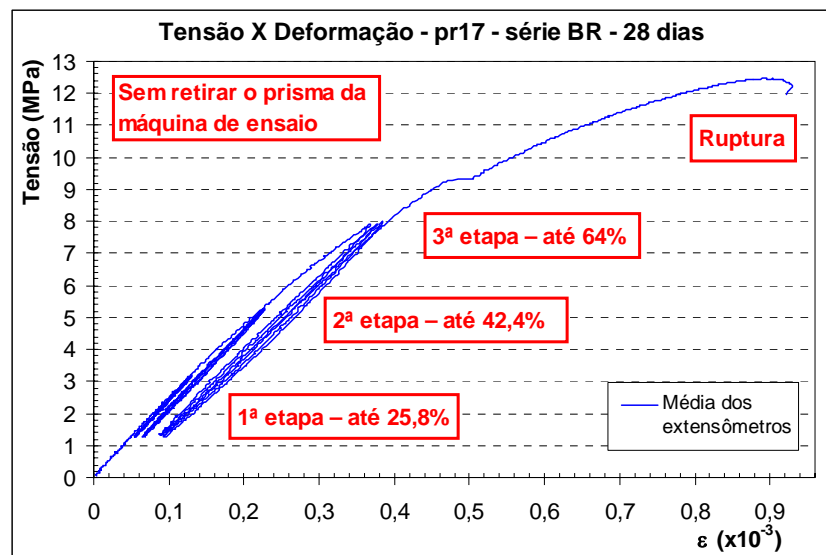


Figura 6.26 - Diagrama tensão-deformação – prismas, série BR, 28 dias.

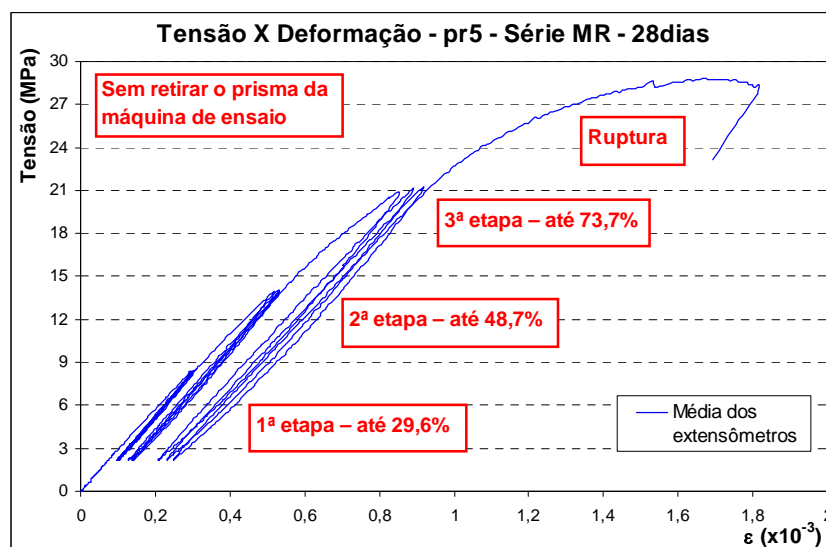


Figura 6.27 - Diagrama tensão-deformação – prismas, série MR, 28 dias.

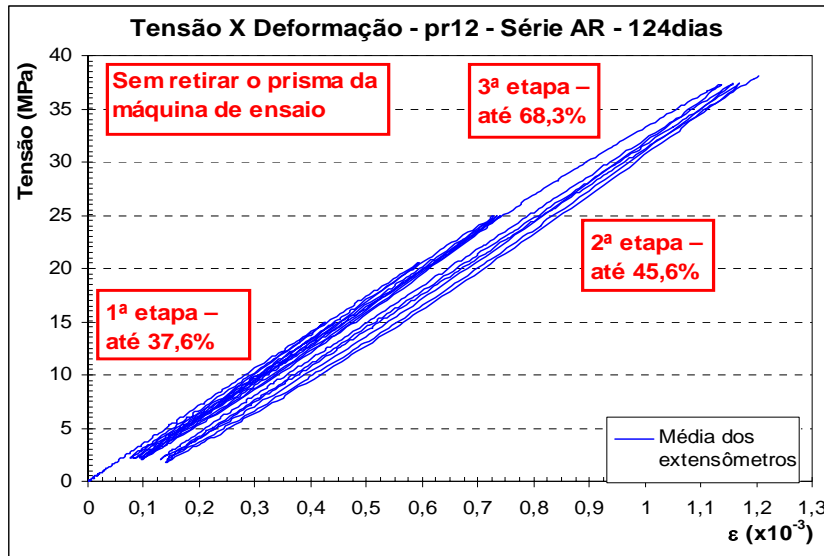


Figura 6.28 – Diagrama tensão-deformação – prismas, série AR, 124 dias.

Nas figuras 6.29 a 6.31 é ilustrada a variação do módulo de elasticidade estático ao longo da aplicação do carregamento de compressão nos prismas. Os resultados com os prismas, nestes ensaios estáticos, só foram obtidos até o início da última etapa de carregamento (após aplicação de 75% da força máxima), o que equivale a uma configuração bastante fissurada, mas o modelo ainda não atingiu a ruptura. Portanto, a redução do módulo na quarta etapa é menor do que a obtida com os ensaios dinâmicos nos mesmos modelos, pois foram determinadas as frequências naturais da peça após a ruptura.

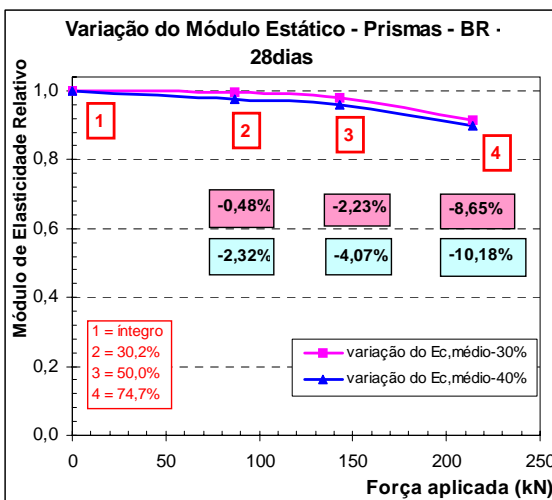


Figura 6.29 – Variação do módulo estático série BR, 28 dias, prismas.

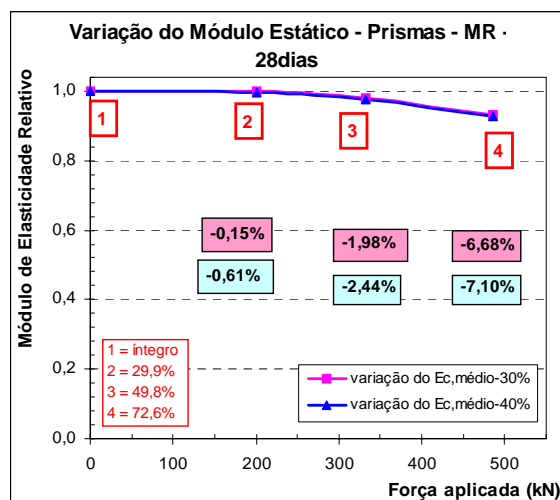


Figura 6.30 – Variação do módulo estático série MR, 28 dias, prismas.

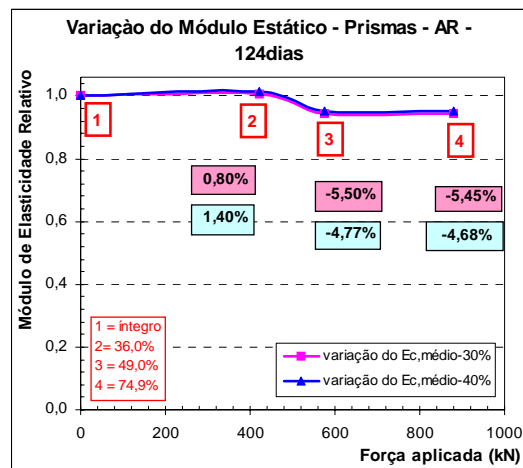


Figura 6.31 – Variação do módulo estático série AR, 124 dias, prismas.

Convém relatar que houve dificuldade para ensaiar alguns dos prismas à compressão simples, por causa das imperfeições geométricas do modelo. Nas figuras 6.32 a 6.35, observa-se que com o avanço do carregamento surgiram fissuras típicas de fendilhamento. Além disso, em alguns casos, a carga de ruptura ocorreu com valores inferiores aos estimados de acordo com a resistência à compressão do concreto obtida com corpos-de-prova cilíndricos. Foi feita a regularização dos topos do prisma com massa plástica para minimizar estes efeitos.



Figura 6.32 – Detalhes da ruptura do prisma – série AR, 124 dias.



Figura 6.33 – Abertura da fissura.



Figura 6.34 – Regularização da superfície com massa plástica.



Figura 6.35 – Ruptura por esmagamento do concreto.



➤ Ensaio dinâmicos

Os valores de frequência natural dos prismas foram obtidos utilizando a média de três ensaios para cada tipo de vibração livre: transversal ou longitudinal. A diferença encontrada para cada um dos valores e a média das três medidas foi muito pequena, variando entre 0,01% e 0,47%, para o primeiro modo de vibração. Essas diferenças são mais acentuadas (máxima de 2,81%) à medida que o elemento começa a apresentar fissuração mais intensa, por causa da maior quantidade de ruído nos espectros. As frequências mais altas ( $f_2$  e  $f_3$ ) também apresentam maior variabilidade dos resultados, atribuída ao mesmo motivo. Foram feitas leituras com o impacto sendo dado no centro e na extremidade dos modelos. Estas diferenças foram ainda menores e podem ser consideradas desprezíveis.

Na tabela 6.10 são apresentados os valores médios do módulo de elasticidade dinâmico, no estado íntegro, obtidos com as frequências transversal e longitudinal, e na tabela 6.11 são feitas as comparações entre os módulos.

Tabela 6.10 – Resultados dos ensaios dinâmicos.

Propriedade	Observação	Idade	BR	MR	AR
Frequência (1° modo), trans. (Hz)	prismas íntegros	28 (ou 124) dias	852,31	932,00	999,79
Frequência (1° modo), longit. (Hz)	prismas íntegros	28 (ou 124) dias	2.358,20	2.587,87	2.749,02
Módulo elast.dinâmico $E_{d,trans}$ (MPa)	prismas íntegros	28 (ou 124) dias	27.926,66	34.440,45	39.640,62
Módulo elast. dinâmico $E_{d,long}$ (MPa)	prismas íntegros	28 (ou 124) dias	29.056,58	36.003,29	40.489,83

Tabela 6.11 – Relações entre os módulos.

Relação	Observação	Idade	BR	MR	AR
$E_{d,trans} / E_{c,30\%}$	dinâm trans/estát cps cilínd.	28 (ou 124) dias	28,37%	21,10%	6,02%
$E_{d,trans} / E_{c,40\%}$	dinâm trans/estát cps cilínd.	28 (ou 124) dias	28,67%	21,41%	6,18%
$E_{d,trans} / E_{c,30\%}$	dinâm trans/estát prismas	28 (ou 124) dias	13,94%	12,42%	13,97%
$E_{d,trans} / E_{c,40\%}$	dinâm trans/estát prismas	28 (ou 124) dias	14,64%	12,68%	14,16%
$E_{d,long} > E_{d,trans}$	prismas íntegros	28 (ou 124) dias	4,05%	4,54%	2,14%
$E_{d,long} / E_{c,30\%}$	dinâm long/estát cps cilínd.	28 (ou 124) dias	33,57%	26,59%	8,30%
$E_{d,long} / E_{c,40\%}$	dinâm long/estát cps cilínd.	28 (ou 124) dias	33,88%	26,92%	8,45%
$E_{d,long} / E_{c,30\%}$	dinâm long/estát prismas	28 (ou 124) dias	18,55%	17,52%	16,41%
$E_{d,long} / E_{c,40\%}$	dinâm long/estát prismas	28 (ou 124) dias	19,28%	17,80%	16,61%

Segundo Metha & Monteiro (1994), geralmente o módulo dinâmico é maior que o estático cerca de 20%, 30% ou até 40%, variando de acordo com a resistência (alta, média e baixa respectivamente). Observa-se que existe uma variação com a resistência, porém os valores experimentais diferem dos indicados na bibliografia. Para a série de amostras BR, o módulo dinâmico  $E_{d,trans}$  (vibração transversal) é maior que os módulos estáticos  $E_{c,30\%}$  e  $E_{c,40\%}$  (CPs cilíndricos) em torno de 28%. Para a série MR, a diferença é de 21% e para a série AR, apenas 6%. Já o módulo dinâmico longitudinal  $E_{d,long}$  é maior que o estático (CPs cilíndricos) em torno de 34%, 27% e 8% (BR, MR e AR, respectivamente).

O módulo dinâmico (transversal e longitudinal) é maior que o estático obtido com os prismas, porém não existe grande variação com a resistência (14%, 12% e 14% - BR, MR e AR, transversal; 19%, 18% e 16% - BR, MR e AR, longitudinal). Observa-se que o módulo obtido com o modo transversal de vibração é menor do que o obtido com o modo longitudinal, mesmo sendo habitual o uso da frequência transversal para o cálculo do módulo dinâmico.

As propriedades avaliadas nestes ensaios apresentaram quase sempre valores crescentes com a idade (tabela 6.12).

Tabela 6.12 – Evolução das propriedades do concreto em relação aos 7 dias.

Propriedade	Idade	BR	MR	AR
Frequência (1° modo), transversal (íntegro) (Hz)	28 (ou 124) dias	4,53%	-1,99%	6,09%
Frequência (1° modo), longitudinal (íntegro) (Hz)	28 (ou 124) dias	3,94%	0,25%	5,33%
Módulo $E_{d,ASTM}$ transversal (íntegro) (MPa)	28 (ou 124) dias	9,73%	-3,40%	14,40%
Módulo $E_{d,ASTM}$ longitudinal (íntegro) (MPa)	28 (ou 124) dias	8,41%	-0,03%	12,16%

As figuras 6.36 a 6.38 ilustram o comportamento do concreto ao longo do carregamento, comparando os prismas submetidos a ensaios dinâmicos durante as diferentes etapas do carregamento estático com aqueles que não foram retirados da máquina de ensaio. Para estes, o ensaio dinâmico foi realizado antes e após o ensaio estático.

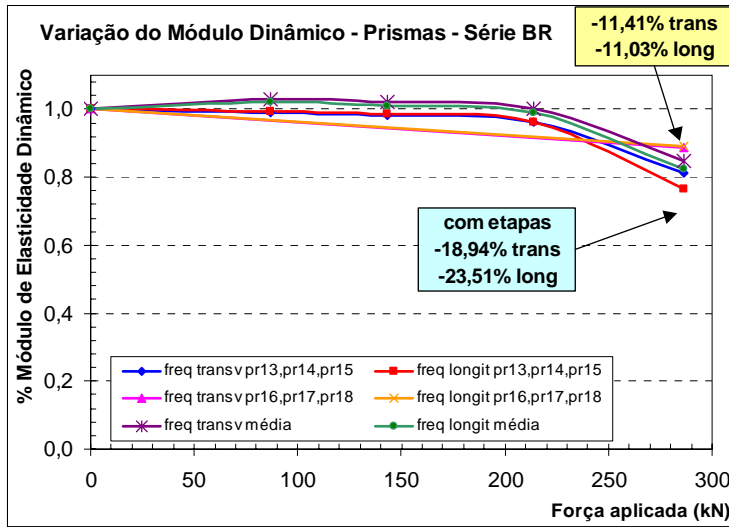


Figura 6.36 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série BR.

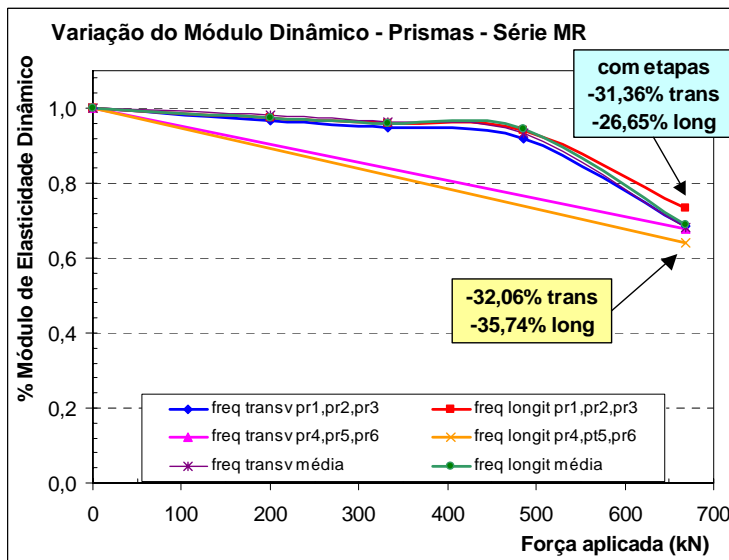


Figura 6.37 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série MR.

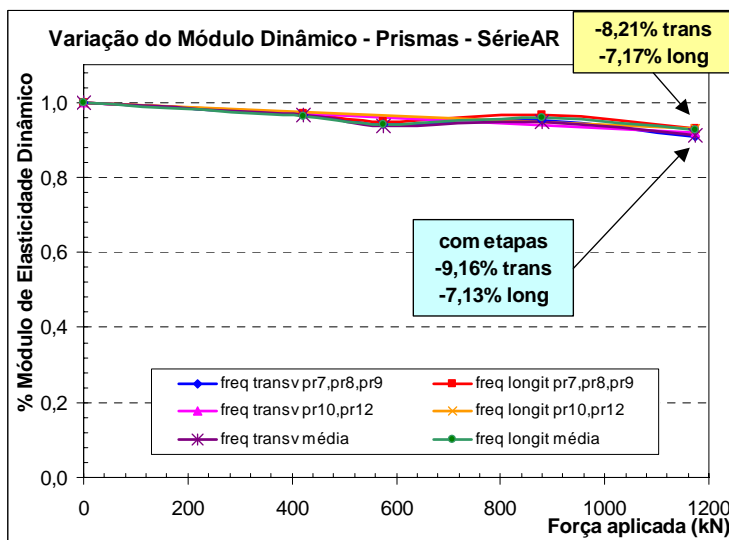


Figura 6.38 – Comportamento do módulo de elasticidade dinâmico – série AR.

Nota-se que para as diferentes faixas de resistência, o comportamento do módulo de elasticidade dinâmico apresentou diferentes taxas de redução. Para a série BR, a redução do módulo dinâmico foi maior para os prismas ensaiados por etapas, enquanto ocorreu o contrário para a série MR. No caso da série AR, há uma tendência de aproximação dos valores independente do procedimento de ensaio. Porém, neste caso, os ensaios com os prismas foram realizados em idades superiores (124 dias).

A tabela 6.13 apresenta as comparações dos resultados experimentais obtidos nesta pesquisa com o valor do módulo calculado por meio de expressões indicadas em outras referências. O módulo dinâmico indicado por Lyndon & Balandran (NEVILLE,1997) é bastante próximo ao valor experimental obtido, mas somente para concreto de média resistência à compressão. A indicação do Código Britânico para a determinação do  $E_{c,d}$  de concretos de alta resistência também foi confirmada.

Tabela 6.13 – Comparação com indicações das referências.

Série	Módulo Estático (MPa)		Módulo dinâmico (MPa)				
	$E_{c,30\%}$	$E_{c,40\%}$	Experimental	Lyndon e Balandran (NEVILLE, 1997)		Código Britânico CP110:1972	
			$E_{c,d}$ Transversal	$(E_c = 0,83 E_{c,d})$		$(E_c = 1,25 E_{c,d} - 19)$ $(E_c = 1,04 E_{c,d} - 4,1)$	
BR	21.754,00	21.704,00	<b>27.926,66</b>	26.209,64	26.149,40	32.603,20	32.563,20
MR	28.440,67	28.366,00	<b>34.440,45</b>	34.265,86	34.175,90	37.952,53	37.892,80
AR	37.388,33	37.335,00	<b>39.640,62</b>	45.046,18	44.981,93	39.892,63	39.841,35

Os resultados experimentais obtidos confirmaram que quanto maior a resistência do concreto, maior a relação entre o módulo de elasticidade estático e o dinâmico (tabela 6.14).

Tabela 6.14 – Relação  $E_c / E_{c,d}$  para diferentes resistências.

Relação	BR	MR	AR
$E_{c,30\%} / E_{d,trans}$	0,779	0,826	0,943
$E_{c,40\%} / E_{d,trans}$	0,777	0,824	0,942
$E_{c,30\%} / E_{d,long}$	0,749	0,790	0,923
$E_{c,40\%} / E_{d,long}$	0,747	0,788	0,922

A relação entre os módulos ( $E_c / E_{c,d}$ ) não apresenta grandes variações dentro do intervalo de tempo estudado para as séries BR e MR (idêntica à conclusão de Han & Kim (2004), que analisaram amostras até os 28 dias de idade) e os valores se

aproximam de 0,8 (tabelas 6.15 e 6.16). A relação entre os módulos apresenta crescimento com a idade para a série AR que foi analisada aos 124 dias (tabela 6.17).

Tabela 6.15 – Relação  $E_c / E_{c,d}$  em diferentes idades – série BR.

Relação - série BR	7 dias	21 dias	28 dias
$E_{c,30\%} / E_{d,trans}$	0,799	0,778	0,779
$E_{c,40\%} / E_{d,trans}$	0,794	0,774	0,777
$E_{c,30\%} / E_{d,long}$	0,755	0,738	0,749
$E_{c,40\%} / E_{d,long}$	0,750	0,734	0,747

Tabela 6.16 – Relação  $E_c / E_{c,d}$  em diferentes idades – série MR.

Relação - série MR	7 dias	14 dias	28 dias
$E_{c,30\%} / E_{d,trans}$	0,793	0,778	0,826
$E_{c,40\%} / E_{d,trans}$	0,774	0,743	0,824
$E_{c,30\%} / E_{d,long}$	0,785	0,758	0,790
$E_{c,40\%} / E_{d,long}$	0,766	0,725	0,788

Tabela 6.17 – Relação  $E_c / E_{c,d}$  em diferentes idades – série AR.

Relação - série AR	7 dias	21 dias	124 dias
$E_{c,30\%} / E_{d,trans}$	0,941	0,848	0,943
$E_{c,40\%} / E_{d,trans}$	0,941	0,848	0,942
$E_{c,30\%} / E_{d,long}$	0,904	0,831	0,923
$E_{c,40\%} / E_{d,long}$	0,904	0,832	0,922

#### 6.2.4. Análise dos resultados

- O módulo de elasticidade estático do concreto obtido com prismas apresenta valor superior àquele obtido com corpos-de-prova cilíndricos;
- A resistência à compressão e o módulo de elasticidade aumentam com a idade, mas com diferentes taxas de crescimento. Certas características do concreto, tais como a zona de transição e o estado de umidade, influenciam ambas propriedades de forma diferente;
- Os módulos estáticos obtidos a 30% e a 40% da tensão máxima ( $E_{c,30\%}$  e  $E_{c,40\%}$ ) apresentam pequenas diferenças entre si;



- Os valores do módulo estático secante, indicados para as análises elásticas de projeto pela NBR 6118: 2003, são menores que os obtidos experimentalmente para concretos de baixa e média resistência, e maiores para concretos de alta resistência. Esse critério pode ser contra a segurança, de acordo com a faixa de resistência utilizada;
- O módulo de elasticidade dinâmico resultou maior que o estático, porém com valores diferentes dos indicados na bibliografia;
- Os valores do  $E_{c,d}$  mais se aproximam dos valores do módulo estático obtidos com elementos prismáticos submetidos à compressão axial;
- Os resultados dos ensaios dinâmicos apresentam pouca variabilidade;
- Não foi possível caracterizar, de forma precisa, os ensaios com e sem a retirada do prisma da máquina de ensaio, pois para as diferentes resistências do concreto, o módulo de elasticidade dinâmico apresentou diferentes taxas de redução. A pequena quantidade de amostras desta pesquisa não permite uma generalização do comportamento;
- As expressões indicadas nas referências que relacionam o módulo estático e o dinâmico foram confirmadas, mas apenas para limitadas faixas de resistência à compressão;
- A influência da idade e da resistência do concreto no módulo de elasticidade dinâmico foi confirmada com os resultados experimentais.

### 6.3. Parte 2 – Ensaios de vigas de concreto armado

Para analisar o comportamento dinâmico de elementos estruturais, submetidos a um processo de danificação, foram ensaiadas vigas de concreto armado de tamanho reduzido. As alterações nas propriedades modais de um elemento de concreto indicam a perda de rigidez ao longo do carregamento, provocada pela fissuração progressiva. Esta segunda parte do programa experimental complementa os estudos anteriores sobre as propriedades mecânicas do material concreto, com a análise das mudanças nas características geométricas (momento de inércia) e na rigidez à flexão das vigas de concreto armado.

Tabela 6.18 – Programação dos ensaios experimentais – Vigas de concreto armado.

Ensaio	Resistência prevista (MPa)	Forma e dimensões dos modelos e CPs (cm)	Norma utilizada como referência	Observações
Estático	30	10 CPs cilíndricos: 10 cm x 20 cm	NBR 8522:1984 - somente alguns itens	4 (quatro) CPs cilíndricos são utilizados para estimativa da resistência; 3 (três) CPs para a determinação do módulo estático; 3 (três) CPs para a determinação da resistência à tração (compressão diametral)
Dinâmico e Estático	30	03 CPs prismáticos 15 cm x 15 cm x 75 cm 03 CPs prismáticos 15 cm x 15 cm x 50 cm	ASTM C215:1991	Ensaios não-destrutivos de vibração livre para determinação do módulo de elasticidade dinâmico. Determinação do módulo estático.
Dinâmico / Estático	30	04 vigas de concreto armado 6 cm x 12 cm x 106 cm 02 vigas de concreto simples 6 cm x 12 cm x 106 cm	ASTM C215:1991	1 (uma) das 4 (quatro) vigas de concreto armado foi utilizada para realização de ensaio-piloto; As 3 (três) vigas de concreto armado foram submetidas a carregamento de flexão simples e a ensaios dinâmicos de vibração livre a cada etapa do carregamento estático; As 2 (duas) vigas de concreto simples foram submetidas a ensaios de vibração livre para comparação entre estas e as de concreto armado.

### 6.3.1. Descrição dos modelos

Os detalhes da moldagem dos corpos-de-prova e modelos dessa etapa são descritos na tabela 6.19.

Tabela 6.19 – Resumo dos dados para construção dos modelos.

Quantidade de corpos de prova:	4 vigas de concreto armado 6 cm x 12 cm x 106 cm (viga ca); 2 vigas de concreto simples 6 cm x 12 cm x 106 cm (viga cs); 3 prismas 15 cm x 15 cm x 50 cm; 3 prismas 15 cm x 15 cm x 75 cm; 10 CPs cilíndricos 10 cm x 20 cm.
Resistência média à compressão prevista:	30 MPa. <b>Resistência obtida (<math>f_c</math>) = 30,1 MPa, aos 90 dias.</b>
Traço:	1; 2,0; 2,7; 0,63 (consumo em kg/m <sup>3</sup> : 376; 752; 1016; 237).
Materiais:	Cimento tipo CPV-ARI - Plus da Ciminas. Agregados existentes no laboratório: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Areia – dimensão máxima característica = 1,2 mm; módulo de finura = 1,92; massa específica = 2.630 kg/m<sup>3</sup>;</li> <li>• Pedrisco derivado de basalto.</li> </ul> Água proveniente da rede pública de abastecimento. Aço: CA-50 e CA-60
Taxa de armadura:	$\rho (A_s) = 0,88\%$ (tração) e $\rho' (A_s') = 0,35\%$ (compressão).
Equipamentos utilizados:	Betoneira basculante (mistura) e mesa vibratória (adensamento).
Seqüência da mistura:	Pedrisco, areia, cimento e água.
Fôrmas:	Fôrmas metálicas, existentes no laboratório, para os prismas e CPs. Fôrmas de madeira compensada plastificada para as vigas, também já existentes no LE-EESC. Ver Figura 6.41.
Desmoldagem:	Feita em 24h para os cilindros e em 48h para os prismas e vigas.
Cura:	Câmara úmida. Todos os modelos foram retirados da câmara na véspera do ensaio, com 89 dias de idade.
Regularização da superfície:	Em todos os CPs cilíndricos foi feito capeamento com enxofre.
Instrumentação:	Foram colados extensômetros de resistência elétrica na armadura e no concreto (figura 6.40). Em cada viga/prisma foram coladas chapas metálicas para fixação do acelerômetro no sentido transversal (face superior).
Normas utilizadas:	NBR 5738:1994, NBR 5739:1994.

As vigas foram dimensionadas no domínio 3<sup>1</sup>, de forma que ocorresse ruína dúctil, com ruptura à compressão do concreto e escoamento do aço, flechas significativas e fissuração aparente. A seção, nesse caso, é considerada subarmada. Todas as quatro vigas foram confeccionadas segundo o detalhamento mostrado na

Figura 6.39.

Os extensômetros elétricos de resistência (figura 6.40) foram posicionados nos pontos de maiores deformações (meio do vão), fixados nas barras longitudinais inferiores e na face superior do concreto.

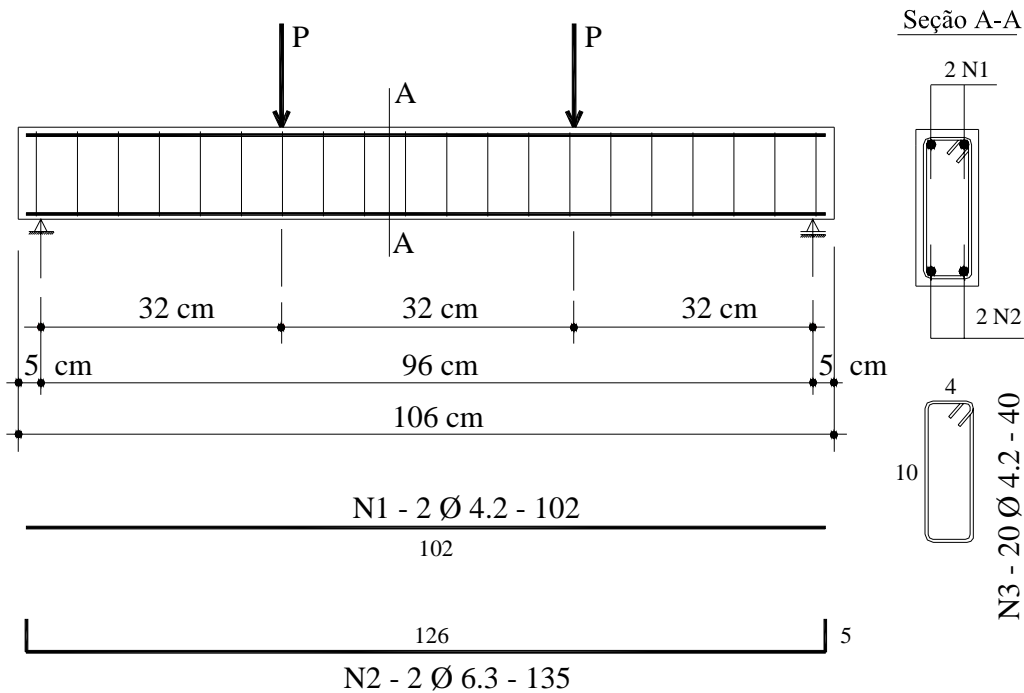


Figura 6.39 – Detalhamento das vigas.

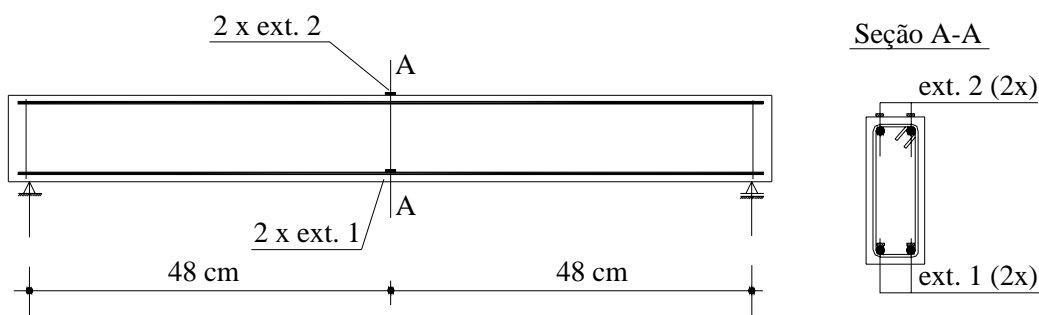


Figura 6.40 – Posição esquemática dos extensômetros colados no aço e no concreto.

<sup>1</sup> Os cálculos para dimensionamento das vigas são apresentados no Apêndice B.

Considerando os valores estimados do momento fletor último ( $M_u$ ), do momento de fissuração ( $M_r$ ), da resistência à compressão ( $f_c$ ) e do módulo de elasticidade do concreto ( $E_{c,s}$  calculado em função de  $f_c$ ), foram previstas<sup>2</sup> as seguintes forças a serem aplicadas nas vigas, em cada etapa do ensaio:

- Força total prevista para atingir  $M_r \Rightarrow F_r = 3,37$  kN;
- Força total prevista para atingir  $M_u \Rightarrow F_u = 22,88$  kN.

A seguir são apresentadas as ilustrações referentes à confecção e moldagem das vigas.



Figura 6.41 – Fôrma de madeira das vigas. Mesa vibratória.



Figura 6.42 – Armadura das vigas.



Figura 6.43 – Detalhe dos extensômetros colados no aço – barras inferiores.



Figura 6.44 – Concretagem das vigas: adensamento.

<sup>2</sup> Os cálculos para o dimensionamento da viga são apresentados no Apêndice B.



Figura 6.45 – Fôrmas metálicas dos prismas.



Figura 6.46 – Fôrma metálica dos CPs cilíndricos.

As vigas de concreto simples, sem armadura, foram chamadas ao longo deste capítulo de V1cs e V2cs. As vigas de concreto armado foram designadas por V3ca, V4ca, V5ca e V6ca.

### 6.3.2. Descrição dos ensaios

#### ➤ Ensaio estático

Os ensaios para a determinação do módulo de elasticidade estático do concreto foram realizados por meio de ensaios simples de compressão uniaxial em corpos-de-prova cilíndricos 10 cm x 20 cm, utilizando a média dos resultados das amostras. Um resumo é apresentado na tabela 6.20.

Tabela 6.20– Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos CPs cilíndricos.

Idade do concreto:	90 dias.
Quantidade de CPs cilíndricos:	3 + 4 (para previsão da resistência).
Máquina de ensaio:	Máquina de Ensaio Universal Instron.
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
Instrumentação:	Extensômetros removíveis - base de 10 cm, fixados por meio de elásticos em faces opostas.
Tipo de carregamento:	Monotônico.
Velocidade de aplicação da carga:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s.

Ensaio estático para a determinação do módulo de elasticidade também foram realizados em prismas de concreto simples (15 cm x 15 cm x 50 cm e 15 cm x 15 cm x 75 cm). Um resumo dos procedimentos é apresentado na tabela 6.21.

Tabela 6.21 – Resumo das informações sobre os ensaios estáticos realizados nos prismas.

Idade do concreto:	90 dias
Quantidade de prismas:	Os ensaios estáticos com os prismas foram realizados após os ensaios dinâmicos não-destrutivos. 3 prismas – 15 cm x 15 cm x 50 cm; 3 prismas – 15 cm x 15 cm x 75 cm.
Máquina de ensaio:	Máquina Universal de Ensaio Instron, dispositivo para flexão de quatro pontos da máquina ELE e dispositivo para fixação dos relógios comparadores (“Yoke”).
Sistema de aquisição:	<i>Sistema 5000</i> e computador.
Instrumentação:	Relógio comparador de 20 mm, sensibilidade = 0,001 mm.
Tipo de carregamento:	Monotônico.
Velocidade de aplicação da carga:	0,005 mm/s, com registro dos dados a cada 1s.

A Figura 6.47 apresenta a disposição dos prismas e das forças aplicadas para a determinação do módulo estático. Nestes ensaios, foram obtidas as flechas (deslocamentos) máximas no meio do vão. Determinou-se o módulo de elasticidade do concreto à flexão ( $E_{c,f}$ ) por meio da expressão (2.2), que relaciona o  $E_{c,f}$ , a força aplicada, a flecha no meio do vão, o momento de inércia e o comprimento do vão. O carregamento foi aplicado na máquina servo-hidráulica com controle de deformação.

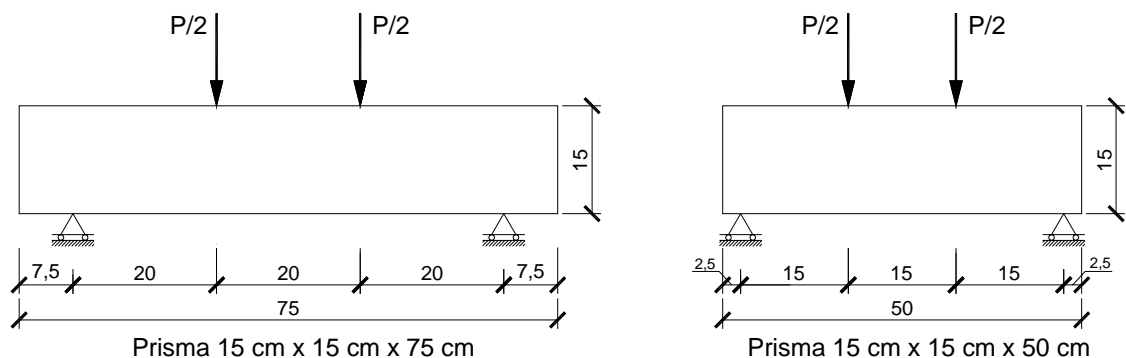


Figura 6.47 – Disposição esquemática dos prismas – Ensaio para determinação do módulo estático.

As figuras a seguir ilustram os ensaios estáticos realizados com os prismas para a determinação do módulo à flexão.



Figura 6.48 – Dispositivo de flexão de quatro pontos – Prismas – Módulo estático.

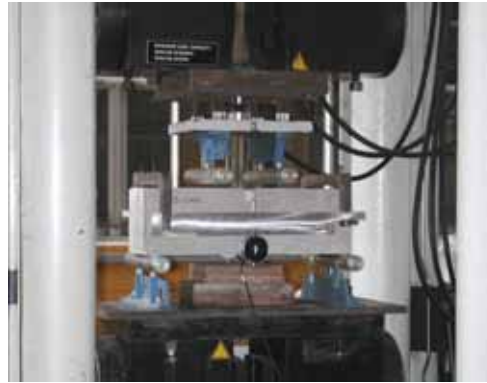


Figura 6.49 – Ensaio estático para determinação do módulo de elasticidade – Prisma 50 cm.



Figura 6.50 – Detalhe do dispositivo de ensaio. Prisma 50 cm.



Figura 6.51 – Ensaio estático para determinação do módulo de elasticidade – Prisma 75 cm.

### ➤ Ensaio dinâmico

O procedimento utilizado para a realização dos ensaios dinâmicos já foi descrito na primeira parte deste capítulo. Na tabela 6.22 é apresentado um resumo com as principais informações. Foram adotadas as prescrições da ASTM C215:1991 quanto à posição do acelerômetro e do impacto, assim como dos apoios (molas para os prismas e corda para as vigas).



Tabela 6.22 – Resumo das informações sobre os ensaios dinâmicos.

Idade do concreto:		90 dias
Quantidade de modelos:		Todos os prismas e as vigas.
Ensaio dinâmicos	Sistema de aquisição:	Placa PCMCIA da “ACE Dataphysics” e computador “laptop”.
	Impacto:	Martelo de impacto Endevco.
	Instrumentação:	Acelerômetro piezoelétrico Endevco; sensibilidade 111,6 mV/g.
	Condições de contorno:	Livre-livre, utilizando molas rígidas ou corda.
	Parâmetros do sistema:	Janela “ <i>hanning</i> ” para redução dos dados; $dF = 1,25$ ; $dT = 195,313$ ; $F_{span} = 2000$ ; $lines = 1600$ ; $overlap = 50\%$ .
Ensaio dinâmicos / estáticos	Sistema de aquisição:	Sistema 6000 e computador.
	Máquina de ensaio:	Atuador MTS.
	Velocidade de aplicação do carregamento estático:	0,002 mm/s até a abertura da primeira fissura; 0,005 mm/s até $0,5 F_{máx}$ ; 0,02 mm/s até a ruptura; Registros a cada 1s.
	Condições de contorno:	Viga bi-apoiada, conforme figura 6.52.
	Instrumentação:	Transdutores de deslocamento do tipo LVDT, com curso de 10 mm, sensibilidade 0,001 mm e curso de 50 mm, sensibilidade 0,01 mm.

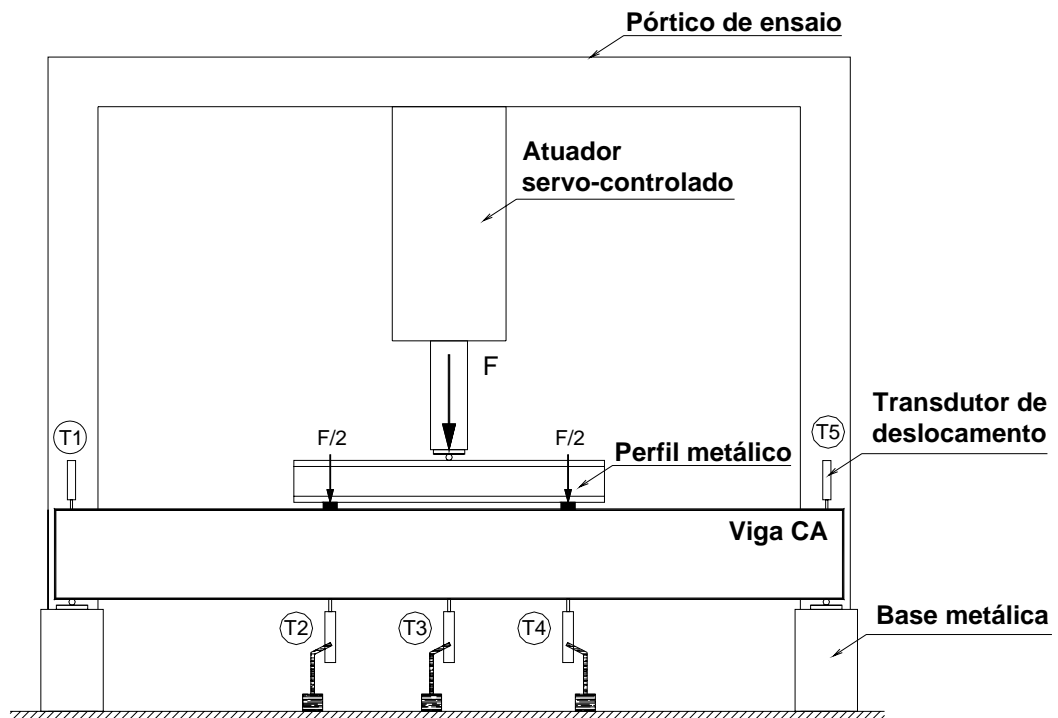


Figura 6.52 – Disposição esquemática dos transdutores de deslocamento e do sistema de aplicação do carregamento - Ensaio estático das vigas.

Os ensaios das vigas de concreto armado foram realizados de acordo com os seguintes procedimentos:

- determinação da frequência natural da peça íntegra;
- aplicação de um carregamento estático de flexão simples na máquina servo-hidráulica, até as seguintes etapas:
  - abertura da primeira fissura - Momento de fissuração ( $M_f$ ) previsto;
  - a metade da força máxima prevista ( $0,5 F_{máx}$ );
  - $F_{máx}$  correspondente ao momento último ( $M_u$ );
- após o completo descarregamento e retirada da viga do pórtico de ensaio, foram realizados os ensaios de vibração livre em cada uma das etapas mencionadas acima;
- determinação da frequência natural da viga após a ruptura.

As vigas V3ca e V4ca foram ensaiadas em todas as etapas. Para a viga V5ca não houve interrupção do carregamento estático para realização de ensaios dinâmicos, ou seja, a viga foi submetida a ensaios de vibração livre somente no estado íntegro e após a ruptura. A viga V6ca foi utilizada com um modelo-piloto para verificar o momento fletor último.

O fluxograma da Figura 6.53 apresenta as diferentes etapas dos ensaios realizados com as vigas de concreto armado.

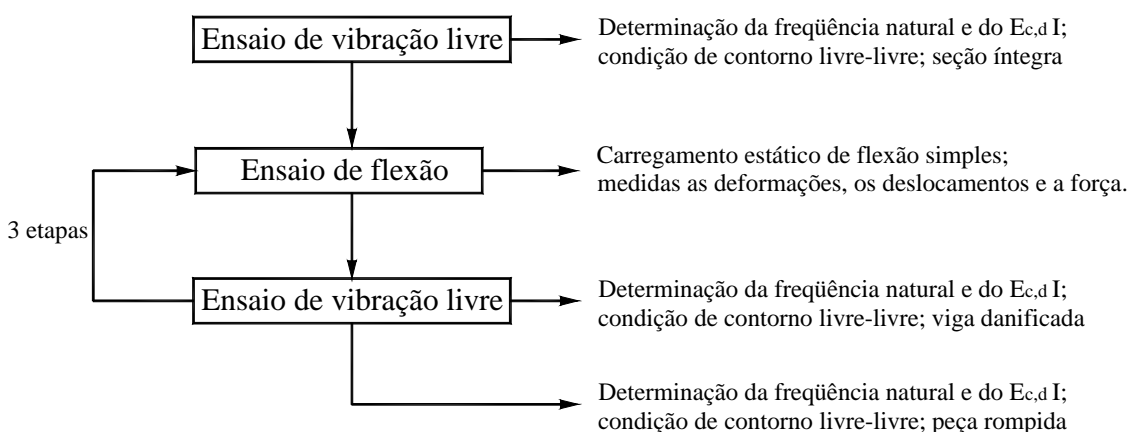


Figura 6.53 – Fluxograma dos ensaios das vigas de concreto armado.

As figuras a seguir apresentam detalhes dos ensaios das vigas, como por exemplo, o momento da abertura da primeira fissura (Figura 6.56) e o início da ruptura por compressão do concreto (Figura 6.58).



Figura 6.54 – Viga de concreto armado – Transdutores de deslocamento - Ensaio estático-dinâmico.



Figura 6.55 – Aplicação do carregamento estático – Atuador servo-hidráulico.



Figura 6.56 – Primeira fissura.



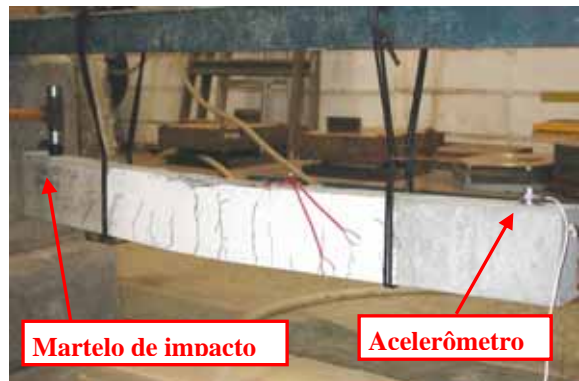
Figura 6.57 – Aplicação do carregamento estático.



Figura 6.58 – Detalhe da fissuração da viga.



Figura 6.59 – Aplicação do carregamento estático.



Martelo de impacto

Acelerômetro

Figura 6.60 – Ensaio dinâmico de vibração livre.

### 6.3.3. Resultados

➤ Ensaio estáticos

São apresentados na tabela 6.23 os valores médios da resistência à compressão e do módulo de elasticidade estático, obtido dos ensaios com corpos-de-prova cilíndricos e com prismas. O valor do módulo, em CPs cilíndricos, é dado pela inclinação da reta secante ao diagrama tensão-deformação definida do ponto de tensão equivalente a 0,5 MPa ao ponto correspondente a 30% e 40% da tensão máxima ( $E_{c,30\%}$  e  $E_{c,40\%}$ ), enquanto o módulo à flexão obtido com os prismas é calculado em função da flecha no meio do vão.

Tabela 6.23 – Resultados dos ensaios estáticos.

Propriedades do concreto		
Ensaio Estáticos	Resistência à compressão ( $f_c$ )	30,10 MPa
	Resistência à tração - compressão diametral ( $f_{c,t}$ )	1,39 MPa
	Módulo $E_{c,30\%}$ - CPs cilíndricos	25.350,33 MPa
	Módulo $E_{c,40\%}$ - CPs cilíndricos	24.659,00 MPa
	Módulo à flexão - prismas 15x15x50	21.869,32 MPa

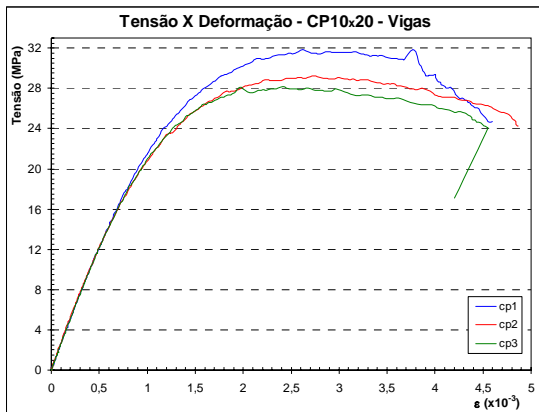


Figura 6.61 – Diagrama tensão-deformação do concreto – Ensaio com CPs cilíndricos.

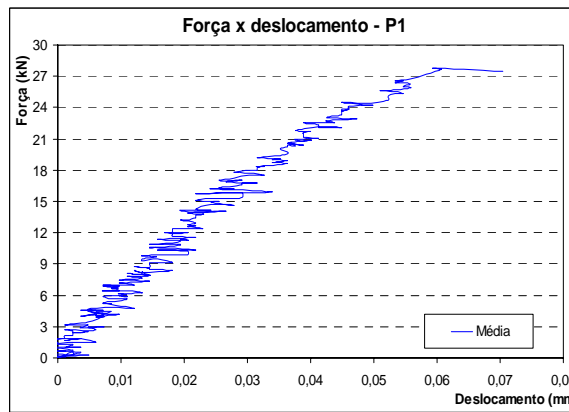


Figura 6.62 – Diagrama força-deslocamento – Ensaio com prismas 15 cm x 15 cm x 50 cm.

Observa-se na tabela 6.23 que o módulo  $E_{c,30\%}$  é maior que o  $E_{c,40\%}$  em torno de 2,8% e o módulo à flexão é 11,3% menor que  $E_{c,40\%}$ . Apesar dos resultados dos prismas apresentarem pequenos deslocamentos (Figura 6.62), os valores obtidos em cada ensaio não variaram muito em relação à media (máxima de 4%), ou seja, é um ensaio que pode ser considerado preciso.

Os prismas com dimensões 15 cm x 15 cm x 75 cm foram ensaiados da mesma forma que os prismas com 50 cm de comprimento, porém não foi possível a instalação dos suportes do relógio comparador e que promoviam uma melhor fixação do instrumento no prisma menor. Os resultados obtidos com os prismas de 75 cm diferem muito dos apresentados na tabela 6.23 e, portanto, foram desconsiderados (valor médio do módulo  $E_{c,p,75} = 2.989,63$  MPa).

➤ Ensaio dinâmico

Os valores de frequência natural do primeiro modo de vibração das vigas (de concreto simples e armado) e dos prismas foram obtidos utilizando a média de três ensaios de vibração livre no sentido transversal. Como já foi citado na primeira parte deste capítulo, a variabilidade dos valores da frequência em cada ensaio dinâmico é muito pequena (variando entre 0,04% e 0,25%), mesmo utilizando um outro sistema de aquisição de dados. As diferenças são mais acentuadas (máxima de 0,97%), à medida que o elemento começa a apresentar fissuração mais intensa, por causa da maior quantidade de ruído nos espectros. Foram feitas leituras com o impacto sendo dado no centro e na extremidade dos modelos, resultando nos mesmos valores de frequência.

Na Tabela 6.24 são apresentados os valores médios do módulo de elasticidade dinâmico, no estado íntegro, obtidos com as frequências transversais, em prismas e em vigas.

Tabela 6.24 - Resultados dos ensaios dinâmicos.

Propriedades do concreto		
Ensaio Dinâmico	Módulo $E_{c,d}$ - média das vigas	33.304,37 MPa
	Módulo $E_{c,d}$ - média dos prismas 15x15x50	32.289,54 MPa
	Módulo $E_{c,d}$ - média dos prismas 15x15x75	30.641,97 MPa

Relacionando os resultados estáticos e dinâmicos e os dinâmicos entre si são obtidos os seguintes valores:

- $E_{c,d}$  (dinâmico, vigas) é 35,1% maior que  $E_{c,40\%}$  (estático, CPs);
- $E_{c,d}$  (dinâmico, prismas<sub>50</sub>) é 30,9% maior que  $E_{c,40\%}$  (estático, CPs);
- $E_{c,d}$  (dinâmico, prismas<sub>75</sub>) é 24,3% maior que  $E_{c,40\%}$  (estático, CPs);
- $E_{c,d}$  (dinâmico, prismas<sub>50</sub>) é 5,4% maior que  $E_{c,d}$  (dinâmico, prismas<sub>75</sub>);

- $E_{c,d}$  (dinâmico,vigas) é 3,4% maior que  $E_{c,d}$  (dinâmico,prismas<sub>50</sub>).

Nestes ensaios observou-se uma maior aproximação com os valores sugeridos na bibliografia para concreto de média resistência [módulo dinâmico é maior que o estático cerca de 30%, (Metha & Monteiro,1994)].

Na Tabela 6.25 são apresentados os valores de frequência natural do 1º modo ( $f_1$ ), do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ) e da rigidez ( $E_{c,d} I$ ) para as vigas, nas diferentes etapas do carregamento.

Tabela 6.25 – Resultados dos ensaios dinâmicos – ao longo da aplicação do carregamento.

Viga	Propriedade	Estado íntegro	1ª fissura	0,5 $F_{máx}$	$F_{máx}$
			6,36kN	11,19kN	22,45kN
V3ca	$f_1$ (Hz)	397,50	366,25	356,88	215,42
	$E_{c,d}$ (MPa)	33.626,17	28.546,86	27.104,12	9.849,23
	$E_{c,d} I$ (kN.m <sup>2</sup> )	302,77	257,04	244,05	88,68
V4ca	$f_1$ (Hz)	396,25	363,13	354,38	259,38
	$E_{c,d}$ (MPa)	33.253,95	27.926,53	26.596,89	14.285,92
	$E_{c,d} I$ (kN.m <sup>2</sup> )	303,28	254,69	242,57	130,29
V5ca	$f_1$ (Hz)	393,13	-	-	241,88
	$E_{c,d}$ (MPa)	33.033,00	-	-	12.504,57
	$E_{c,d} I$ (kN.m <sup>2</sup> )	295,35	-	-	111,81
<b>Média - CA</b>	$f_1$ (Hz)	<b>395,63</b>	<b>364,69</b>	<b>355,63</b>	<b>238,89</b>
	$E_{c,d}$ (MPa)	<b>33.304,37</b>	<b>28.236,70</b>	<b>26.850,51</b>	<b>12.213,24</b>
	$E_{c,d} I$ (kN.m <sup>2</sup> )	<b>300,47</b>	<b>255,86</b>	<b>243,31</b>	<b>110,26</b>
V1cs	$f_1$ (Hz)	401,25	-	-	-
	$E_{c,d}$ (MPa)	31.872,60	-	-	-
	$E_{c,d} I$ (kN.m <sup>2</sup> )	298,64	-	-	-

A primeira etapa do carregamento estático foi considerada até a carga para a qual surgiu a primeira fissura visível, que possui um valor experimental ( $F_{1ª\ fissura} = 6,36$  kN) bem maior que o estimado para atingir o momento de fissuração ( $F_{Mr} = 3,37$  kN). A frequência natural da viga de concreto simples (V1cs) resultou maior que a média das vigas de concreto armado em torno de 1,4%, enquanto o módulo dinâmico foi 4,3% menor.

As figuras a seguir ilustram o comportamento do concreto ao longo do carregamento. Na Figura 6.63 é feita a comparação do comportamento das vigas submetidas a ensaios dinâmicos durante as diferentes etapas do carregamento estático

com aquela que não foi retirada do pórtico de ensaio. Percebe-se que não há muita diferença no resultado final.

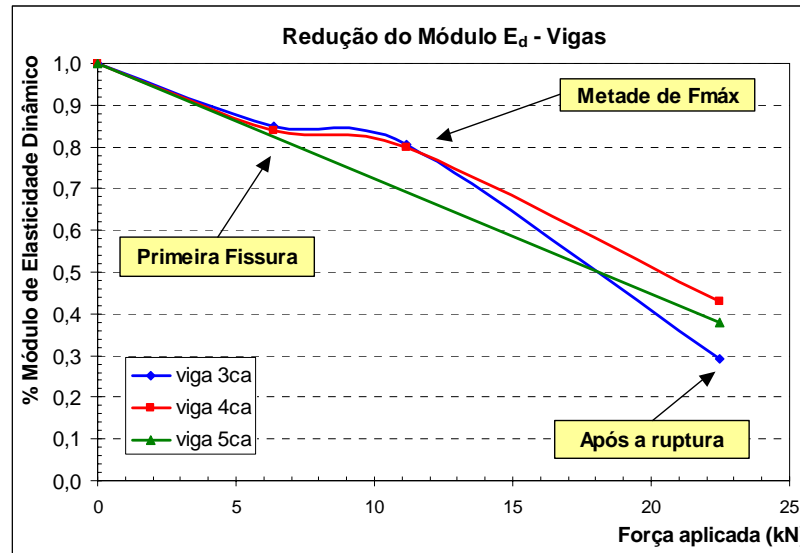


Figura 6.63 – Redução do módulo dinâmico para cada viga de concreto armado.

A redução do módulo dinâmico e da rigidez à flexão são muito semelhantes, como pode ser visto na Figura 6.64 e na Figura 6.65. No cálculo do módulo de elasticidade dinâmico foi considerado o momento de inércia da seção bruta (estádio I). Já o valor da rigidez dinâmica ( $E_{c,d}$  I) foi obtido experimentalmente relacionando a frequência natural, o comprimento e a massa da viga, ou seja, foi considerada a inércia reduzida.

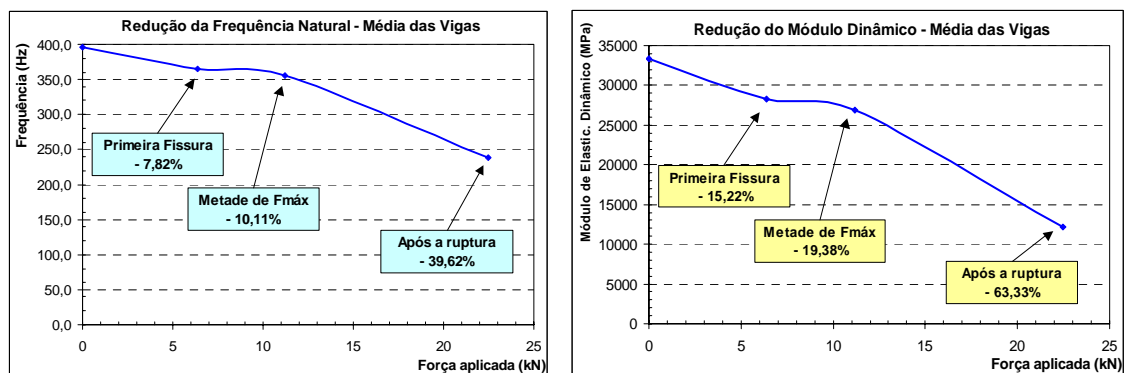


Figura 6.64 – Redução da frequência e do módulo dinâmico – Média dos ensaios das vigas de concreto armado.

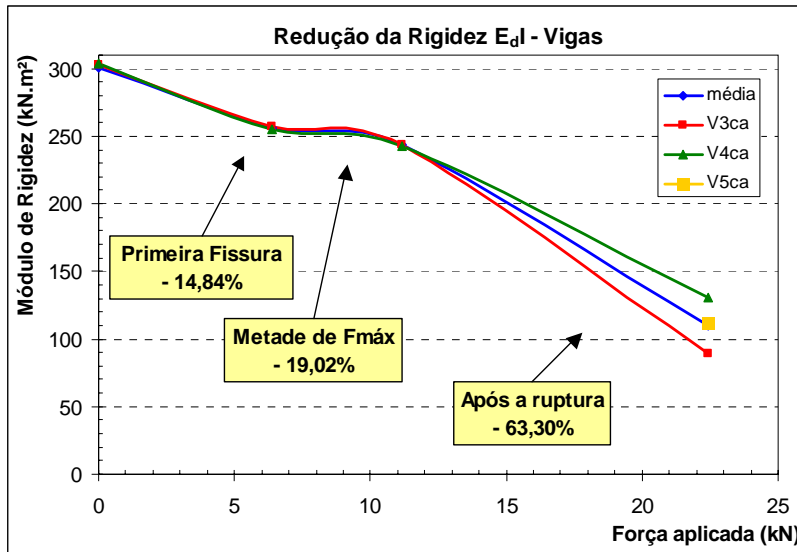


Figura 6.65 – Redução da rigidez à flexão das vigas de concreto armado – Ensaio dinâmico.

Os resultados dos ensaios estáticos intercalados pelos dinâmicos são os deslocamentos dos transdutores e as deformações dos extensômetros registrados em função da força estática aplicada pelo atuador. A seguir, são apresentados os gráficos força x deslocamento das vigas de concreto armado (figuras 6.66 a 6.68). Em todos os casos, não foi possível determinar a carga última dos ensaios. Devido à baixa velocidade de aplicação da força e ao tamanho reduzido do modelo, as deformações aumentavam significativamente e as fissuras possuíam grandes aberturas, portanto, o ensaio era interrompido. Nas figuras 6.69 a 6.71 são mostradas as relações força x deformação, obtidas com os extensômetros colados no concreto e no aço.

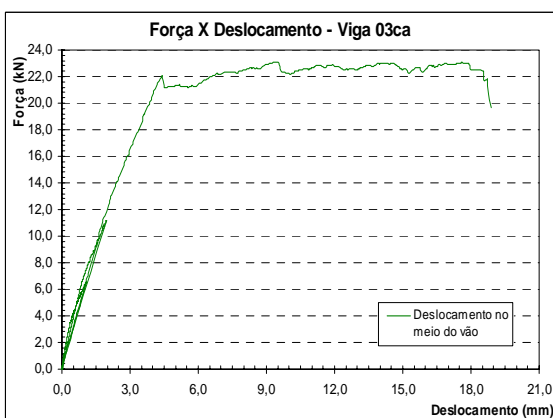


Figura 6.66 – Diagrama força-deslocamento da viga V3ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.

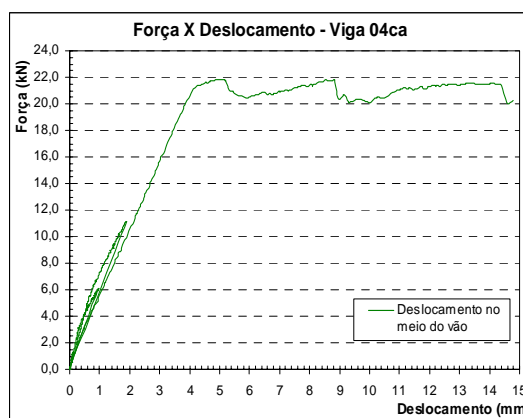


Figura 6.67 – Diagrama força-deslocamento da viga V4ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.



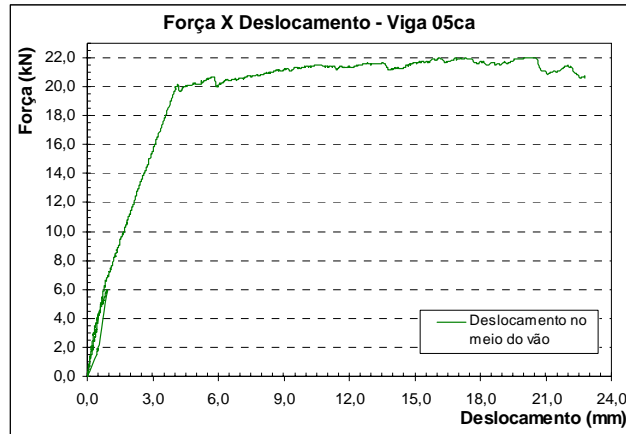


Figura 6.68 – Diagrama força-deslocamento da viga V5ca – todas as etapas – deslocamento no meio do vão.

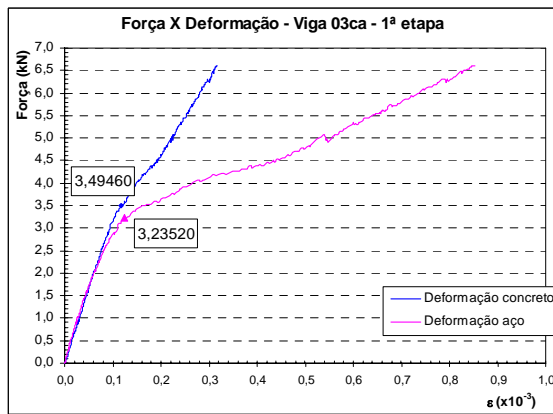


Figura 6.69 – Diagrama força-deformação – viga V3ca – extensômetros.

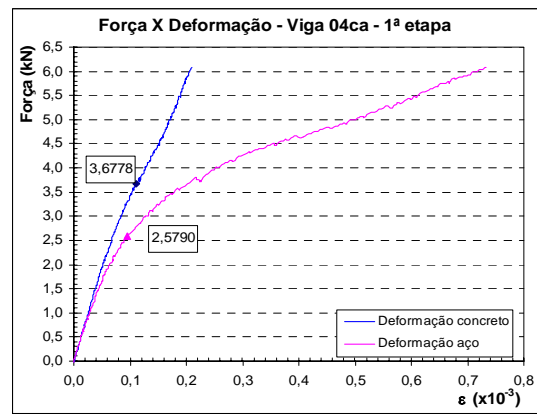


Figura 6.70 – Diagrama força-deformação – viga V4ca – extensômetros.

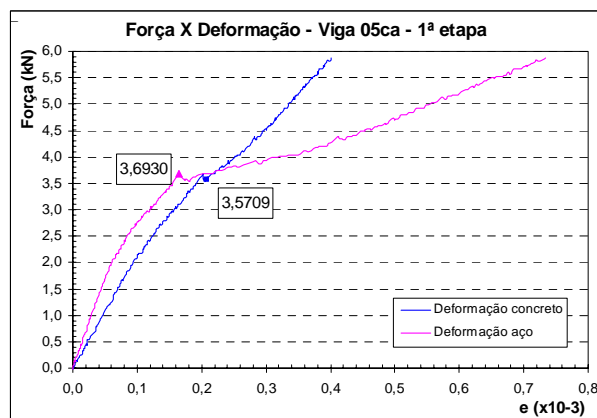


Figura 6.71 – Diagrama força-deformação – viga V5ca – extensômetros.

As figuras 6.72 a 6.75 apresentam os gráficos obtidos do sistema de aquisição de dados durante a realização dos ensaios dinâmicos: FRF, função coerência, sinal de

entrada (impacto do martelo) e sinal de saída (resposta da vibração medida pelo acelerômetro).

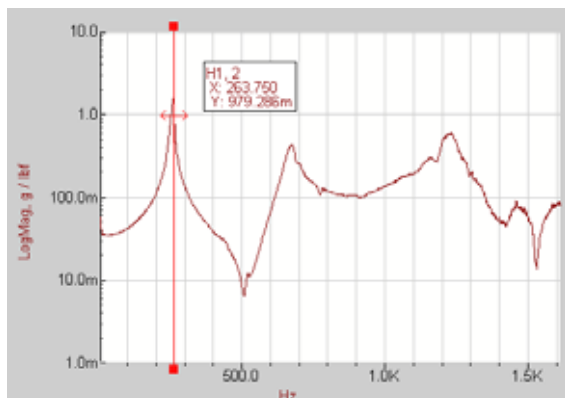


Figura 6.72 –FRF obtida do ensaio dinâmico.

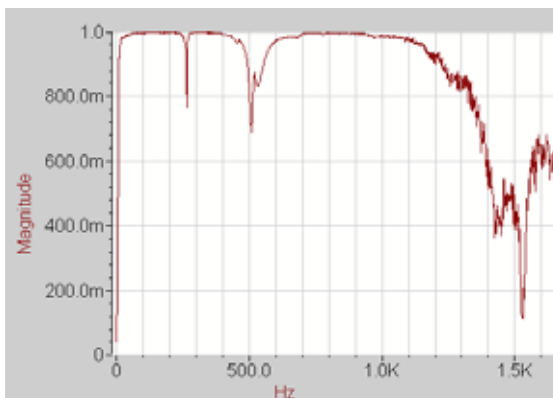


Figura 6.73 –Função coerência.

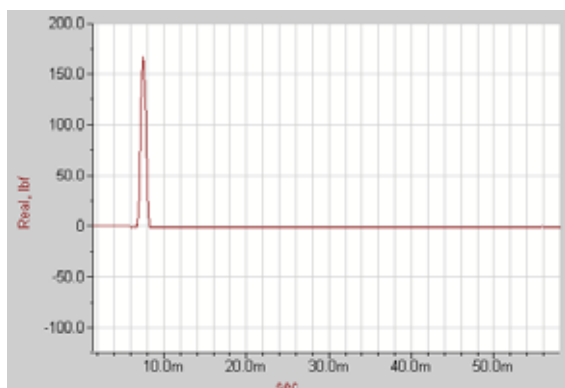


Figura 6.74 –Sinal de entrada.

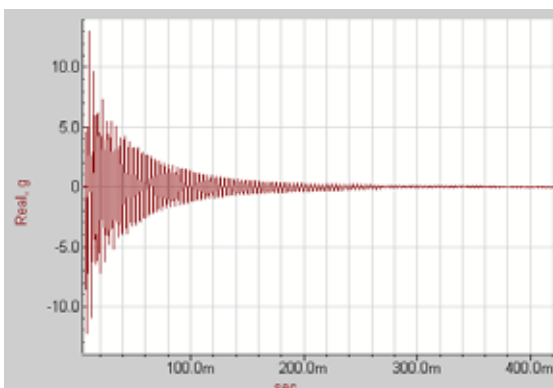


Figura 6.75 – Sinal medido pelo acelerômetro.

Foi calculado o valor da rigidez equivalente, segundo a norma NBR 6118:2003 (fórmula de Branson), que considera o momento de fissuração e o momento de inércia no estágio II (peça fissurada), para o cálculo da flecha imediata. Esse valor foi comparado (tabela 6.26) à rigidez à flexão de cada uma das vigas obtida dos ensaios dinâmicos após a ruptura.

Tabela 6.26 – Valores de rigidez à flexão – Ensaio de vigas de concreto armado.

Rigidez à flexão (kN.m <sup>2</sup> )		
$EI_{eq}$ - NBR 6118:2003	88,95	-
$E_{c,d}$ I - Viga V3ca - após a ruptura	88,68	-0,30%
$E_{c,d}$ I - Viga V4ca - após a ruptura	130,29	46,47%
$E_{c,d}$ I - Viga V5ca - após a ruptura	111,81	25,70%

Para a V3ca, o valor da rigidez obtido experimentalmente, após a ruptura, é praticamente o mesmo que o valor teórico calculado. Já os valores das rigidezes das outras vigas resultaram bem maiores. Uma melhor comparação do valor da rigidez equivalente, obtido nos ensaios experimentais, poderia ser feita com a utilização de métodos de modelagem numérica, considerando a fissuração da viga para o carregamento e as condições específicas do ensaio.

#### 6.3.4. Análise dos resultados

- O valor do módulo de elasticidade estático obtido com prismas de 50 cm (módulo à flexão calculado em função da flecha no meio do vão) apresenta pequenas diferenças em relação ao módulo obtido com corpos-de-prova cilíndricos e possui pouca variabilidade dos resultados de diferentes amostras em relação ao valor médio. Ensaios estáticos com prismas de 75 cm para a determinação do módulo estático não ofereceram bons resultados;
- Existe pequena diferença entre os módulos estáticos  $E_{c,30\%}$  e  $E_{c,40\%}$ ;
- Os valores do módulo de elasticidade dinâmico obtidos com vigas e prismas (50 cm e 75 cm) apresentam pequenas diferenças entre si. A relação entre os módulos estático e dinâmico é muito próxima do valor indicado na bibliografia para concreto de média resistência;
- A redução da frequência natural, do módulo dinâmico e da rigidez à flexão já era esperada e pôde ser confirmada com os ensaios dinâmicos;
- As diferenças entre os resultados das vigas de concreto armado e a viga de concreto simples indicam que os ensaios dinâmicos são bastante sensíveis a pequenas diferenças do elemento;
- Não existem grandes diferenças entre os resultados obtidos com as vigas que foram submetidas a ensaios estáticos intercalados por dinâmicos daquela que não sofreu interrupção do carregamento estático;
- Existe similaridade entre os resultados de rigidez à flexão obtidos de ensaios dinâmicos e os calculados analiticamente considerando a redução do momento de inércia.

#### 6.4. Discussão dos resultados – Partes 1 e 2

Embora alguns resultados dos ensaios já tenham sido analisados no decorrer do capítulo, faz-se uma discussão das principais considerações a respeito do programa experimental, reunindo as informações obtidas dos ensaios com os corpos-de-prova cilíndricos e com os prismas de concreto simples (parte 1) e as informações dos ensaios com as vigas de concreto armado (parte 2).

As alterações nas propriedades dinâmicas (frequências naturais) refletem as mudanças ocorridas na estrutura interna do material (aumento das microfissuras no concreto e conseqüente redução do E) e também as mudanças na rigidez de elementos estruturais submetidos a carregamento progressivo (redução da seção transversal e queda no valor de EI). Nas estruturas de concreto armado, tanto nas verificações como no dimensionamento, é mais adequado o conhecimento da rigidez equivalente do que o valor do módulo de elasticidade tratado como um parâmetro isolado e que é válido somente no trecho inicial linear-elástico do diagrama tensão-deformação.

O estudo experimental realizado sobre as mudanças no valor do módulo de elasticidade ao longo do carregamento de compressão axial, tanto por ensaios dinâmicos como estáticos, indica que o material concreto perde significativamente suas características elásticas com o aumento da fissuração e o diagrama tensão-deformação torna-se não-linear. Entretanto, os elementos estruturais (vigas) sofrem uma maior redução da rigidez à flexão, como pode ser comparado nas figuras 6.23 a 6.25; 6.29 a 6.31 e 6.36 a 6.38 (parte 1) e nas figuras 6.64 e 6.65 (parte 2) e nas tabelas 6.27 e 6.28:

Tabela 6.27 – Redução do módulo de elasticidade – Parte 1.

Série	Módulo Estático - após a terceira etapa do ensaio (75%)		Módulo Dinâmico - Prismas - após a ruptura	
	CPs cilíndricos	Prismas	Transversal c/ etapas	Longitudinal c/ etapas
BR	-7,69%	-10,18%	-18,94%	-23,51%
MR	-5,44%	-7,10%	-31,36%	-26,65%
AR	-4,41%	-4,68%	-9,16%	-7,13%

Tabela 6.28 – Redução do módulo e da rigidez – Parte 2.

Vigas de concreto armado	
Etapa	Rigidez à flexão ( $E_{c,d}$ I)
Fissuração	-14,84%
0,5 $F_{máx}$	-19,02%
Após $F_{máx}$	-63,30%

Os valores do módulo estático apresentados na tabela 6.27 são os relativos à média do  $E_{c,40\%}$  e  $E_{c,pr,40\%}$  de corpos-de-prova cilíndricos e prismas, respectivamente. Nesses casos, o valor da redução foi obtido na última etapa do carregamento estático, ou seja, após a aplicação da carga equivalente a aproximadamente 75% da resistência. Os valores da redução do módulo dinâmico ( $E_{c,d}$ ) referem-se aos obtidos após a ruptura dos prismas, tanto que são sempre maiores que a redução do  $E_c$  estático. Nestes ensaios dinâmicos, já existia um estado avançado de fissuração, após aplicação da carga máxima de compressão, e a redução do valor do módulo não deve ser entendida apenas como resultado da modificação da estrutura interna do material (avanço das microfissuras e não-linearidade), mas também como uma redução da seção transversal.

Na tabela 6.28, nota-se que a redução da rigidez à flexão, após a ruptura, possui valores muito elevados. Ressalta-se que, nestes ensaios, as vigas apresentaram grandes deformações para um valor quase constante de carga aplicada (figuras 6.66 a 6.68).

Nas duas partes do programa experimental, foram determinados valores do módulo de elasticidade em diferentes modelos e por métodos diversos. Entre os resultados, destaca-se a diferença entre os obtidos por ensaios estáticos com prismas e com corpos-de-prova cilíndricos. O módulo dos prismas ( $E_{c,pr}$ ) apresentou valor superior nas duas séries ensaiadas até os 28 dias – BR e MR (tabelas 6.6 e 6.7). Para a série AR, ensaiada aos 124 dias, o  $E_{c,pr}$  foi menor que o módulo dos CPs cilíndricos (tabela 6.8). Isso pode confirmar que a idade é um fator importante no comportamento do módulo e que ainda são necessários estudos com um maior número de amostras, de diferentes formatos, em mais idades, para o estabelecimento de critérios na avaliação desta propriedade do concreto.

Ainda sobre o módulo obtido em prismas, nota-se que ao comparar os valores estático (por compressão) e dinâmico, medidos no mesmo elemento, praticamente não houve variação com a resistência, ou seja, o  $E_{c,d}$  é maior que o  $E_{c,pr}$  em torno de 14%,

independentemente da faixa de resistência à compressão do concreto (baixa, média ou alta). Esse aspecto pode ser atribuído ao fato da utilização do mesmo elemento nos dois ensaios. Além do ensaio estático de compressão de prismas (15 cm x 15 cm x 75 cm, parte 1), foram feitos ensaios estáticos de flexão em prismas menores (15 cm x 15 cm x 50 cm), que apresentaram resultados muito próximos aos ensaios com CPs cilíndricos (parte 2).

Os módulos estáticos determinados pela reta secante até 30% e até 40% da resistência serviram para demonstrar que existem pequenas diferenças entre estes valores, sendo sempre o  $E_{c,30\%}$  maior que o  $E_{c,40\%}$ , mas a maioria das pesquisas atuais, principalmente as estrangeiras, adota o  $E_{c,40\%}$  como padrão. Na norma NBR 6118:2003 o módulo de elasticidade considerado é o  $E_{c,30\%}$ . Os valores recomendados por esta norma para as análises elásticas de projeto são menores que os obtidos experimentalmente para concretos de baixa e média resistência (17% e 9%, respectivamente). Ocorreu o contrário para a série de amostras AR, mas a norma não é recomendada para concretos com classe de resistência superior a C50, portanto esta comparação não é apropriada.

O módulo de elasticidade dinâmico é indicado como sendo maior que o estático em torno de 20%, 30% e 40% para concretos de alta, média e baixa resistência respectivamente (MEHTA & MONTEIRO, 1994). No entanto, os valores obtidos experimentalmente resultaram em diferentes relações entre os módulos, sendo sempre o dinâmico maior que o estático obtido com CPs cilíndricos. Nos estudos da parte 1 com prismas (tabela 6.11), os valores são: 6% para a série AR, 21% para a série MR e 28% para a série BR, considerando o módulo obtido com a frequência transversal, que é a mais comum; e 8% para a série AR, 27% para MR e 34% para a série BR para o módulo obtido com a frequência longitudinal. Contudo, na segunda parte do programa experimental, os valores apresentados na tabela 6.24 são mais próximos daqueles indicados na bibliografia para concreto de média resistência à compressão (30%).

Procurou-se nas duas partes do programa experimental estabelecer correlações entre os resultados de elementos ensaiados de forma contínua (carregamento crescente sem retirada da máquina de ensaio) e os que foram submetidos a etapas de carregamento estático intercaladas a ensaios dinâmicos. Para os prismas, não foi possível generalizar um comportamento padrão, pois ocorreram diferentes taxas de redução do módulo de elasticidade dinâmico para os dois tipos de ensaio (com e sem a retirada da máquina), para as diferentes faixas de resistência do concreto, ou seja, cada série de amostras

apresentou um comportamento diferente (ver figuras 6.36 a 6.38). Seria necessário um estudo mais apurado com uma maior quantidade de ensaios e amostras. Na segunda parte, foi ensaiada uma viga sem a retirada da máquina e outras duas vigas com carregamento por etapas. Também não houve possibilidade de estabelecer um critério devido à pequena quantidade de elementos ensaiados e ao resultado obtido (ver figura 6.63).

Existem referências que apresentam pesquisas que procuraram relacionar os módulos estático e dinâmico, mas a maioria faz restrições quanto à aplicação das expressões em limitadas faixas de resistência ou somente para concretos com os mesmos materiais constituintes utilizados na pesquisa. Os resultados experimentais obtidos na primeira parte deste trabalho foram comparados aos calculados analiticamente por tais expressões, confirmando que existem algumas limitações para a sua aplicação. Por outro lado, as informações sobre a tendência de crescimento do módulo dinâmico com a resistência à compressão e com a idade foram confirmadas.

Em ensaios de compressão com ciclos de carregamento e descarregamento, pode existir, no trecho inicial de recarregamento, uma acomodação interna das partes já fissuradas (ou micro-fissuradas). Após esse efeito, o módulo de elasticidade volta a crescer. Esse aumento do  $E_c$  pode ser observado na segunda etapa do carregamento, nas figuras 6.23 a 6.25, relativas a variação do módulo estático obtido com corpos-de-prova cilíndricos em todas as séries (BR, MR e AR). Até a segunda etapa, só havia sido aplicada força correspondente a 30% da resistência.

Os ensaios com prismas (15 cm x 15 cm x 75 cm) apresentaram em termos gerais bons resultados, mas ofereceram algumas dificuldades de execução. Sabe-se que esses modelos foram adotados por possuírem frequência natural dentro da faixa de frequência compatível com o sistema de aquisição disponível no LE-EESC na ocasião. Por causa do tamanho e do peso das peças, existiram imperfeições geométricas que influenciaram os resultados. Em alguns prismas, cujos topos não eram paralelos entre si, surgiram esforços de fendilhamento durante a aplicação dos incrementos de carregamento estático. Em modelos menores, imagina-se que as arestas, por exemplo, poderiam ter um melhor acabamento, além de se garantir o paralelismo entre as faces.

Apesar de terem sido realizados ensaios com diferentes tipos de carregamento (na 1ª parte – compressão axial simples e na 2ª parte – flexão simples), nota-se que existe uma similaridade nos comportamentos das propriedades estudadas (módulo de

elasticidade e rigidez à flexão) de elementos submetidos a danificação progressiva, e possivelmente, deve ser considerada uma parcela de contribuição da redução do módulo de elasticidade na redução da rigidez, mesmo que pequena.

Os elementos de concreto armado solicitados à flexão passam por etapas onde o valor ou a variação do módulo de elasticidade interfere de maneira significativa no comportamento estrutural. Ou seja, para baixos níveis de tensão, o material ainda apresenta comportamento elástico-linear em determinadas fibras da seção transversal. Nesse estágio, que normalmente é a situação de serviço das estruturas, é possível avaliar a condição de integridade estrutural com ensaios não-destrutivos para determinar o módulo de elasticidade. As mudanças no valor do módulo, com o avanço do carregamento e da microfissuração, fazem com que o material apresente deformação não-proporcional à carga. Para o caso de carregamentos mais elevados, as modificações no valor do módulo de elasticidade do material associadas a grandes reduções da seção transversal (queda no momento de inércia) confirmam que o estudo da condição de integridade do elemento estrutural deve ser baseado na variação da rigidez. Nos dois casos, os ensaios dinâmicos são bastante apropriados, por serem de fácil execução, de grande confiabilidade, pequena variabilidade e muito precisos.

Além de ensaios experimentais dinâmicos para avaliação da integridade, pode-se utilizar programas computacionais baseados na Mecânica do Dano para estudar, de forma mais apurada, os elementos estruturais submetidos a danificação progressiva. Os coeficientes de dano empregados consideram a redução do módulo de elasticidade, provocada pelo aumento da microfissuração do material concreto, e a redução das características geométricas (momento de inércia ou área) causada pela fissuração macroscópica. O emprego do Método dos Elementos Finitos também pode representar de forma mais precisa o comportamento dos elementos estruturais danificados, pois é possível a discretização introduzindo as propriedades dos materiais de forma variada ( $E$  variável e/ou  $I$  variável), em cada elemento ou faixa estratificada do elemento estrutural.



Neste trabalho, procurou-se avaliar o nível de danificação e a condição de integridade de elementos estruturais de concreto, por meio da análise dinâmica experimental.

Os ensaios-piloto serviram para a investigação dos procedimentos, instrumentos e sensores utilizados no LE-EESC. Além disso, foram apontados aspectos que necessitavam de melhor controle durante a realização do programa experimental. Alguns parâmetros do sistema de aquisição de dados podem interferir de forma significativa nos resultados dos ensaios dinâmicos, assim como as condições de cura, os procedimentos de ensaio, os tipos de sensores, as condições de contorno, o formato e as dimensões dos modelos. Foram definidas as condições mais adequadas para o procedimento de ensaio prescrito pela norma americana ASTM C-215:1991 para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico.

As principais conclusões obtidas nesta pesquisa são:

- 1) O conjunto de resultados obtidos com diferentes métodos experimentais (dinâmicos e estáticos) e diferentes formatos de corpos-de-prova de concreto simples, para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, permitiu a análise e a comparação em função do nível de danificação interna, da resistência à compressão e da idade do concreto. As comparações envolveram os módulos estáticos obtidos em ensaios de compressão axial com corpos-de-prova cilíndricos (10 cm x 20 cm) e prismas (15 cm x 15 cm x 75 cm), dados pela inclinação da reta secante com 30% ou 40% da resistência e ensaios de flexão de prismas (15 cm x 15 cm x 50 cm). O módulo de elasticidade dinâmico foi obtido

com ensaios de vibração livre transversal ou longitudinal em prismas e vigas. Comprovou-se que o módulo dinâmico é maior que o estático, mas com valores diferentes dos indicados na bibliografia. Sobre a relação entre os módulos, ainda são necessários estudos com um maior número de amostras, de diferentes formatos e em mais idades. Contudo alguns resultados deste trabalho forneceram importantes informações:

- a. O módulo estático dos prismas ( $E_{c,pr}$ ) resultou maior que o módulo estático dos corpos-de-prova cilíndricos para concreto de baixa e média resistência à compressão;
  - b. O módulo dinâmico obtido em prismas é maior que o estático em torno de 14% e não depende da resistência à compressão;
  - c. Os ensaios estáticos de flexão em prismas de 15 cm x 15 cm x 50 cm apresentaram resultados muito próximos aos dos ensaios com corpos-de-prova cilíndricos;
  - d. Existem pequenas diferenças entre os módulos estáticos determinados pela reta secante até 30% e até 40% da resistência;
  - e. Os valores recomendados pela NBR 6118:2003 para as análises elásticas de projeto são menores que os obtidos experimentalmente neste trabalho para concretos de baixa e média resistência (17% e 9%, respectivamente);
  - f. Os resultados experimentais obtidos foram comparados aos calculados analiticamente por expressões que relacionam os módulos estático e dinâmico, confirmando que existem algumas limitações para a utilização dessas expressões. Foi confirmada a tendência de crescimento do módulo dinâmico com a resistência à compressão e com a idade.
- 2) Com a modificação dos valores da frequência natural, foi possível identificar a redução do módulo de elasticidade ao longo da aplicação do carregamento de compressão simples em modelos de concreto simples, em função do nível de danificação. Os valores da redução do módulo dependem da resistência à compressão (baixa resistência - redução de 18,94%, média de 31,36% e alta de 9,16%), entre outros fatores;
- 3) Os ensaios experimentais estáticos e dinâmicos em vigas forneceram resultados que podem caracterizar o comportamento dos elementos estruturais de concreto armado submetidos a carregamento de flexão simples, especialmente sobre a perda de rigidez em função do aumento da fissuração macroscópica, em

diferentes estágios de solitação. O valor médio obtido da redução do  $E_{c,d}$  I foi de 63,30% em relação à viga no estado íntegro;

- 4) Os ensaios não-destrutivos dinâmicos permitiram uma melhor investigação das propriedades dos materiais, a avaliação do comportamento de elementos estruturais de concreto submetidos à danificação e a verificação da condição de integridade, pois são métodos bastante sensíveis a alterações na estrutura interna do material e a mudanças na rigidez de elementos estruturais. Os ensaios dinâmicos de vibração livre apresentaram facilidade de execução, reprodutibilidade, confiabilidade e são comparáveis aos resultados estáticos usuais.

A realização de ensaios experimentais dinâmicos em diferentes modelos e corpos-de-prova, aliada à comparação dos resultados com os obtidos nos ensaios estáticos e com as indicações disponíveis na bibliografia, confirmaram a contribuição deste trabalho para a capacitação do LE-EESC na utilização de técnicas de Análise Dinâmica Experimental. Os sistemas de aquisição, os instrumentos e os sensores disponíveis foram adequados para a metodologia desenvolvida.

Acredita-se também que este trabalho tenha colaborado na formação do grupo de pesquisa sobre Análise Dinâmica Experimental no Departamento de Engenharia de Estruturas.

### ➤ Sugestões para Trabalhos Futuros

Este trabalho abrange somente aspectos referentes à identificação de propriedades do material e de elementos isolados. Dentre as várias possibilidades de aplicação da Análise Dinâmica Experimental no estudo de elementos estruturais, citam-se algumas que podem complementar e expandir as discussões sobre a danificação do concreto. Realizar, por exemplo, a Análise Modal detalhada e completa de elementos isolados, e posteriormente, de subsistemas estruturais (pórticos monolíticos ou pré-moldados), considerando diferentes ligações entre os elementos. Estudar, nesses casos, o

amortecimento e os modos de vibração das estruturas, ao longo de um processo de fissuração crescente.

Diante dos resultados obtidos, é recomendável que as pesquisas futuras utilizem, além de ensaios experimentais dinâmicos para avaliação da integridade estrutural, programas computacionais baseados na Mecânica do Dano. Assim é possível considerar, de forma mais detalhada e completa, a redução do módulo de elasticidade e a redução da rigidez causada pela fissuração macroscópica de elementos estruturais submetidos a danificação progressiva. O emprego do Método dos Elementos Finitos também pode representar, de forma mais precisa, o comportamento dos elementos danificados, pois é possível fazer a discretização introduzindo as propriedades dos materiais de forma variada ( $E$  variável e/ou  $I$  variável), em cada elemento ou faixa estratificada do elemento estrutural.

Outro aspecto de interesse relacionado ao estudo do concreto por meio de ensaios dinâmicos é a influência de um carregamento mantido durante a experimentação, isto é, o comportamento de um elemento estrutural carregado em diversos níveis, mantidas todas as demais condições. Assim, deve ser considerada a microfissuração instável do concreto para elevadas intensidades de força, podendo ocorrer a ruptura sem aumento de força.

Tentar detectar a proximidade da ruptura do concreto por meio de ensaios dinâmicos que relacionem a redução do módulo de elasticidade de amostras que apresentam danificação com o módulo dinâmico de amostras consideradas íntegras. Ao estabelecer essa relação, tem-se um indicativo do estado atual de danificação do concreto e da proximidade (ou da distância) que ele se encontra da ruptura. Contudo, tal relação dependeria da resistência, do módulo inicial, e, eventualmente, de outros parâmetros do concreto. Talvez, nesse contexto, seja necessário desenvolver uma metodologia de análise numérica para extrapolação dos resultados obtidos nos ensaios experimentais e obter as informações sobre a segurança estrutural no estado limite último.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABEELE, K.V.D.; VISSCHER, J. (2000). Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques. *Cement and Concrete Research*, v.30, p.1453-1464.

ALVIM, R.C. (1997). *Avaliação da rigidez das vigas de concreto armado*. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1997.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (1992). Building Code Requirements for Reinforced Concrete: reported by ACI Committee 318. In: *ACI Manual of Concrete Practice*, part 3. Detroit.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (1991). *C215-91*: Standard test method for fundamental transverse, longitudinal and torsional frequencies of concrete specimens. Philadelphia.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (1994). *C469-94*: Standard test method for static modulus of elasticity and Poisson's ratio of concrete in compression. Philadelphia.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 5738:1994* – Moldagem e cura de corpos-de-prova cilíndricos ou prismáticos de concreto. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1994). *NBR 5739:1994* – Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR 6118:2003* – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimentos. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1984). *NBR 8522:1984* – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação. Rio de Janeiro.

BAVEJA, K. D. (1964). Dynamic method of measuring Young's modulus of elasticity. *J. Sci. Instrum.*, v.41, p.662-665.

BELO, I.M.; PENNER, E. (2002). Avaliação das propriedades estáticas e dinâmicas de vigas de concreto armado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 44, 2002, Belo Horizonte. *Anais*. CD-ROM, I-032.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1991). *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines*. Lausanne, Suíça. (Bulletin d'information 209).

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, Suíça: Thomas Telford. (Boletim 213/214).

FERNANDES, R.M. (2000). *A influência das ações repetidas na aderência aço-concreto*. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2000.

GARAYGORDÓBIL J.C.A. (2003). *Dynamic Assessment of Structural Building Components*. Tese (Doutorado) – Escola Técnica Superior d'Enginyers de Camins, Universitat Politècnica de Catalunya, Canal; Ports de Barcelona. Espanha. 2003.

GENOVESE, M.; OLIVEIRA, A.B.S.; DOZ, G.N.; BRITO, J.L.V. (2000). Análise experimental para avaliação da integridade estrutural por meio das alterações nas características dinâmicas. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 29, 2000. *Anais*, Punta Del Este, Uruguay.

HAN S.H.; KIM, J.K. (2004). Effect of temperature and age on the relationship between dynamic and static elastic modulus of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.34, p.1219-1227.

JACOBS, S.; DE ROECK, G. (2003). Dynamic testing of a pre-stressed concrete beam. In: 6<sup>th</sup> NATIONAL CONGRESS ON THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS, 2003, Ghent, Belgium. *Proceedings*. National Committee for Theoretical and Applied Mechanics.

KATO, M.; SHIMADA, S. (1986). Vibration of PC bridge during failure process. *Journal of Structural Engineering*, v.12, n.7, p.1692-1703, jul.

LOCHNER, J. P. A.; KEET, W. V. (1955). A simple method of measuring the dynamic Young's modulus of concrete. *Journal of Scientific Instruments*, v.32, p.296-299.

MALHOTRA, V.M. (1986). *Testing Hardened Concrete: Nondestructive Methods*. ACI Monograph n° 9. The Iowa State University Press.

MAST, R.F. (2001). Vibration of precast prestressed concrete floors. *PCI Journal*, novembro-dezembro/2001, p.76-86.

MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo: Pini.

MOREIRA, T.V. (2002). *Análise da sensibilidade dinâmica de edifícios com estruturas esbeltas*. Tese (Doutorado) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2002.

NDAMBI, J.M. et al. (2000). Comparison of techniques for modal analysis of concrete structures. *Engineering Structures*, v.22, p.1159-1166.

- NDAMBI, J.M.; VANTOMME, J.; HARRI, K. (2002). Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives. *Engineering Structures*, v.24, p.501-515.
- NEVILLE, A.M. (1982). *Propriedades do concreto*. São Paulo: Pini.
- NEVILLE, A.M. (1997). *Propriedades do concreto*. 2ª edição, São Paulo: Pini.
- NÓBREGA, P.G.B (2004). *Análise dinâmica de estruturas de concreto: estudo experimental e numérico das condições de contorno de estruturas pré-moldadas*. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2004.
- PENNER, E.; FUSCO, P.B. (1997). Avaliação da rigidez dos pilares de concreto armado para a verificação da estabilidade de pórticos. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28, 1997, São Carlos. *Anais*, São Carlos, v.2, p.407-416.
- SALAWU, O. S. (1997). Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Engineering Structures*, v.19, n.9, p. 718-723.
- SCANDIUZZI, L.; ANDRIOLO, F. R. (1986). *Concreto e seus materiais: propriedades e ensaios*. São Paulo: Pini.
- SOHN, H.; LAW, K.H. (1998). Bayesian probabilistic damage detection of a reinforced-concrete bridge column. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
- WALLACE, M.M.; BERT, C.W. (1979). Experimental determination of dynamic Young's modulus and damping of an aramid-fabric/polyester composite material. *Proceedings*. Oklahoma Academy of Science, v.59, p.98-101.

## **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR**

---

- BRAUN, S.; EWINS, D.; RAO, S.S. (2002). *Encyclopedia of vibration*. Academic Press. v.1, v.2 e v.3;
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. (1993). *Dynamics of structures*. 2ª ed. McGraw-Hill;
- CRAIG, R.R. (1981). *Structural dynamics: an introduction to computer methods*. John Wiley & Sons.





## **APÊNDICE A – MÁQUINAS, SISTEMAS E INSTRUMENTOS**

---



### **Máquina universal de ensaios servo-hidráulica**

Marca: INSTRON

Modelo: 8506

Capacidade nominal de aplicação de força: 2.500 kN

Espaço para ensaio: 4000 mm (altura) x 822 mm (comprimento) x 514 mm (largura)

Deslocamento do pistão: 250 mm

Controle digital por computador e acessórios

Permite realizar ensaios estáticos e dinâmicos com controles de força, deslocamento e deformação



### **Máquina hidráulica elétrica para ensaios de compressão e de flexão em corpos-de-prova de concreto**

Marca: ELE International

Modelo: Autotest 2000

Permite realizar ensaios de compressão (capacidade 2000 kN) e de flexão (capacidade 100 kN) com controle de força.

Espaço para ensaio de compressão: 360 mm



### **Atuador servo-hidráulico**

Marca: MTS

Modelo: 244.41

Capacidade nominal de aplicação de força: 500 kN

Deslocamento do pistão: 152 mm

Controle digital por computador e acessórios

Permite realizar ensaios estáticos e dinâmicos com controles de força, deslocamento e deformação



### **Sistema de aquisição de dados para extensometria**

Marca: Vishay Measurements Groups

Modelo: System 5000

Quantidade de canais: 80



### **Sistema de aquisição de dados para extensometria para ensaios dinâmicos**

Marca: Vishay Measurements Groups

Modelo: System 6000

Quantidade de canais disponíveis: 10

(sem foto)

### **Sistema de aquisição de dados para acelerometria - LabDin**

Tipo: Analisador espectral de quatro canais

Marca: Tektronix

Modelo: 2630



### Sistema de aquisição de dados para acelerometria

Tipo: Analisador espectral de quatro canais

Marca: Data Physics

Modelo: SignalCalc ACE



### Acelerômetro piezoelétrico

Marca: Brüel & Kæjr

Tipo: 4383

Sensibilidade: 31,0 pC/g

Massa: 17 g

Faixa de frequência: 0 – 10 kHz



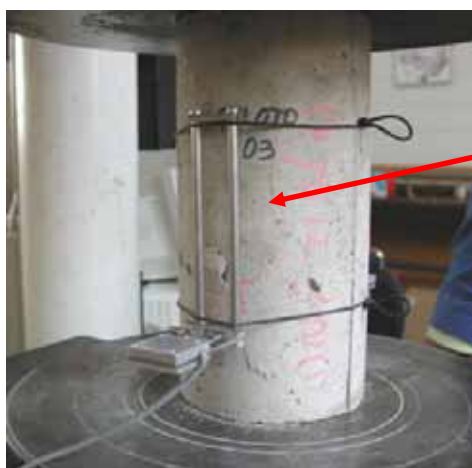
### Acelerômetro piezoelétrico

Marca: Endevco

Modelo: 1254A-100

Sensibilidade: 111,6 mV/g

Massa: 20 g



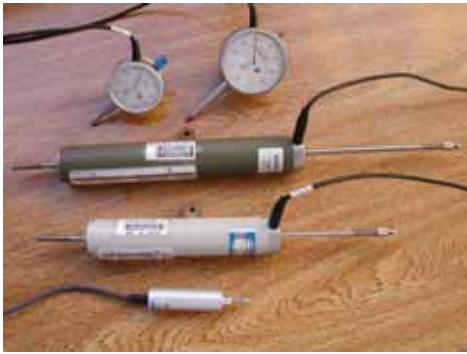
### Extensômetros removíveis

Modelo MSI (Micro Sensores Industrial)

Sensibilidade: 0,001 mm

Curso: 2,5 mm (resposta linear até 1,5 mm)

Base de leitura: 10 cm (CPs cilíndricos) e 20 cm (CPs prismáticos)



### Transdutor de deslocamento (à base de extensômetro elétrico de resistência)

Marca: Kyowa

Modelos: DTH-A10 e DT-50A

Sensibilidade: 0,001 mm e 0,01 mm

Curso: 10 mm e 50 mm

### Acelerômetro piezoelétrico - LabDin

(sem foto)

Marca: Brüel & Kæjr

Tipo: 4375

Sensibilidade: 3,13 pC/g

Massa: 2,4 g



### Martelo de impacto - LabDin

Marca: Brüel & Kæjr

Modelo: 8202

Sensibilidade: 1,0 pC/N

Massa: 280 g; massa da ponta de aço: 10,3 g

Faixa de força: 500 a 5000 N

Faixa de frequência: 0 – 7000 Hz



### Martelo de impacto

Marca: Endevco

Modelo: 2303

Sensibilidade: 0,95 mV/lbf

Massa: 454 g

Força máxima: 35.584 N

Frequência máxima: 10 kHz

## **APÊNDICE B – PLANILHAS DE CÁLCULO**

---

**B.1 Dosagem do concreto**

**B.2 Dimensionamento das vigas de concreto armado**

**B.3 Cálculo do módulo de elasticidade dinâmico – ASTM**

**C215:1991**

## B.1 – Dosagem do concreto

### DOSAGEM - Quantitativo dos materiais

#### DADOS DOS MATERIAIS:

Tipo do cimento:	CP V ARI Plus
Massa específica do cimento (kg/dm <sup>3</sup> ) $\gamma_c =$	3,100
Massa específica do agregado miúdo (kg/dm <sup>3</sup> ) $\gamma_a =$	2,630
Massa específica do agregado graúdo (kg/dm <sup>3</sup> ) $\gamma_p =$	2,857
Água proveniente do abastecimento público	1,000

Consumo de cimento por m<sup>3</sup> (C) =

$$C = \frac{1000}{\left(\frac{c}{\gamma_c}\right) + \left(\frac{a}{\gamma_a}\right) + \left(\frac{p}{\gamma_p}\right) + x}$$

c = proporção de cimento

a = proporção de agregado miúdo (areia)

p = proporção de agregado graúdo (brita)

x = fator água / cimento

#### VOLUME DE CONCRETO (m<sup>3</sup>):

	Traço 1		Traço 2		Traço 3		Traço 4	
	Qtd	Volume	Qtd	Volume	Qtd	Volume	Qtd	Volume
prismas 15 x 15 x 75	6	0,1013	6	0,1013	6	0,1013	3	0,0506
prismas 15 x 15 x 50	2	-	2	0,0225	2	0,0225	3	0,0338
cilindros 10 x 20	18	0,0283	18	0,0283	18	0,0283	10	0,0157
vigas 6 x 12 x 106	-	-	-	-	-	-	6	0,0094
Total + perdas =		0,1554		0,1824		0,1824		0,1314

Traços sugeridos (informações obtidas com outros usuários do LE)

	Cimento	Areia	Brita	Água	
<b>Traço 1</b>	<b>1,00</b>	<b>3,66</b>	<b>3,62</b>	<b>0,77</b>	Resistência desejada = 20MPa
<b>Traço 2</b>	<b>1,00</b>	<b>4,50</b>	<b>3,00</b>	<b>1,05</b>	Resistência desejada = 15MPa
<b>Traço 3</b>	<b>1,00</b>	<b>1,23</b>	<b>2,11</b>	<b>0,41</b>	Resistência desejada = 45MPa
<b>Traço 4</b>	<b>1,00</b>	<b>2,00</b>	<b>2,70</b>	<b>0,63</b>	Resistência desejada = 30MPa

#### Consumo de materiais (kg / m<sup>3</sup>)

	Cimento	Areia	Brita	Água
<b>Traço 1</b>	266,6	975,7	965,0	205,3
<b>Traço 2</b>	241,9	1088,6	725,7	254,0
<b>Traço 3</b>	515,8	634,4	1088,3	211,5
<b>Traço 4</b>	376,2	752,4	1015,8	237,0

#### Consumo de materiais

	Cimento	Areia	Brita	Água
	41,43	151,65	149,99	31,90
	44,13	198,60	132,40	46,34
	94,09	115,74	198,54	38,58
	49,44	98,88	133,48	31,15

## B.2 – Dimensionamento das vigas de concreto armado

### CÁLCULO DOS MOMENTOS DE FISSURAÇÃO E ÚLTIMO

Elaborado por: Petrus Gorgônio B. da Nóbrega

DADOS GERAIS		
bw (m) = <b>0,06</b>	h (m) = <b>0,12</b>	d (m) = <b>0,105</b>
fc (MPa) = <b>30,00</b>	fyk (MPa) = <b>621,0</b>	Ec (MPa) = <b>30.672,46</b>
As (cm <sup>2</sup> ) = <b>0,630</b>	fct,sp (MPa) = <b>2,774</b>	

#### MOMENTO DE FISSURAÇÃO - Mr

##### 1 - Dados de entrada

a = <b>1,5</b>	}	a = 1,5 para seções retangulares	
		a = 1,2 para seções T ou duplo T	
fct = <b>2,50</b> MPa		fctm = 2,896 MPa	fctm = 0,3 . fck**(2/3)
Io = 8,640E-06 m <sup>4</sup>		fctk,inf = 2,028 MPa	fctk,inf = 0,7 . fctm
yt = 0,06 m		fctk,sup = 3,765 MPa	fctk,sup = 1,3 . fctm

##### 2 - Cálculo de Mr = (a . fct . Io) / yt

Mr = **0,5393** kN.m  
 Mr = **53,9266** kgf.m

##### 3 - Cálculo de força 2P para atingir Mr

Mr = 0,32 P  
 2P = **3,3704** kN

#### MOMENTO ÚLTIMO - Mu

##### 1 - Força total de compressão no concreto Rcc = Ac.fcc = (0,8.x.bw).(0,95.fc)

Rcc = 1368,00 .x kN

##### 2 - Força total de tração na armadura Rst = As.fyk

Rst = 39,12 kN

##### 3 - Cálculo da distância x onde passa a linha neutra (Rcc = Rst)

x = 0,02860 m  
 x = 2,8599 cm

##### 4 - Cálculo de x = x/d (parâmetro que caracteriza o domínio) e z = d - 0,4 . x (braço do binário)

x = 0,2724  
 ..... DOMÍNIO = 3

x = 0 ... 0,1667	Dom. 2A
x = 0,1667 ... 0,2593	Dom. 2B
x = 0,2593 ... 0,6283	Dom. 3
x = 0,6283 ... 1,0	Dom. 4

z = 0,0936 m

##### 5 - Cálculo de Mu = Rst . z = Rcc . z

Mu = **3,6604** kN.m  
 Mu = **366,0368** kgf.m

##### 6 - Cálculo de força 2P para atingir Mu.

Mu = 0,32 P  
 2P = **22,8773** kN

#### RELAÇÃO ENTRE OS MOMENTOS DE FISSURAÇÃO (Mr) E O ÚLTIMO (Mu)

Mr = 0,147 Mu  
 Mr = **14,7%** Mu

### B.3 – Cálculo do módulo de elasticidade dinâmico – ASTM C215:1991

#### MÓDULO DE ELASTICIDADE DINÂMICO

Cálculo segundo a norma ASTM C-215 (91) CORPOS-DE-PROVA PRISMÁTICOS

**ftrans := 953.4667**      frequência fundamental transversal, em Hz

**flong := 2638.3467**      frequência fundamental longitudinal, em Hz

**L := 0.75175**      comprimento, em m

**t := 0.151568**      dimensão na direção da vibração, em m

**b := 0.153208**      dimensão na seção transversal, em m

**γ := 2374.45**      massa específica do concreto, em kg/m³

**m := γ · L · b · t**      **m = 41.45**      kg

Raio de giração:      **K := 0.2887 · t**

Relação:      **Y :=  $\frac{K}{L}$**       **Y = 0.058**

Coefficiente de Poisson:      **μ :=  $\frac{1}{6}$**       **μ = 0.167**

Valores tabelados:      **T := 1.264**

**T(μ) := T ·  $\left[ \frac{1 + (0.26 \cdot \mu + 3.22 \cdot \mu^2) \cdot Y}{1 + 0.1328 \cdot Y} \right]$**       **T(μ) = 1.264**

K / L	T
0,00	1,00
0,01	1,01
0,02	1,03
0,03	1,07
0,04	1,13
0,05	1,20
0,06	1,28
0,07	1,38
0,08	1,48
0,09	1,60
0,10	1,73
0,12	2,03
0,14	2,36
0,16	2,73
0,18	3,14
0,20	3,58
0,25	4,78
0,30	6,07

Fator de forma:      **R :=  $\frac{\left(\frac{t}{b} + \frac{b}{t}\right)}{\left[4 \cdot \frac{t}{b} - 2.52 \left(\frac{t}{b}\right)^2 + 0.21 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^6\right]}$**       **R = 1.185**

Área da seção:      **A := b · t**

**Cm := 0.9464 ·  $\left(\frac{L^3 \cdot T(\mu)}{b \cdot t^3}\right)$**       **Dm := 4 ·  $\frac{L}{b \cdot t}$**       **Bm :=  $\frac{4 \cdot L \cdot R}{A}$**

**dinEtrans :=  $\frac{Cm \cdot m \cdot ftrans^2}{10^6}$**       **dinEtrans = 35898.313**      MPa

**dinElong :=  $\frac{Dm \cdot m \cdot flong^2}{10^6}$**       **dinElong = 37362.302**      MPa



## RIGIDEZ DINÂMICA

Cálculo segundo a norma ASTM C-215 (91) CORPOS-DE-PROVA PRISMÁTICOS

**ftrans := 241.875** frequência fundamental transversal, em Hz

**L := 1.06** comprimento, em m

**t := 0.12205** dimensão na direção da vibração, em m

**b := 0.059015** dimensão na seção transversal, em m

**γ := 2449.2** massa específica do concreto, em kg/m<sup>3</sup>

$$m := \gamma \cdot L \cdot b \cdot t \quad m = 18.7 \quad \text{kg} \quad m := 18.7$$

Raio de giração:  $K := 0.2887 \cdot t$

Relação:  $Y := \frac{K}{L} \quad Y = 0.033$

Coeficiente de Poisson:  $\mu := \frac{1}{6} \quad \mu = 0.167$

Valores tabelados: **T := 1.088**

$$T(\mu) := T \cdot \left[ \frac{1 + (0.26 \cdot \mu + 3.22 \cdot \mu^2) \cdot Y}{1 + 0.1328 \cdot Y} \right] \quad T(\mu) = 1.088$$

Fator de forma:  $R := \frac{\left( \frac{t}{b} + \frac{b}{t} \right)}{\left[ 4 \cdot \frac{t}{b} - 2.52 \left( \frac{t}{b} \right)^2 + 0.21 \cdot \left( \frac{t}{b} \right)^6 \right]} \quad R = 0.183$

Área da seção:  $A := b \cdot t$

$$Cm := \frac{0.9464}{12} \cdot (L^3 \cdot T(\mu)) \quad Dm := 4 \cdot \frac{L}{b \cdot t} \quad Bm := \frac{4 \cdot L \cdot R}{A}$$

$$\text{dinEtransl} := \frac{Cm \cdot m \cdot ftrans^2 \cdot 1000}{10^6} \quad \text{dinEtransl} = 111.806$$

K / L	T
0,00	1,00
0,01	1,01
0,02	1,03
0,03	1,07
0,04	1,13
0,05	1,20
0,06	1,28
0,07	1,38
0,08	1,48
0,09	1,60
0,10	1,73
0,12	2,03
0,14	2,36
0,16	2,73
0,18	3,14
0,20	3,58
0,25	4,78
0,30	6,07